LE
CONTRASTE DE PHASE
EN OPTIQUE ET EN MICROSCOPIE

PAR

MAURICE FRANÇON

CHEF DE TRAVAUX A LA SORBONNE
CHARGÉ DE COURS A L'INSTITUT D'OPTIQUE

PRÉFACE DE

ALBERT ARNULF

PROFESSEUR A LA SORBONNE

ÉDITIONS DE LA *REVUE D'OPTIQUE THÉORIQUE
ET INSTRUMENTALE*

105, RUE DE SÈVRES — 3 ET 3, BOULEVARD PASTEUR
PARIS (13^e)

—
1950

LE

CONTRASTE DE PHASE

EN OPTIQUE ET EN MICROSCOPIE

ERRATA

- Page 40, numéroté la 2^e équation : (3, 1), au lieu de (1, 3).
- Même page, ligne 4 du bas et ligne 2 du bas, remplacer (1, 3) par (3, 1).
- Page 47, numéroté la 1^{re} équation : (3, 2).
- Page 48, numéroté l'équation principale (ligne 4 du bas) : (3, 3).
- Page 61, ligne 1 du bas, numéroté l'équation : (3, 4), au lieu de (4, 3).
- Page 62, ligne 4 du bas, remplacer (4, 3) par (3, 4).
- Légende de la Planche II, lire : Image d'une bande transparente par différentes méthodes.
- Page 107 (Bibliographie), n° [41], lire MONTARNAL au lieu de MONTARNAL.

LE
CONTRASTE DE PHASE
EN OPTIQUE ET EN MICROSCOPIE

PAR

MAURICE FRANÇON

CHEF DE TRAVAUX A LA SORBONNE
CHARGÉ DE COURS A L'INSTITUT D'OPTIQUE

PRÉFACE DE

ALBERT ARNULF

PROFESSEUR A LA SORBONNE

ÉDITIONS DE LA *REVUE D'OPTIQUE THÉORIQUE
ET INSTRUMENTALE*

165, RUE DE SÈVRES — 3 ET 5, BOULEVARD PASTEUR
PARIS (15^e)

1950

PRÉFACE

Le procédé introduit en optique par F. Zernike, sous le nom de contraste de phase, apporte une solution nouvelle au problème de la détection et de la mesure des différences de phases produites, au cours de la propagation d'une onde, par des objets ne présentant aucune absorption propre.

Les interférences étaient jusqu'ici le procédé de beaucoup le plus sensible utilisé dans ce but. A ce titre, elles rendaient de grands services dans la mesure des défauts des surfaces d'onde instrumentales, dans celle des microdéfauts de surfaces optiques ou métallographiques, et même en microscopie biologique. Le contraste de phase est de maniement plus simple ; il ne nécessite aucune préparation de l'objet et atteint une sensibilité qui, dans les conditions d'emploi les plus favorables, surpasse nettement celle des interférences.

Cette technique, encore au début de son développement, suscite un grand intérêt dans les milieux scientifiques et industriels ; Mr Françon nous apporte une mise au point fort intéressante de l'état de la question.

L'auteur, utilisant les travaux de ses devanciers et apportant son importante contribution personnelle à l'étude du nouveau procédé, présente au début la théorie de la formation des images dans le cas d'un objet transparent agissant par variation de phase ; puis il applique cette étude aux méthodes classiques de mise en évidence de telles variations de phase : méthode strioscopique de Toepler, méthode de Foucault, dépointage de l'image. Passant ensuite à l'étude du contraste de phase, il donne les expressions des distributions d'éclairement dans l'image et en déduit les conditions de meilleure perception des objets, qui déterminent les caractéristiques optiques des lames de phase.

Mr Françon étudie enfin les principales applications de la méthode. En ce qui concerne la technique de l'optique, elle

accroît considérablement la sensibilité de détection des défauts perturbant les images instrumentales : aberrations géométriques, et défauts de poli des surfaces.

C'est en microscopie que le contraste de phase trouve son application la plus importante, en permettant l'étude des tissus vivants, dans des conditions au moins aussi favorables que les procédés de coloration des tissus morts ; et pourtant, les microscopes biologiques sont encore bien loin d'atteindre la limite de sensibilité de la méthode, du fait de l'illumination parasite du champ provenant des aberrations pupillaires et des défauts de surface des lentilles : il convient de signaler le progrès important accompli grâce au dispositif de l'auteur, qui élimine la plus grande partie de cette lumière parasite.

De même que les biologistes, les spécialistes de la métallographie marquent un intérêt de plus en plus vif à la nouvelle méthode, qui leur donne, dans de nombreux cas, des possibilités plus intéressantes que le microscope électronique.

Ce chapitre fournit à l'auteur l'occasion d'étudier l'importante question du pouvoir séparateur du microscope à contraste de phase.

Le mode d'exposé mathématique adopté par Mr. Françon pourra paraître bien sévère à certains lecteurs. En fait, il exprime que la connaissance des faits est bien près de son stade définitif, non sans avoir été étayée, du reste, par des travaux expérimentaux importants, pour lesquels l'auteur a fait preuve d'une maîtrise consommée. C'est ainsi qu'il est parvenu, en collaboration avec Mr Taboury, à mesurer pour la première fois, par contraste de phase, l'épaisseur d'une couche monomoléculaire d'acide gras, ce qui représente la première incursion de l'optique classique dans un domaine qui lui était jusque-là interdit.

Nous devons féliciter Mr Françon d'avoir pris la peine d'écrire la mise au point que constitue cet ouvrage, et que sa connaissance approfondie du sujet lui a permis de présenter sous une forme claire et concise.

Albert ARNULF,
Professeur à la Sorbonne.

INTRODUCTION

On rencontre souvent en optique des objets transparents qui ne diffèrent du milieu qui les entoure que par de petites variations dans l'indice de réfraction ou dans l'épaisseur. C'est par exemple le cas de bactéries dont l'indice est très peu différent de celui du bouillon dans lequel elles baignent. L'observation de tels objets ne peut réussir dans les conditions habituelles, du fait qu'ils sont invisibles non pas par manque de pouvoir résolvant, mais par manque de contraste. La méthode du contraste de phase vise à permettre l'observation de ces objets dans des conditions analogues à celles des objets ordinaires. Les premières publications concernant la méthode du contraste de phase sont dues à Zernike et sont parues en 1934. A cette époque Zernike s'est surtout préoccupé de présenter son nouveau procédé comme un perfectionnement de la méthode de Foucault pour l'examen des miroirs de télescopes. Cependant un an plus tard, il en étudia l'application à la microscopie et montra qu'il était possible d'observer des détails transparents très petits, caractérisés par de faibles variations d'indice ou d'épaisseur, d'une façon plus pratique que par les anciennes méthodes. Ses publications de 1942 dans *Physica* donnent de nombreux détails théoriques et pratiques sur cette question. Depuis, beaucoup de physiciens se sont occupés de la nouvelle méthode.

Nous mentionnerons spécialement Bernard Lyot qui, indépendamment des travaux de Zernike, appliqua en 1942 une méthode analogue à l'étude particulière des défauts de poli des objectifs astronomiques servant à l'observation de la couronne solaire.

Le but de cet opuscule est de condenser et de résumer les principaux travaux concernant cette question. Nous commencerons par donner quelques indications sur le calcul général des images d'objets

transparents, en utilisant la transformation de Fourier dont les applications à l'optique ont été précisées par Michel Duffieux. Ce procédé permettra une étude préliminaire de la strioscopie, de la méthode de Foucault et du défaut de mise au point, vieille méthode employée par les microscopistes. On étudiera le contraste de phase en s'efforçant de préciser les points essentiels, les réalisations pratiques et les avantages par rapport aux autres méthodes. On terminera en donnant trois applications importantes du contraste de phase, à l'étude des aberrations, à la microscopie, à l'étude des défauts de poli et d'homogénéité des pièces optiques.

CHAPITRE I

GÉNÉRALITÉS

§ 1) CALCUL DE L'AMPLITUDE LUMINEUSE DANS L'IMAGE D'UN OBJET INTRODUISANT SEULEMENT DES VARIATIONS DE PHASE [1] [2]¹

Soit P (fig. 1) un objet transparent ne présentant que des variations locales d'indice et d'épaisseur. Il est éclairé en lumière monochroma-

Fig. 1.

tique par une source ponctuelle S . Cette source sera supposée en outre à l'infini sur l'axe du système. L'objet, placé dans un plan normal à

1. Le signe |] indique les références bibliographiques citées à la fin de cet ouvrage.

l'axe, se trouve près d'un objectif O_1 qui donne dans son plan focal une image S' de la source lumineuse S . Un deuxième objectif O_2 , dans le plan de S' , donne en P' une image de l'objet P .

On dira d'une façon générale que l'objet P est éclairé en lumière cohérente si le diamètre apparent de la source S est assez petit pour que les chemins optiques reliant les points de la source aux points correspondants de l'image de la source puissent être considérés comme tous égaux entre eux. Il faut donc ici que le diamètre angulaire θ de la source S soit petit par rapport à la tache centrale de diffraction donnée par l'objectif O_1 . Le diamètre angulaire de cette tache est

$$2 \frac{1,22 \lambda}{D_1},$$

où λ est la longueur d'onde de la lumière utilisée et D_1 le diamètre de l'objectif O_1 . La condition précédente sera satisfaite si on a par exemple

$$\theta \leq \frac{2 \times 1,22 \lambda}{10 D_1}.$$

L'onde diffractée après la traversée de l'objet P donne dans le plan conjugué de la source S un phénomène de diffraction caractéristique de la distribution des phases introduites par les accidents de l'objet P , c'est-à-dire par les petites variations d'indice ou d'épaisseur. Pour calculer l'intensité lumineuse en un point quelconque du plan image, il suffit alors d'effectuer la composition (interférences) des vibrations émises par les différents points du plan focal. On suppose pour cela le système optique rigoureusement parfait et on choisit un système d'axes de coordonnées ayant pour origine le centre optique de l'objectif O_1 supposé mince sur la figure 1. L'axe des z est l'axe du système, les axes Ox et Oy étant dans un plan perpendiculaire à OZ et convenablement orientés pour compléter le trièdre de référence.

Au point $N(x, y)$ de l'objet, l'amplitude lumineuse et la phase peuvent être représentées par une fonction complexe $f(x, y)$ qui peut s'écrire sous la forme :

$$(1, 1) \quad f(x, y) = A(x, y) e^{i\varphi(x, y)}.$$

Nous négligeons ici le facteur qui représente la nature ondulatoire de la lumière et qui n'intervient jamais dans les calculs.

Le module A de la fonction complexe f représente l'amplitude lumineuse et φ la phase au point N . L'objet étant parfaitement transparent, on admettra donc que la fonction $A(x, y)$ est constante en tous les points de la pupille situés à l'intérieur du contour D_1 limitant l'objectif O_1 et nulle en tous les points extérieurs. L'objet P est seulement caractérisé par des variations de la phase $\varphi(x, y)$ dues, soit à de petites variations locales d'indice, soit à de petites variations d'épaisseur. On rencontre souvent des objets de ce type en microscopie lorsque l'on observe des préparations non colorées et aussi en optique dans l'étude des défauts de poli et d'homogénéité des objectifs. On considère dans tous ces problèmes les variations du chemin optique δ lié à la phase φ par l'expression :

$$\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda},$$

Si l'indice n de l'objet varie seul, l'épaisseur e restant constante, les variations $\Delta\delta$ prennent la forme suivante :

$$\Delta\delta = e\Delta n = (n - n')e.$$

Si l'objet est caractérisé par des variations d'épaisseur (objet placé dans l'air), on a :

$$\Delta\delta = (n - 1)e.$$

Soit δ' la différence de marche en un point quelconque C du plan focal entre les vibrations diffractées par M et O_1 . ξ , η , ζ étant les coordonnées de C , posons :

$$u = \frac{\zeta}{\xi}, \quad v = \frac{\eta}{\xi}, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda},$$

nous avons :

$$\delta' = -(ux + vy),$$

Si $i = \sqrt{-1}$, l'amplitude $g(u, v)$ au point C [3] est donnée par :

$$(1, 2) \quad g(u, v) = \iint_{D_1} f(x, y) e^{ik\delta'} dx dy,$$

ou encore :

$$(1, 3) \quad g(u, v) = A \iint_{D_1} (\cos \varphi + i \sin \varphi) e^{ik\delta'} dx dy.$$

Choisissons comme origine des phases la phase moyenne définie par la condition :

$$(1, 4) \quad \iint_{D_1} \sin \varphi \, dx \, dy = 0$$

et soit m la valeur moyenne de $\cos \varphi$ à l'intérieur de la pupille. L'expression (1, 3) peut s'écrire à un facteur constant près :

$$(1, 5) \quad g(u, v) = m \iint_{D_1} e^{ik\delta'} \, dx \, dy + \iint_{D_1} [(\cos \varphi - m) + i \sin \varphi] e^{ik\delta'} \, dx \, dy.$$

Le premier terme représente la figure de diffraction de l'onde parfaite limitée par le contour D_1 , au facteur près m .

La présence du deuxième terme est due à la lumière diffractée par les variations de phase dues aux accidents de l'objet.

Au point O_2 , $\delta' = 0$, et on a :

$$\iint_{D_1} (\cos \varphi - m) \, dx \, dy = 0;$$

le dernier terme de l'équation (1, 5) est donc nul en ce point.

On peut donc dire que la lumière diffractée par les variations de phase de l'objet, nulle en O_2 , s'étale autour de la tache centrale du phénomène de diffraction dû à l'onde parfaite. Elle s'étale d'autant plus loin que les irrégularités de l'objet qui lui donnent naissance ont des largeurs plus petites.

Pour passer enfin de la figure de diffraction $g(u, v)$ à l'image P' , on peut appliquer la transformation de Fourier [4]. Elle permet, étant donné une pupille, de calculer la figure de diffraction correspondante, et inversement, étant donné une figure de diffraction, de remonter à la pupille. L'objectif O_2 ayant une ouverture limitée, seule une partie de $g(u, v)$, soit $g'(u, v)$, est utilisée pour former l'image P' . La transformation de Fourier donne alors la pupille $f'(x, y)$ correspondant à $g'(u, v)$:

$$(1, 6) \quad f'(x, y) = \iint_{D_2} g'(u, v) e^{-ik\delta'} \, du \, dv.$$

Les coordonnées du plan-image P' étant liées à celles du plan-objet par la transformation ponctuelle objet-image, la fonction $f'(x, y)$ ne représente pas autre chose que la distribution des phases et des amplitudes dans l'image.

Si l'objectif O_2 a une ouverture infinie :

$$(1, 7) \quad f'(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(u, v) e^{-ik\delta'} du dv = f(x, y),$$

l'image est identique à l'objet. L'amplitude en un point quelconque de l'image est alors donnée par :

$$(1, 8) \quad f(x, y) = \underbrace{m}_{\substack{\text{terme dû à l'onde} \\ \text{entière parfaite}}} + \underbrace{[(\cos \varphi - m) + i \sin \varphi]}_{\substack{\text{terme dû à l'onde} \\ \text{diffractée par l'objet}}}$$

Cas où les variations de la phase φ sont petites.

Dans ce cas, le facteur $\cos \varphi - m$ est du second ordre par rapport à φ et peut être négligé. La distribution des amplitudes et des phases, dans le plan focal de l'objectif O_1 , peut s'écrire d'après (1, 5) :

$$(1, 9) \quad g(u, v) = \iint_{D_1} e^{ik\delta'} dx dy + i \iint_{D_1} \varphi e^{ik\delta'} dx dy.$$

Si l'objectif O_2 a une ouverture infinie, l'amplitude complexe en un point quelconque de l'image s'écrira d'après l'équation (1, 8) :

$$(1, 10) \quad f(x, y) = 1 + i\varphi.$$

Puisque l'on néglige φ^2 , la somme des carrés des parties réelles et des parties complexes est constante ; l'intensité est la même en n'importe quel point de l'image. Les variations de phase ne sont évidemment pas visibles.

Considérons par exemple un objet symétrique par rapport à O_1y et représenté par la figure 2a. La phase est constante, sauf au voisinage de l'axe O_1y où l'objet comporte une petite bande de largeur a , symétrique par rapport à O_1y , d'épaisseur e . La lumière qui traverse cette bande a une différence de phase φ avec la lumière qui traverse le reste de l'objet. La bande est creusée dans une lame de verre d'indice n , comme le montre la figure 2b. On a :

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = k(n - 1)e.$$

Supposons l'objectif O_1 limité par un contour rectangulaire de largeur D_1 , également symétrique par rapport à O_1y et de hauteur, suivant cet axe, égale à celle de la bande.

Fig. 2.

Comme précédemment, prenons pour origine des phases la phase définie par la condition :

$$\int_{-\frac{D_1}{2}}^{+\frac{D_1}{2}} \varphi \, dx = 0.$$

Pour tous les points de la pupille extérieure à la bande, la phase est :

$$\varphi_1 = -\frac{a}{D_1} \varphi$$

et pour tous ceux situés dans la bande :

$$\varphi_2 = \left(1 - \frac{a}{D_1}\right) \varphi.$$

Posons :

$$\frac{a}{D_1} = p.$$

L'expression (1, 9) devient :

$$g(u) = \int_{-\frac{D_1}{2}}^{+\frac{D_1}{2}} e^{-iku} \, dx + ip\varphi \left[\int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} e^{-iku} \, dx - \int_{-\frac{D_1}{2}}^{+\frac{D_1}{2}} e^{-iku} \, dx \right] + i(1-p)\varphi \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} e^{-iku} \, dx.$$

On trouve facilement au facteur constant près D_1 :

$$(1, 11) \quad g(u) = \frac{\sin \frac{kuD_1}{2}}{\frac{kuD_1}{2}} + ip\varphi \left[\frac{\sin \frac{ku\alpha}{2}}{\frac{ku\alpha}{2}} - \frac{\sin \frac{kuD_1}{2}}{\frac{kuD_1}{2}} \right].$$

Le premier terme représente la figure de diffraction du diaphragme rectangulaire D_1 le long de l'axe $O_2\zeta$ (fig. 1) et le second terme est dû

Fig. 3.

à la présence de la bande centrale. Comme il résulte de l'équation (1, 5), ce terme est nul à l'origine O_2 et la lumière diffractée par la bande centrale s'étale autour de l'image directe représentée par le premier terme. Ces résultats sont facilement visibles sur la figure 3, où la courbe (1) traduit le premier terme de (1, 11). Le second terme entre crochets est représenté par la courbe (2). Si l'objectif O_2 a une ouverture infinie, l'image $f(x)$ est donnée par la relation (1, 10).

Considérons d'abord le premier terme. L'amplitude dans l'image due à ce terme est donnée par :

$$A_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \frac{kuD_1}{2}}{\frac{kuD_1}{2}} e^{-ik\delta'} du.$$

Si on reste à l'intérieur de l'image ($x < D_1$), l'amplitude A_1 est

pratiquement constante et égale à l'amplitude au centre ($\delta' = 0$); on a :

$$A_1 \approx \frac{2}{kD_1} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \frac{kuD_1}{2}}{\frac{kuD_1}{2}} d\left(\frac{kuD_1}{2}\right) = \frac{2\pi}{kD_1}.$$

L'amplitude due au premier terme entre crochets est donnée par :

$$A_2 = \frac{2}{ka} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \frac{ku a}{2}}{\frac{ku a}{2}} e^{-ik\delta'} d\left(\frac{ku a}{2}\right).$$

Dans la région centrale on a :

$$A_2 \approx \frac{2\pi}{ka}.$$

Donc à l'intérieur de la bande ($x < \frac{a}{2}$) et au facteur près $\frac{2\pi}{kD_1}$, l'image $f(x)$ en amplitude est donnée par :

$$f(x) = 1 + i(1-p)\varphi$$

et à l'extérieur de la bande $\left[\frac{a}{2} < x < \frac{D_1}{2}\right]$ par :

$$f(x) = 1 - ip\varphi.$$

La structure de $f(x)$ est indiquée sur la figure 4.

On peut considérer l'image comme résultant de la superposition de

Fig. 4.

deux ondes en quadrature; l'une due à l'image directe (courbe 1) a une amplitude constante égale à l'amplitude dans la pupille D_1 sup-

posée parfaite et sans variation de phase; l'autre (courbe 2) dessine les variations de phase introduites par l'objet.

Si l'objectif O_2 a une ouverture finie, suffisante toutefois pour laisser passer les premières franges de diffraction du second terme de l'équation (1, 11) (courbe 2 sur la figure 3), la structure de l'image correspondante est légèrement modifiée et a un aspect analogue à celui de la figure 5. Les discontinuités sont supprimées et remplacées par des

Fig. 5.

ondulations dues à la diffraction. Si l'objet observé, en l'occurrence la bande, est petit par rapport à la pupille, la lumière diffractée par l'ouverture entière (1^{er} terme de l'équation 1, 11) est beaucoup moins étalée que celle diffractée par le petit objet. Dans ces conditions, le phénomène de diffraction dû à l'ouverture entière n'est pratiquement pas altéré par le diaphragme D_2 et l'amplitude dans l'image correspondante reste à très peu près la même.

§ 2) CAS D'UN OBJET

A STRUCTURE PÉRIODIQUE: RÉSEAU DE PHASE

Considérons un objet formé par une lame à faces parallèles sur laquelle on a déposé une série de petites bandes rectangulaires parallèles les unes aux autres, et séparées par des intervalles d'air de même dimension. Ces bandes, supposées en très grand nombre, ont une épaisseur e et un indice n et leur longueur est très grande par rapport à leur largeur. L'axe O_1y (fig. 1) est parallèle aux bandes et la fonction $\varphi(x, y)$, indépendante de y , est une fonction périodique de la seule variable x . Un tel objet, appelé réseau de phase, donne à la

fonction $\varphi(x)$ l'allure indiquée sur la figure 6. Ce réseau est placé au voisinage de l'objectif D_1 (fig. 1), que nous supposons limité par une ouverture rectangulaire de largeur D_1 .

Soit a la largeur d'un trait, si la direction u correspond à un maximum d'ordre n , on a (fig. 6) :

$$O'H = n\lambda = 2a \cdot u,$$

d'où :

$$k\delta' = \frac{n\pi x}{a},$$

n prenant les valeurs 0, 1, 3, 5, etc., car aux valeurs paires correspondent les minima nuls de la figure de diffraction d'une bande du

Fig. 6.

réseau. Les vibrations envoyées dans ces directions par toutes les bandes étant en phase, il suffit de calculer le mouvement vibratoire envoyé par deux bandes caractéristiques, soient AB et BA'.

Prenons, comme origine des phases, la phase moyenne définie par la condition (1, 4). Sur la bande AB la phase sera donc :

$$+\frac{\varphi}{2} = \frac{\pi(n-1)e}{\lambda}$$

et sur la bande BA' :

$$-\frac{\varphi}{2} = -\frac{\pi(n-1)e}{\lambda}.$$

L'expression (1, 3) prend la forme :

$$g(u) = \underbrace{\left(\cos \frac{\varphi}{2} + i \sin \frac{\varphi}{2} \right) \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} e^{i \frac{n\pi x}{a}} dx}_{\text{action de la bande AB}} + \underbrace{\left(\cos \frac{\varphi}{2} - i \sin \frac{\varphi}{2} \right) \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} e^{i \left(\frac{n\pi x}{a} + n\pi \right)} dx}_{\text{action de la bande BA}'}$$

car lorsque l'on passe d'un point de AB au point correspondant du trait suivant BA', la phase augmente de $n\pi$ pour le spectre du n° ordre.

L'équation précédente peut s'écrire :

$$g(u) = (1 + e^{in\pi}) \cos \frac{\varphi}{2} \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} e^{i \frac{n\pi x}{a}} dx + i(1 - e^{in\pi}) \sin \frac{\varphi}{2} \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} e^{i \frac{n\pi x}{a}} dx.$$

Explicitons le terme correspondant à $n=0$, c'est-à-dire l'image directe.

On a :

$$g(0) = 2a \cos \frac{\varphi}{2},$$

d'où :

$$(1, 12) \quad g(u) = 2a \cos \frac{\varphi}{2} + i \frac{4a}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \cdot \sin \frac{\varphi}{2},$$

n prenant maintenant les valeurs 1, 3, 5, etc.

La figure de diffraction se compose donc de l'image directe, encadrée de chaque côté par les spectres des différents ordres.

Si l'objectif O_2 a une ouverture infinie, l'image du réseau est alors donnée par :

$$f(x) = 2a \cos \frac{\varphi}{2} + i \frac{4a}{\pi} \sin \frac{\varphi}{2} \left[\left(e^{i \frac{\pi x}{a}} + e^{-i \frac{\pi x}{a}} \right) - \frac{1}{3} \left(e^{i \frac{3\pi x}{a}} + e^{-i \frac{3\pi x}{a}} \right) + \dots \right],$$

ou encore :

(1, 13)

$$f(x) = 2a \cos \frac{\varphi}{2} + i \frac{8a}{\pi} \sin \frac{\varphi}{2} \left(\cos \frac{\pi x}{a} - \frac{1}{3} \cos \frac{3\pi x}{a} + \frac{1}{5} \cos \frac{5\pi x}{a} + \dots \right).$$

Comme précédemment, l'image résulte de la superposition de deux ondes en quadrature. L'une correspond à l'image directe, l'autre à l'action des différents spectres représentés par la série de Fourier du

Fig. 7.

second membre, c'est-à-dire par une fonction périodique de période $2a$ oscillant entre les valeurs $+\frac{\pi}{4}$ et $-\frac{\pi}{4}$ (fig. 7). L'objectif O_2 ayant une ouverture finie, les termes supérieurs de cette série sont arrêtés, les discontinuités dans la figure 7 sont supprimées et remplacées par des ondulations, comme dans l'exemple du paragraphe précédent.

§ 3) REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

Soit un point O pris comme origine (fig. 8). A partir de ce point, portons des vecteurs $OM_1, OM_2, \dots$, dont les longueurs sont proportionnelles aux amplitudes lumineuses en différents points $M_1, M_2, \dots$ de l'objet. Ces vecteurs font avec un axe origine OX des angles $\varphi_1, \varphi_2, \dots$ représentant les phases en ces mêmes points. L'objet étant parfaitement transparent, les extrémités $M_1, M_2, M_3, \dots$ de ces vecteurs se trouvent sur un même cercle de centre O . On prend comme axe OX l'axe défini par la condition (1, 4). Les points situés sur cet axe correspondent aux parties réelles des vibrations, les parties imaginaires étant représentées par les points de l'axe OY . Si toute la lumière diffractée par l'objet est recueillie par l'objectif O_2 , le diagramme précédent représente

également les amplitudes et les phases dans l'image. En un point de l'image correspondant au point M_1 de l'objet, l'amplitude est donnée par la longueur du vecteur OM_1 , la phase par l'angle φ_1 . Soit OC la valeur moyenne m de $\cos \varphi$: on peut décomposer le mouvement vibratoire au point M_1 de la façon suivante : la partie imaginaire est donnée par la projection M_1H et la partie réelle peut s'écrire :

Fig. 8.

$$\overline{OH} = \overline{OC} + \overline{CH}.$$

OC est constant

pour l'objet considéré et représente l'onde due à l'image directe, c'est l'amplitude de la pupille sans variation de phase réduite dans le rapport m .

Si les variations de phase introduites par l'objet sont petites, les points $M_1, M_2, \dots M_j, \dots$ sont très voisins du point M . Le point C est pratiquement confondu avec M . Dans ces conditions, le mouvement vibratoire en un point quelconque M_i de l'image peut être décomposé en une partie réelle OM , qui n'est autre que l'amplitude due à la pupille sans variation de phase, et une partie imaginaire MM_i , proportionnelle à la phase. C'est ce qu'exprime la relation (1, 10).

Dans le cas du réseau considéré au paragraphe précédent, la phase passe brusquement de $-\frac{\varphi}{2}$ à $+\frac{\varphi}{2}$, le point représentatif passe de la position M_R à la position symétrique M'_R . Le mouvement vibratoire dans l'image du réseau peut donc être décomposé de la même façon en une partie réelle OH_R due à l'image centrale ($n=0$) et une partie imaginaire qui est, soit $H_R M_R$, soit $H_R M'_R$. C'est bien le résultat obtenu sous forme algébrique par l'équation (1, 13) puisque ;

$$\frac{4}{\pi} \left(\cos \frac{\pi x}{a} - \frac{1}{3} \cos \frac{3\pi x}{a} + \dots \right) = \pm 1.$$

CHAPITRE II

MÉTHODES D'OBSERVATION DES OBJETS TRANSPARENTS

§ 1. — STRIOSCOPIE

Soit un objet transparent à l'intérieur duquel la distribution des phases est quelconque. Observons son image au moyen du dispositif représenté par la figure 1. Si l'objectif O_2 recueille toute la lumière diffractée par l'objet, l'amplitude complexe en un point quelconque de l'image est donnée par la relation (1, 8) :

$$f(x, y) = m + [(\cos \varphi - m) + i \sin \varphi].$$

On sait que le terme entre crochets du second membre correspond à un phénomène de diffraction d'amplitude nulle en O_2 . Sous certaines réserves qui seront précisées plus loin, on peut imaginer qu'un petit écran opaque placé en O_2 arrête seulement la figure de diffraction de l'ouverture entière, sans modifier le phénomène de diffraction correspondant aux irrégularités de l'objet. Ceci est possible, puisque la lumière diffractée s'étale loin autour de l'image directe et que l'écran opaque est placé dans une région où l'amplitude de la lumière diffractée est nulle ou très faible.

L'amplitude en un point quelconque de l'image peut alors s'écrire :

$$f(x, y) = (\cos \varphi - m) + i \sin \varphi.$$

Si φ reste petit, on a :

$$m = 1 \quad \text{et} \quad f(x, y) \simeq i\varphi,$$

d'où l'intensité :

(2, 1)

$$\boxed{I \simeq \varphi^2(x, y)}.$$

L'intensité en un point quelconque de l'image est donc proportionnelle au carré de la différence entre la phase au point considéré et la phase moyenne sur la pupille. Elle est nulle en tous les points où la phase est égale à la phase moyenne.

Si les variations locales de phase intéressent seulement une petite partie de la pupille, la phase moyenne du fond de la pupille est pratiquement nulle. Dans ce cas, l'intensité de l'image est proportionnelle au carré de la différence de phase introduite par l'élément considéré.

On peut essayer de traduire ces résultats de façon plus suggestive en faisant intervenir la notion de contraste. Soient I_1 l'intensité d'une région de l'image correspondant à une petite variation de phase φ et I_2 l'intensité du fond de l'image. On appelle contraste de l'élément considéré par rapport au fond de la pupille, la quantité :

$$\gamma = \frac{I_1 - I_2}{I_1}.$$

Le maximum de visibilité correspond à un contraste 1, c'est-à-dire au cas où l'élément, quelle que soit son intensité, se détache sur un fond noir. Si le contraste est nul, l'élément a même intensité que le reste de l'image et devient invisible. Dans le cas d'un objet introduisant de très nombreuses variations locales de phase, la relation (2, 1) montre que le contraste des éléments locaux sera très faible, tout le champ apparaîtra sillonné de franges noires dessinant les régions où la phase est égale à la phase moyenne.

Au contraire, si l'objet se compose d'un très petit nombre d'éléments où la phase est différente de celle du reste de l'objet, la phase moyenne du fond de la pupille étant peu différente de zéro, on aura :

$$I_2 = 0,$$

d'où :

$$\gamma = 1.$$

Les éléments ont le maximum de visibilité, mais leur intensité est très faible et il est nécessaire d'employer une source lumineuse très intense. Appliquons ces résultats d'abord à l'exemple du paragraphe I, ensuite au réseau de phase.

a) *Observation strioscopique d'une très petite bande isolée.*

C'est l'objet considéré au paragraphe 1. D'après la figure 3, on voit que si l'on arrête la partie centrale de l'image directe par un écran opaque, on modifie très peu la courbe 2 correspondant à la lumière diffractée par la bande.

L'image est alors donnée par la transformée de Fourier de $g(u)$:

$$(2, 2) \quad g(u) = ip\varphi \left[\frac{\sin \frac{kua}{2}}{\frac{kua}{2}} - \frac{\sin \frac{kuD_1}{2}}{\frac{kuD_1}{2}} \right],$$

le premier terme du second membre de l'équation (1, 11) étant supprimé par la présence de l'écran opaque.

D'après les résultats obtenus page 16, l'amplitude à l'intérieur de la bande $\left(x < \frac{a}{2}\right)$ est donnée par

$$f(x) = i(1-p)\varphi$$

et à l'extérieur de la bande $\left(\frac{a}{2} < x < \frac{D_1}{2}\right)$ par

$$f(x) = -ip\varphi.$$

La transformée de l'expression (2, 2) est alors représentée par la courbe 2 de la figure 16. Pour avoir la répartition des intensités dans l'image, il suffit d'élever au carré les ordonnées de la courbe 2. On obtient ainsi la figure 9. Comme p est petit, l'image de la bande est vue avec un contraste :

$$(2, 3) \quad \gamma = \frac{(1-p)^2\varphi^2 - p^2\varphi^2}{(1-p)^2\varphi^2} \simeq 1.$$

En fait, l'écran opaque n'arrête pas toute l'image directe, dont une faible partie se répand sur l'image. Le voile parasite ainsi produit est en général très faible, car la presque totalité de la lumière directe non arrêtée par l'écran opaque se rassemble sur les bords de l'image [5].

Caractérisons la position de l'écran opaque par les valeurs u_1 et u_2 du paramètre u . Si l'ouverture de l'objectif O_2 (fig. 3) est infinie, l'ampli-

Fig. 9..

tude due au voile parasite en un point d'abscisse x à l'intérieur de l'image est donnée d'après l'équation (I, II) par l'expression :

$$f(x) = \int_{-\infty}^{u_1} \frac{\sin \frac{kuD_1}{2}}{\frac{kuD_1}{2}} e^{-ik\delta'} du + \int_{u_2}^{\infty} \frac{\sin \frac{kuD_1}{2}}{\frac{kuD_1}{2}} e^{-ik\delta'} du,$$

ou encore :

$$f(x) = A_1 - \int_{u_1}^{u_2} \frac{\sin \frac{kuD_1}{2}}{\frac{kuD_1}{2}} e^{-ik\delta'} du.$$

Des intégrales de ce type ont été calculées dans différents cas par M. Duffieux [6] au moyen des fonctions sinus-intégral et cosinus-intégral. L'écran opaque étant disposé symétriquement par rapport à l'axe, on pose :

$$u_1 = -u_2 = -u_e,$$

$$\alpha_e = \frac{\pi u_e D_1}{\lambda}, \quad t = \frac{2x}{D_1}.$$

L'intégrale précédente peut être décomposée en sommes de sinus et on obtient facilement au moyen du sinus-intégral et au facteur près λ :

$$(2, 4) \quad f(x) = 1 - \frac{1}{\pi} [\text{Si}(t + t)\alpha_e + \text{Si}|1 - t|\alpha_e] \quad (t < 1).$$

Si $\alpha_c = \pi$, on masque seulement la tache centrale ; si $\alpha_c = 2\pi$, on masque la tache centrale et la première frange, etc.

L'expression (2, 4) est purement réelle et en quadrature avec la partie imaginaire $i\varphi$. Si on élève au carré pour obtenir l'intensité, il faut donc tenir compte du terme en φ^2 que l'on a négligé en posant $\cos \varphi \simeq 1$ dans l'équation (1, 9).

Or ce terme a pour limite supérieure $\varphi^2/2$ et s'introduit par son double produit avec l'expression (2, 4) dans le calcul de l'intensité. Comme, d'autre part, les valeurs données par l'équation (2, 4) sont toujours très petites (on masque au moins la tache centrale), ce terme peut être négligé par rapport à φ^2 dans l'expression de l'intensité lumineuse.

L'intensité du voile parasite dans la région centrale est donc pratiquement donnée par :

$$f^2(x) \simeq \left[1 - \frac{2 \operatorname{Si}(\alpha_c)}{\pi} \right]^2 ;$$

elle est toujours très faible, comme l'indique le tableau ci-dessous :

$\frac{\alpha_c}{\pi}$	$f^2(x)$
0,64	0
1	0,032
1,56	0
2	0,008

Pour explorer toute l'image, il faut utiliser la relation (2, 4), que l'on doit remplacer par l'équation :

$$(2, 5) \quad f(x) = \frac{1}{\pi} [\operatorname{Si}(1+t)\alpha_c - \operatorname{Si}|1-t|\alpha_c],$$

si l'on étudie ce qui se passe en dehors de l'image géométrique ($t > 1$).

La figure 10 montre la répartition des intensités pour $\alpha_c = \pi$, c'est-à-dire lorsque l'écran opaque masque juste la tache centrale. On voit que le voile parasite est faible sur l'ensemble de l'image, sauf sur le bord géométrique, qui rassemble la presque totalité de l'énergie. Par conséquent, si la bande centrale observée est très étroite, l'intensité à l'intérieur de la bande sera égale à :

$$f^2(x) + \varphi^2$$

et à l'extérieur de la bande, sans qu'on s'en éloigne trop, par :

$$f^2(x);$$

d'où le contraste :

$$\gamma = \frac{\varphi^2}{\left[1 - \frac{2 \operatorname{Si}(x_e)}{\pi}\right]^2 + \varphi^2}.$$

Le contraste passe donc par des maxima égaux à 1 et des minima qui peuvent s'abaisser au-dessous du minimum de contraste perceptible

Fig. 10.

par l'œil si φ devient très petit. En fait, on utilise dans la pratique, non des sources ponctuelles, mais des sources à diamètre apparent fini. Pour les points situés sur les bords de l'image géométrique de la source, on est dans les mêmes conditions que précédemment du point de vue diaphragmation par l'écran opaque. Par contre, pour les points situés à l'intérieur de l'image géométrique de la source, tout se passe comme si la diaphragmation s'étendait beaucoup plus loin. Les intensités au centre de l'image de la bande deviendront relativement moins importantes. Considérons par exemple une source rectangulaire dont les dimensions angulaires sont en largeur $1'$ et en hauteur $8'$, l'objectif D_1 (fig. 1) étant diaphragmé par un carré de 40 mm de côté. Les résultats du calcul sont représentés par la figure 11 sur laquelle les ordonnées donnent l'intensité parasite au centre de l'image et les

abscisses la largeur angulaire $2u_e$ de l'écran opaque [7]. On voit que ce dernier doit avoir une largeur angulaire au moins égale à $1'20''$ pour que l'intensité du voile parasite dans la région centrale n'excède

Fig. 11.

pas 10^{-4} (l'unité étant l'intensité de l'image lorsque l'écran est enlevé). Dans le cas d'une source ponctuelle avec un écran de $20''$ de largeur, c'est-à-dire dans des conditions analogues aux précédentes, l'intensité parasite pourrait atteindre $4 \cdot 10^{-3}$.

b) Observation strioscopique d'une bande de largeur non petite.

Si on observe dans les conditions précédentes un objet couvrant une partie importante de la pupille, seule la lumière diffractée lointaine contribuera à former l'image. On ne verra alors que les régions correspondant aux discontinuités. Considérons en effet une bande de largeur non petite devant la pupille : supposons l'ouverture de l'objectif O_2 infinie et intégrons l'expression (2, 2) dans la partie non masquée par l'écran opaque. Nous avons :

$$f(x) = ip_{\Phi} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \frac{kua}{2}}{\frac{kua}{2}} e^{-ik\delta'} du - \int_{u_1}^{u_2} \frac{\sin \frac{kua}{2}}{\frac{kua}{2}} e^{-ik\delta'} du \right. \\ \left. - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \frac{kuD_1}{2}}{\frac{kuD_1}{2}} e^{-ik\delta'} du + \int_{u_1}^{u_2} \frac{\sin \frac{kuD_1}{2}}{\frac{kuD_1}{2}} e^{-ik\delta'} du \right],$$

d'où, avec les notations précédentes et à un facteur constant près :

$$(2, 6) \quad f(x) = i\varphi \left\{ \begin{aligned} &[2\pi - 2 \operatorname{Si}(p + t)x_e - 2 \operatorname{Si}|p - t|\alpha_e] \\ &- p[2\pi - 2 \operatorname{Si}(1 + t)\alpha_e - 2 \operatorname{Si}|1 - t|\alpha_e] \end{aligned} \right\}$$

si $l < p \quad (l < 1),$

et :

$$(2, 7) \quad f(x) = i\varphi \left\{ \begin{aligned} &[2 \operatorname{Si}|p - t|\alpha_e - 2 \operatorname{Si}(p + t)x_e] \\ &- p[2\pi - 2 \operatorname{Si}(1 + t)\alpha_e - 2 \operatorname{Si}|1 - t|\alpha_e] \end{aligned} \right\}$$

si $l > p \quad (l < 1).$

Dans ces équations, on ne tient pas compte du voile parasite, qui pourra toujours être calculé par les relations (2, 4) et (2, 5). L'intensité en un point d'abscisse x est alors :

$$I(x) = \frac{f^2(x)}{4\pi^2}$$

où l'on prend comme unité l'intensité de l'image lorsque l'écran est enlevé. Prenons par exemple $a = \frac{D_i}{2}$ et $\alpha_e = 5\pi$, la répartition des intensités dans l'image de la bande est donnée par la figure 12. On ne

Fig. 12.

peut plus dire que l'on voit réellement la bande elle-même. Seules les régions où la phase varie brusquement sont marquées par des intensités plus fortes. Il faut donc réduire la largeur de l'écran opaque, ce qui peut entraîner une faible illumination du champ, d'après ce qui a été vu précédemment. Si φ est très petit, l'objet reste alors invisible, par suite d'une baisse générale de contraste.

c) *Observation strioscopique d'un réseau de phase.*

Si on place un réseau transparent du type précédent dans le plan P (fig. 1), le phénomène de diffraction en O_2 est représenté par l'expression (1, 12) et l'image en P' par (1, 13). Du fait même que les spectres sont à une certaine distance de l'image directe, il est possible d'occulter l'image directe par un écran opaque sans toucher aux spectres. Le premier terme de l'équation (1, 13) disparaît et la répartition des amplitudes dans l'image est donnée par :

$$(2, 8) \quad f(x) = \frac{8a}{\pi} \sin \frac{\varphi}{2} \left(\cos \frac{\pi x}{a} - \frac{1}{3} \cos \frac{3\pi x}{a} + \frac{1}{5} \cos \frac{5\pi x}{a} + \dots \right).$$

La distribution des intensités dans l'image du réseau est alors représentée par la figure 13. Cette image est donc marquée par des

Fig. 13.

minima nuls équidistants, qui dessinent les endroits où la phase est égale à la phase moyenne. On ne distingue pas les bandes d'épaisseur optique ne par rapport aux vides qui les séparent. Il n'en sera plus de même si la largeur des bandes devient différente de celle des vides. En supposant que les surépaisseurs ne occupent une surface petite par rapport à celle des intervalles d'air, elles seront vues avec un contraste voisin de l'unité pour les raisons indiquées au paragraphe 1.

d) *Représentation graphique de l'image strioscopique.*

Reprenons le diagramme de la figure 8. Si on masque l'image centrale, il faut retrancher le vecteur OC. L'origine du diagramme devient le point C lui-même. Les variations de phase se traduisent maintenant

par des variations d'amplitude. Si la phase est petite, les points représentatifs tels que M_i restent au voisinage du point M ; les variations de phase se transforment en variations proportionnelles d'amplitude. L'intensité en un point M_i de l'image est proportionnelle au carré du segment MM_i , c'est-à-dire au carré de la différence entre la phase moyenne et la phase au point considéré : on retrouve immédiatement le résultat donné par l'équation (2, 1).

Dans le cas du réseau précédent, si on occulte l'image centrale OH_R , l'origine devient le point H_R . L'amplitude dans l'image oscille entre $H_R M'_R$ et $H_R M_R$ en passant par la valeur zéro chaque fois que la phase est égale à la phase moyenne. L'intensité est donc constante en tous les points de l'image sauf dans les régions de discontinuité, où elle est nulle.

Considérons maintenant un réseau de phase où la largeur des bandes est faible devant celle des vides qui les séparent. Si φ est petit, pratiquement les points représentatifs M_i se trouveront tous d'un même côté par rapport à l'axe Ox : les bandes d'épaisseur optique ne auront une intensité proportionnelle à $\overline{MM_i^2}$, les intervalles d'air, une intensité nulle. L'image aura le contraste maximum.

§ 2) MÉTHODE DE FOUCAULT

Dans la méthode de Foucault le montage est le même que dans la méthode strioscopique, le seul changement réside dans la façon de diaphragmer le phénomène de diffraction. Dans la méthode strioscopique l'écran opaque et très étroit et masque seulement la tache centrale de la figure de diffraction. Dans la méthode de Foucault l'écran opaque n'est plus symétrique par rapport à l'axe. D'un côté il s'étend très loin dans le phénomène et de l'autre il s'arrête au voisinage de l'axe. C'est un véritable couteau qui coupe en deux le phénomène de diffraction : une moitié passe, l'autre est arrêtée.

a) *Observation d'une petite bande isolée.*

Plaçons maintenant en S' un écran opaque arrêtant non seulement une partie de la figure de diffraction due à l'onde parfaite, mais aussi toute la lumière diffractée s'étendant d'un même côté de l'axe. Consi-

dérons par exemple le cas de l'objet isolé du chapitre 1 (paragraphe 1) et prenons maintenant comme origine des phases, la phase correspondant au fond de la pupille. Pour φ quelconque, le phénomène de diffraction en S' (fig. 1) est donné par (1, 2) :

$$g(u) = \int_{-\frac{D_1}{2}}^{-\frac{a}{2}} e^{ik\delta'} dx + \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} e^{i\varphi} e^{ik\delta'} dx + \int_{+\frac{a}{2}}^{+\frac{D_1}{2}} e^{ik\delta'} dx$$

d'où :

$$g(u) = D_1 \frac{\sin \frac{kuD_1}{2}}{\frac{kuD_1}{2}} + a(e^{i\varphi} - 1) \frac{\sin \frac{kua}{2}}{\frac{kua}{2}}$$

et l'image :

$$f(x) = D_1 \int_{u_1}^{u_2} \frac{\sin \frac{kuD_1}{2}}{\frac{kuD_1}{2}} e^{-ik\delta'} du + a(e^{i\varphi} - 1) \int_{u_1}^{u_2} \frac{\sin \frac{kua}{2}}{\frac{kua}{2}} e^{-ik\delta'} du;$$

u_1 représente la limite jusqu'à laquelle s'étend l'écran opaque et u_2 la limite due à la diaphragmation par l'objectif O_2 .

Posons :

$$\alpha_2 = \frac{\pi u_2 D_1}{\lambda}$$

et faisons les hypothèses suivantes :

- 1) $u_1 = 0$ (l'écran opaque s'arrête juste sur l'axe),
- 2) α_2 est très grand.

La bande observée ayant une largeur très petite par rapport à celle de la pupille, si on se contente d'étudier une région dans laquelle l reste voisin de zéro, on obtient pour $l < p$:

$$(2, 9) \quad f(x) = \pi + (e^{i\varphi} - 1) \left[\text{Si}(p + l)\alpha_2 + \text{Si}|p - l|\alpha_2 + i \log \left| \frac{p + l}{p - l} \right| + i \text{Ci}|p - l|\alpha_2 - i \text{Ci}(p + l)\alpha_2 \right],$$

le signe Ci représentant la fonction cosinus-intégral.

Dans le cas où $t > p$ on change le signe de $\text{Si}(p - t)\alpha_2$.

Pour $t < 0$, $|t| < p$, on change le signe des termes imaginaires entre crochets, t étant pris en valeur absolue. Même chose lorsque $t < 0$, $|t| > p$, mais on change le signe de $\text{Si}|p - t|\alpha_2$.

Enfin pour $t = p$ on aura, β étant un nombre particulier égal à 1,781 [8] :

$$(2, 10) \quad f(x) = \pi + (e^{i\varphi} - 1)[\text{Si}(2p\alpha_2) + i \log(2p\alpha_2\beta) - i \text{Ci}(2\alpha_2 p)].$$

Fig. 14.

Si P et Q sont les parties réelle et imaginaire de $f(x)$, l'intensité sera donnée par :

$$I(x) = \frac{P^2 + Q^2}{4\pi^2},$$

l'unité étant l'intensité de l'image lorsque l'écran est enlevé.

La figure 14 montre les résultats pour $\varphi = \frac{\pi}{2}$ (courbe 1) et $\varphi = \frac{\pi}{10}$ (courbe 2) avec :

$$p = \frac{1}{500}, \quad \alpha_2 = 10^4.$$

La droite en trait ponctué montre l'intensité correspondant à la pupille parfaite sans objet, le bord de l'écran étant toujours arrêté sur l'axe. Là encore, les discontinuités de phase sont marquées par des maxima, mais l'image donne une apparence peu conforme à l'objet. Son aspect peut être interprété comme on le fait habituellement dans l'expérience de Foucault. On assimile l'objet à une petite bande d'épaisseur notable dont le relief apparaît grâce à un éclairage oblique, le bord situé du côté de la source fictive étant éclairé, et l'autre bord étant dans l'ombre. A part les modifications apportées par la diffraction, c'est ce que montre grossièrement la figure 14 sur laquelle la source équivalente serait placée du côté des x négatifs.

b) *Observation d'un réseau de phase.*

Supposons que l'écran opaque arrête tous les spectres situés d'un même côté par rapport à l'image centrale.

D'après l'équation (4, 12), l'image du réseau est donnée par la série :

$$f(x) = 2a \cos \frac{\varphi}{2} + i \frac{4a}{\pi} \sin \frac{\varphi}{2} \left[e^{i \frac{\pi x}{a}} + \frac{1}{3} e^{i \frac{3\pi x}{a}} + \frac{1}{5} e^{i \frac{5\pi x}{a}} + \dots \right].$$

Posons :

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \sin \frac{\pi x}{a} - \frac{1}{3} \sin \frac{3\pi x}{a} + \frac{1}{5} \sin \frac{5\pi x}{a} - \dots \\ \mathcal{B} &= \cos \frac{\pi x}{a} - \frac{1}{3} \cos \frac{3\pi x}{a} + \frac{1}{5} \cos \frac{5\pi x}{a} - \dots \end{aligned}$$

nous avons :

$$f(x) = 2a \cos \frac{\varphi}{2} - \frac{4a}{\pi} \mathcal{A} \sin \frac{\varphi}{2} + i \frac{4a}{\pi} \mathcal{B} \sin \frac{\varphi}{2},$$

d'où la distribution des intensités dans l'image quand on prend comme unité l'intensité lorsque l'écran est enlevé, ou, ce qui revient au même ici, lorsque $\varphi = 0$:

$$I(x) = \cos^2 \frac{\varphi}{2} + \frac{4}{\pi^2} (\mathcal{A}^2 + \mathcal{B}^2) \sin^2 \frac{\varphi}{2} - \frac{2}{\pi} \mathcal{A} \sin \varphi.$$

La figure 15 montre les résultats lorsque l'on admet seulement l'image centrale et 8 spectres situés d'un même côté. La courbe en

Fig. 15.

trait plein se rapporte à une différence de phase $\varphi = \frac{\pi}{2}$, la courbe en trait ponctué à une différence de phase $\varphi = \frac{\pi}{10}$. On retrouve un aspect analogue à celui de la bande précédente, mais se répétant périodiquement.

§ 3) DÉFAUT DE MISE AU POINT

Pour observer les objets transparents, les microscopistes utilisent depuis longtemps la méthode qui consiste à s'écarter très légèrement du plan de mise au point. La distribution des phases est modifiée et une structure apparaît, qui n'est d'ailleurs pas toujours conforme à l'objet.

a) Observation d'une petite bande isolée.

Reprenons la figure 1 et posons :

$$O_1O_2 = O_2P' = r.$$

Si on observe l'image dans un plan situé à la distance δx du plan

P' , la différence de phase introduite par le défaut de mise au point est proportionnelle à ζ^2 et peut s'écrire :

$$\Phi = k \frac{\delta x}{2r^2} \zeta^2 = k \frac{\delta x}{2} u^2,$$

d'où en posant :

$$\rho = \frac{2\delta x}{kD_1^2} \quad \text{et} \quad \alpha = \frac{\pi u D_1}{\lambda},$$

on tire :

$$\Phi = \rho x^2.$$

L'image est donnée par :

$$f(x) = \int_{-\theta}^{+\theta} \frac{\sin \alpha}{\alpha} e^{i t \alpha} e^{i \rho x^2} d\alpha + p(e^{i \rho} - 1) \int_{-\theta}^{+\theta} \frac{\sin p\alpha}{p\alpha} e^{i t \alpha} e^{i \rho x^2} d\alpha,$$

θ correspondant au bord de l'objectif O_2 (fig. 1) diaphragmé symétriquement par rapport à l'axe. Dans cette expression, les termes conte-

Fig. 16.

nant $\sin t\alpha$ disparaissent et l'image $f(x)$ est déterminée seulement par 4 intégrales. La figure 16 montre les résultats obtenus graphiquement dans le cas suivant :

$$\rho\theta^2 = \frac{\pi}{2}, \quad \theta = 6\pi, \quad p = \frac{1}{10}.$$

L'image ne permet pas de tirer de conclusion quant à la forme de l'objet, elle révèle simplement sa présence. L'observateur, fixant alors attentivement une fausse image analogue à celle de la figure 16, peut se rapprocher le plus près possible de la mise au point exacte et percevoir ainsi des détails à peu près conformes à l'objet, qu'il n'aurait pu voir tout d'abord, faute d'un contraste suffisant.

b) Observation d'un réseau de phase.

Si la direction u correspond au spectre d'ordre n , la différence de phase due à un défaut de mise au point δx peut s'écrire ici :

$$\Phi = k \frac{\delta x}{2} u^2 = \rho n^2,$$

avec :

$$u = \frac{n\lambda}{2a}, \quad \rho = \frac{\lambda \delta x}{4a^2} \pi,$$

ρ représentant la différence de phase pour le premier spectre. D'après le chapitre 1 (paragraphe 2), l'image du réseau dans le plan situé à la distance δx du plan de mise au point exacte, est donnée par :

$$f(x) = 2a \cos \frac{\varphi}{2} + i \frac{4a}{\pi} \sin \frac{\varphi}{2} \left[\left(e^{i\frac{\pi x}{a}} + e^{-i\frac{\pi x}{a}} \right) e^{i\rho} - \frac{1}{3} \left(e^{i\frac{3\pi x}{a}} + e^{-i\frac{3\pi x}{a}} \right) e^{3\rho} + \dots \right],$$

d'où

$$f(x) = 2a \cos \frac{\varphi}{2} - \frac{8a}{\pi} \sin \frac{\varphi}{2} \left[\cos \frac{\pi x}{a} \sin \rho - \frac{1}{3} \cos \frac{3\pi x}{a} \sin 3\rho + \dots \right] + i \frac{8a}{\pi} \sin \frac{\varphi}{2} \left[\cos \frac{\pi x}{a} \cos \rho - \frac{1}{3} \cos \frac{3\pi x}{a} \cos 3\rho + \dots \right].$$

La figure 17 montre les résultats quand on prend 8 spectres de part et d'autre de l'image centrale et pour :

$$\varphi = \frac{\pi}{2}, \quad \rho n^2 = \frac{\pi}{2} \quad (n = 8).$$

L'image du réseau apparaît avec un léger contraste d'environ 1/10. Les discontinuités de phase sont marquées par des minima, qui existent d'ailleurs dans l'image de parfaite mise au point. Ces franges grises proviennent simplement de la suppression des spectres d'ordre supérieur ; elles seront d'autant plus fines que le nombre des spectres

Fig. 17.

Fig. 18.

admis par l'objectif O_2 (fig. 1) sera plus grand. L'image, qui est à peu près semblable à l'objet, varie rapidement avec ρ et n , comme le montre la figure 10. On admet ici un seul spectre de part et d'autre de l'image centrale et les différences de phase sont :

$$\varphi = \frac{\pi}{2}, \quad \rho n^2 = \frac{\pi}{2} \quad (n = 1).$$

La structure obtenue montre un contraste beaucoup plus accusé que dans le cas précédent et de sens inverse. Dans la pratique, les sources utilisées ont toujours un diamètre apparent fini, l'image résulte alors de la superposition des figures précédentes correspondant aux différents points de la source supposés en incohérence de phase. Le contraste de l'image tombe rapidement. Pour éviter cet inconvénient, les microscopistes ont l'habitude de réduire fortement l'ouverture du diaphragme du condenseur. On obtient ainsi un cône de lumière très étroit, qui permet de se replacer dans des conditions voisines de l'éclairage en lumière cohérente.

CHAPITRE III

LE CONTRASTE DE PHASE [9]

§ 1) PRINCIPE DE LA MÉTHODE

D'après ce qui précède, l'image d'un objet transparent introduisant seulement des variations locales de phase dues à des variations d'indice ou d'épaisseur est donnée par l'expression (1, 8) :

$$f(x, y) = m + [(\cos \varphi - m) + i \sin \varphi].$$

Le second terme entre crochets représente l'onde diffractée par les irrégularités de l'objet. Il correspond à un phénomène de diffraction d'amplitude nulle à l'origine ; la lumière diffractée par les irrégularités étudiées s'étend autour du phénomène de diffraction correspondant à l'onde parfaite représentée par le premier terme. Si la phase φ est petite, on peut écrire :

$$(3, 4) \quad f(x, y) \simeq 1 + i\varphi.$$

Dans la méthode strioscopique, on place un petit écran opaque qui masque la partie centrale du phénomène de diffraction dû à l'onde parfaite. Ceci permet de faire apparaître les variations de phase sous forme de variations d'intensité. Dans la méthode du contraste de phase, on ne supprime pas l'onde parfaite représentée par le premier terme de (3, 4), on modifie simplement sa phase. Pour transformer intégralement les variations de phase en variations d'amplitude, l'expression (3, 4) montre qu'il suffit de changer la phase de l'onde parfaite de $\frac{\pi}{2}$ par rapport à la phase de l'onde diffractée par les irrégularités.

Retardons l'onde diffractée de $\frac{\pi}{2}$ par rapport à l'onde directe en multipliant le dernier terme de $(\frac{3,1}{4,3})^2$ par $-i$, nous avons :

$$f(x, y) \simeq 1 + \varphi ;$$

d'après les approximations faites, l'intensité est donnée par :

$$I = f^2(x, y) = 1 + 2\varphi :$$

à une phase positive (avance de phase sur la surface d'onde) correspond une augmentation d'intensité, le contraste de phase est positif. Retardons maintenant l'onde directe :

$$f(x, y) \simeq -i + i\varphi,$$

d'où :

$$I = 1 - 2\varphi :$$

à une phase positive correspond cette fois une diminution d'intensité, le contraste de phase est négatif.

Si on examine un objet transparent, les régions où l'indice est supérieur à l'indice moyen apparaîtront plus sombres que le reste de l'image dans le premier cas (contraste de phase positif) et plus claires dans le second cas (contraste de phase négatif). On peut faire la réalisation pratique du changement de phase de l'onde directe (onde parfaite) par rapport à l'onde diffractée en remplaçant l'écran opaque du montage strioscopique par une petite lame transparente d'épaisseur optique ne convenable, dite « lame de phase ».

On a vu en effet que la lumière diffractée s'étendant autour de l'image directe, il était possible d'agir sur l'un des phénomènes sans modifier l'autre.

Si on a :

$$(n - 1)e = \frac{\lambda}{4},$$

la lumière qui traverse la lame de phase (onde directe) est retardée de $\frac{\lambda}{4}$ et en phase de $\frac{\pi}{2}$, on obtient un contraste de phase négatif.

Si on a :

$$(n - 1)e = \frac{3\lambda}{4},$$

l'onde directe est retardée de $\frac{3\pi}{2}$, ce qui équivaut à une avance de $\frac{\pi}{2}$ par rapport à la lumière diffractée par les irrégularités. L'image est vue avec un contraste de phase positif.

Dans les deux cas, le contraste entre une région correspondant à un accident de phase φ et le fond de l'image sera :

$$\gamma = \frac{2\varphi}{1 + 2\varphi} \simeq 2\varphi ;$$

comme l'œil parfait ne peut percevoir deux plages dont le contraste est inférieur à 0,02 environ, on ne pourra mettre en évidence que des objets produisant une différence de phase 2φ au moins égale à 10^{-2} radian, soit une différence de marche de 10 angströms environ.

En fait, il faut avoir au moins un contraste 0,1 pour voir convenablement de petits détails, ce qui limite pratiquement la différence de marche minimum observable à 50 angströms.

On verra plus loin que la sensibilité de la méthode peut être augmentée par l'emploi de lames de phase absorbantes.

§ 2) REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

Considérons à nouveau le diagramme vectoriel du paragraphe 3, chapitre 1. Si les variations de phase sont petites, on a vu que le mouvement vibratoire en un point M_i de l'objet peut se décomposer en deux parties (fig. 19) ;

1) la vibration d'amplitude OM et de phase $\varphi = 0$: l'onde correspondante, qui est celle de l'objet sans variation de phase, donne l'image directe de la source ;

2) la vibration d'amplitude MM_i et de phase $\varphi = \frac{\pi}{2}$: l'onde correspondante donne naissance à la lumière diffractée qui s'étale autour de l'image directe.

Si l'objectif D_2 (fig. 1) a une ouverture suffisante, le diagramme précédent représente pratiquement les amplitudes et les phases dans l'image. Au point de l'image conjugué du point M_i , le mouvement vibratoire résulte alors de la composition des deux vibrations en qua-

drature OM et MM_i . Pour transformer les petites variations de phase en variations d'amplitude, il suffit de remettre en phase (ou en opposition) ces deux vibrations. Avançons la phase de l'onde directe de $\frac{\pi}{2}$. Le point O_1 devient ainsi la nouvelle origine de diagramme. L'amplitude est $O_1M + MM_i$ au point M_i et OM sur le fond de l'image. A une

Fig. 19.

phase positive (avance de phase sur la surface d'onde) correspond une augmentation d'intensité : le contraste de phase est positif. Dans le cas d'un objet transparent, un creux apparaîtra plus brillant, une bosse plus sombre que le reste de l'image.

Si on retarde l'onde directe, l'origine vient en O_2 . Les effets sont inverses des précédents, le contraste de phase est négatif.

§ 3) SENSIBILITÉ DE LA MÉTHODE

a) *Détails parfaitement transparents.*

Si l'objet comporte des détails caractérisés seulement par de petites variations de phase, le déphasage optimum est égal à $\frac{\pi}{2}$. En prenant

comme unité d'amplitude, l'amplitude de l'objet sans variation de phase, on a vu qu'en un point où la phase est φ on a l'intensité :

$$I_1 \simeq 1 + 2\varphi$$

et sur le fond de l'image :

$$I_2 \simeq 1.$$

d'où le contraste :

$$\gamma \simeq 2\varphi.$$

Le diagramme de la figure 19 montre immédiatement qu'il est possible d'augmenter le contraste en diminuant O_1M sans changer MM_1 . Pour réduire l'amplitude O_1M de la vibration directe, il suffit de rendre la lame de phase absorbante. Divisons l'intensité de la lumière directe par N , c'est-à-dire utilisons une lame de phase de densité d :

$$d \simeq \log_{10} N,$$

nous avons :

$$I_1 = \left(\frac{1}{\sqrt{N}} + \varphi \right)^2 = \frac{1}{N} (1 + 2\varphi\sqrt{N}),$$

$$I_2 = \frac{1}{N},$$

d'où le contraste :

$$\gamma = 2\varphi\sqrt{N}.$$

la sensibilité peut donc être considérablement augmentée. En principe si $N = 2500$ ($d = 3,4$) on pourra observer des différences de marche de 1Å avec un contraste 0,1.

b) Détails absorbants et détails transparents.

On peut avoir à observer à la fois des détails transparents caractérisés par des variations de phase, et des détails purement absorbants. C'est par exemple le cas de la plupart des préparations observées en microscopie. Dans ces conditions, il n'est pas toujours avantageux d'utiliser un déphasage de $\frac{\pi}{2}$. Considérons en effet le diagramme de la figure 19.

Si l'on a affaire à un détail purement absorbant, le point représen-

tatif M'_1 se déplace le long de OM. Dans le cas où l'absorption est faible, le point M'_1 reste au voisinage du point M et l'amplitude moyenne sur la pupille reste égale à OM. Le fait de changer la phase de l'onde directe de $\frac{\pi}{2}$ peut entraîner la disparition du détail observé, car :

$$O_1M \simeq O_1M'_1.$$

Introduisons une différence de phase quelconque ν au lieu du déphasage de $\frac{\pi}{2}$. L'image en amplitude, donnée par l'expression (1,3), devient :

$$f(x, y) \simeq 1 + e^{i\left(\frac{\pi}{2} - \nu\right)\varphi}.$$

En un point où la phase est φ , l'intensité est :

$$I_1 \simeq 1 + 2\varphi \sin \nu.$$

et sur le fond de l'image :

$$I_2 \simeq 1,$$

d'où le contraste :

$$\gamma = \frac{2\varphi \sin \nu}{1 + 2\varphi \sin \nu} \simeq 2\varphi \sin \nu.$$

Dans le cas d'une lame de phase absorbante de densité $d = \log_{10} N$ on a :

$$\gamma = \frac{2\varphi \sin \nu}{\frac{1}{\sqrt{N}} + 2\varphi \sin \nu} \simeq 2\varphi \sqrt{N} \sin \nu:$$

le contraste est évidemment toujours plus petit que si on opère en contraste de phase pur ($\nu = \frac{\pi}{2}$).

Prenons par exemple $\varphi = 6^\circ$ (différence de marche de 100 Å) et $N = 1$; la courbe 1 de la figure 20 montre les variations du contraste en fonction de ν .

Considérons maintenant un détail purement absorbant. Le point représentatif M'_1 a une position telle que l'on ait par exemple :

$$OM'_1 = 0,95,$$

ce qui correspond à un contraste du détail observé par rapport au reste de l'objet :

$$\gamma = 1 - (0,95)^2 = 0,1.$$

Si l'origine du diagramme vient en un point quelconque O' , c'est-à-dire si l'on introduit une différence de phase ν sans absorption, on a (fig. 19) :

$$\overline{O'M_1^2} \approx 1 - 0,1 \cos \nu,$$

le contraste du détail devient dans ces conditions :

$$\gamma = 0,1 \cos \nu,$$

ses variations sont représentées par la courbe 2 de la figure 20 ; le

Fig. 20

contraste de l'objet purement absorbant est pratiquement nul lorsque l'on est dans les meilleures conditions de visibilité de l'objet transparent.

Dans le cas présent, le déphasage convenant le mieux pour l'observation simultanée de ces deux objets sera d'environ $\nu' = \frac{\pi}{4}$. L'emploi d'une lame de phase à caractéristiques variables, permettant de faire varier et la phase et l'absorption, peut donc être très utile pour l'étude complète d'un objet complexe. Nous donnerons plus loin la description détaillée de lames de phase répondant à ces deux conditions.

§ 4) OBSERVATION D'UNE PETITE BANDE TRANSPARENTE

Si l'objet observé comporte une petite bande transparente de largeur a , le phénomène de diffraction dans le plan conjugué de la source est donné par l'équation (1, 11).

Introduisons une différence de phase de $\frac{\pi}{2}$ entre l'onde directe et l'onde diffractée. Le facteur i disparaît et l'équation (1, 11) devient, dans le cas du contraste de phase positif :

$$(3, 2) \quad g(u) = \frac{\sin \frac{kuD_1}{2}}{\frac{kuD_1}{2}} + p\varphi \left[\frac{\sin \frac{ku a}{2}}{\frac{ku a}{2}} - \frac{\sin \frac{kuD_1}{2}}{\frac{kuD_1}{2}} \right].$$

D'après les notations de la page 16, l'image $f(x)$ sera représentée par l'expression :

$$f(x) = A_1 + p\varphi[A_2 - A_1],$$

d'où à l'intérieur de l'image de la bande $\left(x < \frac{a}{2}\right)$ et au facteur près $\frac{2\pi}{kD_1}$:

$$f(x) = 1 + (1 - p)\varphi \simeq 1 + \varphi$$

et en dehors de l'image de la bande $\left(\frac{a}{2} < x < \frac{D_1}{2}\right)$

$$f(x) = 1 - p\varphi \simeq 1.$$

L'image en intensité est représentée par la figure 21 et son contraste est égal à 2φ . La lame de phase a toujours une certaine largeur et sa présence entraîne une diaphragmation de la lumière diffractée. Ce phénomène qui ne change pas le contraste de l'image fait seulement apparaître des franges sombres larges de chaque côté de l'objet. Ce phénomène négligé sur la figure 21 sera étudié un peu plus loin.

Si la lame de phase est absorbante, les ordonnées sont réduites comme il a été précisé au paragraphe 3 et le contraste est augmenté.

Dans le calcul précédent, on suppose que tout le phénomène de diffraction dû à l'onde directe est déphasé par rapport à l'onde diffractée,

ce qui ne peut avoir lieu. Une partie des franges d'ordre supérieur passe à côté de la lame de phase. Si la lame de phase est transparente, il n'en résulte qu'une baisse de contraste négligeable.

Dans le cas d'une lame de phase absorbante, il n'en est plus ainsi.

Supposons que la lame de phase couvre juste la tache centrale ($\alpha_c = \pi$)

et soit $d = 1$ sa densité ($N = 100$).

On obtient un contraste :

$$\gamma \approx 5\varphi,$$

alors que la formule du paragraphe 3 donne :

$$\gamma \approx 20\varphi.$$

Fig. 21.

Le contraste varie d'ailleurs avec la largeur de la lame de phase, comme il a été vu à propos de la strioscopie. Si la lame de phase s'étend un peu loin dans le phénomène de diffraction, les écarts avec la formule $2\varphi\sqrt{N}$ deviennent de plus en plus petits. Pour $\alpha_c = 5\pi$ le contraste devient égal à 18φ dans l'exemple précédent.

§ 5) OBSERVATION D'UN RÉSEAU DE PHASE

Considérons le réseau de phase du paragraphe 2 (chapitre 1) et introduisons une différence de phase de $\frac{\pi}{2}$ entre l'onde directe et l'onde correspondant à l'action des différents spectres. Dans le cas du contraste de phase positif, l'image du réseau devient d'après l'équation (1, 13):

$$f(x) = 2a \cos \frac{\varphi}{2} + \frac{8a}{\pi} \sin \frac{\varphi}{2} \left(\cos \frac{\pi x}{a} - \frac{1}{3} \cos \frac{3\pi x}{a} + \dots \right).$$

La série entre parenthèses oscillant entre $-\frac{\pi}{4}$ et $+\frac{\pi}{4}$, les traits correspondant à une avance de phase sont vus avec une intensité :

$$I_1 = 4a^2(1 + \sin \varphi);$$

ceux correspondant à un retard de phase, avec l'intensité :

$$I_2 = 4a^2(1 - \sin \varphi).$$

L'aspect de l'image est représenté par la figure 22. Son contraste est :

$$\gamma = \frac{2 \sin \varphi}{1 + \sin \varphi};$$

il est égal à l'unité pour $\varphi = \frac{\pi}{2}$. Si φ est petit, on a comme précé-

Fig. 22.

demment un contraste égal à 2φ si la lame de phase est transparente et $2\varphi\sqrt{N}$ si la lame de phase est absorbante.

§ 6) IMPORTANCE DES DIMENSIONS DE LA LAME DE PHASE

D'après ce qui précède, la lame de phase doit donc couvrir au moins la tache centrale du phénomène de diffraction direct. Si la largeur augmente, elle modifie la structure de la lumière diffractée et la représentation de l'objet qui lui donne naissance. Dans le cas d'une lame fortement absorbante, on retombe alors sur un phénomène analogue à la strioscopie avec un écran large. Le même fait se produit avec une lame de phase étroite lorsque les détails observés couvrent une partie importante de la pupille.

Dans les deux cas, ce sont les régions de discontinuité de la phase qui apparaissent si l'on a affaire à un objet analogue à la petite bande étudiée précédemment.

Un détail correspondant à une variation continue, non rapide, de la phase donne un phénomène de diffraction beaucoup plus ramassé que dans le cas précédent. Un tel détail peut alors disparaître complètement si la lame de phase absorbante s'étend trop dans le phénomène de diffraction.

On verra plus loin, à propos des applications de la méthode, qu'il est possible d'étudier toute une gamme de détails de différentes largeurs en enfonçant plus ou moins la lame de phase absorbante dans le phénomène de diffraction.

§ 7) SOURCE NON PONCTUELLE

a) Réseau de phase.

Dans le phénomène de diffraction donné par un réseau de phase, l'image directe est bien différenciée des spectres qui l'entourent. On peut donc prendre comme source une fente parallèle aux traits du réseau sans que l'image soit modifiée. Si l'on élargit la fente, l'image directe et les raies (spectres) s'élargissent.

Pour que la lame de phase puisse agir sur l'onde directe seule, il faut par conséquent que la lumière des spectres élargis ne recouvre pas l'image directe. La largeur de cette image, c'est-à-dire de la source, ne devra donc pas excéder la moitié de la distance séparant les spectres du 1^{er} ordre, soit une largeur angulaire de $\frac{\lambda}{2a}$.

b) Objet quelconque.

La lumière directe et la lumière diffractée se recouvrent alors nécessairement si la source est large. On ne peut agir séparément sur l'une ou sur l'autre. Pour réduire autant que possible cet effet et se rapprocher des conditions théoriques, on peut utiliser comme source lumineuse une fente fine, la lame de phase étant alors une petite bande étroite recouvrant l'image de la fente.

Soit P (fig. 23) un très petit détail transparent diffractant la lumière. Prenons comme origine des phases la phase correspondant au reste de l'objet et supposons l'objectif O_1 limité par un diaphragme circulaire de diamètre D_1 .

Soient M un point quelconque du plan $\xi O_2 \eta$ et α l'angle sous lequel on voit $O_2 M$ depuis O_1 .

Le phénomène de diffraction $g(\alpha)$ dans le plan de l'objectif O_2 (ou de la lame de phase) peut s'écrire si φ est petit :

$$g(\alpha) = \frac{\pi D_1^2}{4} \frac{2J_1\left(\frac{k\alpha D_1}{2}\right)}{\frac{k\alpha D_1}{2}} + i\varepsilon\varphi.$$

où ε est la surface du petit détail P correspondant à la phase φ .

Fig. 23.

Dans le plan de ce phénomène de diffraction se trouve la lame de phase, de largeur l , et l'objectif O_2 , de diamètre D_2 . La lumière diffractée par P et passant à côté de la lame de phase est soit en phase, soit en opposition avec la lumière directe qui passe à travers la lame de phase. Posons :

$$2\theta = \frac{D_2}{O_1O_2}, \quad 2\theta' = \frac{l}{O_1O_2};$$

si $d = \log_{10} N$ est la densité de la lame de phase, la structure de l'image P' le long de l'axe des abscisses est alors donnée par :

$$f(x) = \frac{\pi D_1^2}{4\sqrt{N}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2J_1\left(\frac{k\alpha D_1}{2}\right)}{\frac{k\alpha D_1}{2}} e^{-ikux} du dv + \varepsilon\varphi \iint_{D_2-l} e^{-ikux} du dv + \frac{i\varepsilon\varphi}{\sqrt{N}} \dots$$

car pratiquement toute la lumière directe passe à travers la lame de phase. On a donc A étant une constante :

$$f(x) \approx \frac{A}{\sqrt{N}} + \varepsilon \varphi \left[\pi \theta^2 \frac{2J_1(k\theta x)}{k\theta x} - 4\theta\theta' \frac{\sin(k\theta'x)}{k\theta'x} \right] + \frac{i\varepsilon\varphi}{\sqrt{N}} \dots$$

d'où la répartition des intensités dans l'image P'

$$I(x) = \frac{A^2}{N} + \frac{2\varepsilon\varphi A}{\sqrt{N}} \left[\pi \theta^2 \frac{2J_1(k\theta x)}{k\theta x} - 4\theta\theta' \frac{\sin(k\theta'x)}{k\theta x} \right].$$

Si la lame de phase est étroite, le premier terme entre crochets représente une distribution en amplitude très resserrée et c'est l'action du second terme qui devient prépondérante si l'on s'éloigne un peu du maximum central correspondant au premier terme.

Fig. 24.

Sur la figure 24, le second terme est représenté par la courbe en pointillé. On voit donc que les images sont bordées de franges larges gênantes pour l'observation de détails voisins. Leur action sera d'autant plus nuisible que la lame de phase sera plus absorbante. Ces franges sont d'ailleurs inévitables puisque l'énergie

renfermée dans le maximum central et qui permet de voir le petit détail provient des franges sombres entourant ce maximum.

On a toutefois avantage à diminuer le plus possible les effets de la diffraction en cherchant à répartir au mieux les franges sombres.

Ceci est possible en choisissant une lame de phase circulaire ou annulaire. On évite ainsi que les franges se trouvent le long d'une direction privilégiée où elles se trouvent renforcées.

Notons que les variations de $I(x')$ font apparaître la distribution en amplitude de la pupille. Ce phénomène étudié par Zernike [10] est dû simplement au fait que l'on utilise un fond lumineux cohérent.

§ 8) SOURCE DE LUMIÈRE BLANCHE

Si on opère en lumière blanche, l'image est donnée par la somme en intensités des images correspondant aux différentes longueurs d'onde. Pourvu que le système optique utilisé n'ait pas un chromatisme prohibitif, ce qui est en général le cas, le phénomène du contraste de phase est encore bien visible. Naturellement il faut que la différence de marche introduite par la lame de phase ne varie pas trop avec la longueur d'onde, ce qui est réalisé dans la plupart des lames utilisées.

Considérons par exemple une lame de phase formée par une petite lame de verre placée dans l'air comme dans le compensateur Lyot (voir paragraphe 10). Si l'épaisseur et l'indice de la lame sont tels que le déphasage soit $\frac{\pi}{2}$ pour la radiation F(0,486 μ), on a :

$$\nu_F = \frac{2\pi}{\lambda_F} (n_F - 1)e = \frac{\pi}{2},$$

d'où :

$$e = \frac{\lambda_F}{4(n_F - 1)};$$

le déphasage de la lame pour la radiation C(0,646 μ) sera :

$$\nu_C = \frac{2\pi}{\lambda_C} (n_C - 1)e = \frac{\pi}{2} \frac{\lambda_F}{\lambda_C} \frac{n_C - 1}{n_F - 1},$$

d'où :

$$\nu_C \simeq \frac{\pi}{3}$$

et le contraste correspondant, si l'on admet φ constant :

$$\gamma_C = 1,9 \varphi;$$

le contraste ne change donc pratiquement pas pour les différentes radiations du spectre.

§ 9) COMPARAISON DU CONTRASTE DE PHASE AVEC LES AUTRES MÉTHODES

Si l'on observe des défauts de dimensions petites par rapport à la pupille et correspondant à de faibles différences de phase, la méthode du contraste de phase est moins sensible que la strioscopie ou la méthode de Foucault lorsque le couteau masque complètement la tache centrale. Dans le contraste de phase, l'intensité de l'image est égale à $\frac{1}{N} + \frac{2\varphi}{\sqrt{N}}$ et dans la méthode strioscopique elle est proportionnelle au carré de la différence de phase φ . Il faut donc dans ce dernier cas des sources intenses, ce qui a pour effet de faire apparaître avec une très grande intensité toutes les poussières, dont la présence est beaucoup moins gênante dans le contraste de phase, grâce au fond cohérent.

Comme on peut faire varier l'absorption de la lame de phase, il est donc possible de se placer dans les meilleures conditions d'observation pour un objet déterminé.

Enfin, dans la méthode du contraste de phase, l'image donne une représentation conforme des variations de phase de l'objet, ce qui n'est pas toujours le cas dans les autres méthodes d'après ce qui a été vu. Les planches I et II résument ces résultats. Les photographies de la planche I montrent les différents aspects d'un réseau de phase $\varphi = \frac{\pi}{15}$ observé par les méthodes étudiées précédemment.

Ce réseau a été obtenu de la façon suivante : on a bobiné un fil métallique très fin sur un cadre de manière que les fils soient parallèles et équidistants. Les vides sont environ 2 fois plus larges que les pleins, la distance séparant deux fils étant égale à 0,1 mm. L'ensemble est posé sur une lame de verre à faces parallèles et porté dans la cloche à vide. On vaporise une certaine quantité de cryolite, qui se dépose sur la lame de verre entre les fils métalliques. On obtient ainsi un réseau de phase dont les surépaisseurs sont formées par des dépôts de cryolite. La photographie 1 est obtenue par foucaultage, le couteau arrêté au voisinage de l'axe. La photographie 2 montre l'image strioscopique du réseau : la largeur des surépaisseurs n'étant pas égale à celle des vides qui les séparent, on constate un certain contraste. La photographie 3

1)

2)

3)

4)

PLANCHE I

Image d'un réseau transparent par différentes méthodes :

- 1) Méthode de Foucault.
- 2) Strioscopie.
- 3) Défaut de mise au point.
- 4) Contraste de phase.

1)

2)

3)

4)

PLANCHE 11

Image d'un réseau transparent par différentes méthodes :

- 1) Méthode de Foucault.
- 2) Strioscopie.
- 3) Défaut de mise au point.
- 4) Contraste de phase.

correspond au défaut de mise au point et la photographie 4 au contraste de phase. La lame de phase ayant une densité de l'ordre de 3, le contraste est très violent.

La planche II se rapporte au cas d'une petite bande isolée $\varphi = \frac{\pi}{15}$ obtenue par le même procédé que celui indiqué plus haut. La photographie 1 se rapporte au foucaultage, la photographie 3 au défaut de mise au point. Les photographies 2 et 4 correspondent respectivement à la strioscopie et au contraste de phase. Sur un tel objet, ces deux méthodes donnent des résultats analogues, sauf au point de vue temps de pose. Le contraste de phase permet d'opérer beaucoup plus rapidement en adaptant convenablement l'absorption de la lame de phase à l'objet étudié.

§ 40) RÉALISATION PRATIQUE DE LA LAME DE PHASE

De nombreux procédés permettent de réaliser plus ou moins facilement la lame de phase, élément essentiel de la méthode.

a) *Lames de phase de Zernike.*

Zernike utilise une petite lame de collodion de forme convenable (anneau ou fente) immergée dans du baume de Canada, le tout formant une lame à faces parallèles. La différence d'indice existant entre la lame de collodion et le baume permet d'obtenir le déphasage voulu de $\frac{\pi}{2}$ pour une épaisseur convenable.

b) *Lames semi-métallisées :*

On peut obtenir un dépôt semi-métallique sur une lame de verre par vaporisation dans le vide. On donne à ce dépôt la forme voulue (anneau, fente, etc.) et on obtient une différence de phase de $\frac{\pi}{2}$ entre un rayon qui traverse le dépôt (lumière directe) et un rayon qui passe à côté (lumière diffractée) lorsque la densité de la couche est convenable.

Considérons par exemple le cas de l'aluminium : soient d la densité de la couche et φ le déphasage qu'elle introduit. Les résultats obtenus par Abelès dans sa thèse sont résumés par le tableau suivant :

$$\begin{array}{cccccccc} d = & 0,36 & 0,73 & 1,38 & 1,98 & 2,59 & 3,18 & 4,08 \\ \varphi = & +\frac{\pi}{4,8} & +\frac{\pi}{3,6} & +\frac{\pi}{2,8} & +\frac{\pi}{2,5} & +\frac{\pi}{2,3} & +\frac{\pi}{2,2} & +\frac{\pi}{2} \end{array}$$

Les chiffres ci-dessus sont calculés pour $\lambda = 0,546 \mu$ (raie verte du mercure). Si l est l'épaisseur de la couche et α l'indice d'extinction du métal, Abelès trouve qu'à partir d'une épaisseur telle que

$$\frac{l}{\lambda} = \frac{0,367}{\alpha},$$

on a, T étant le facteur de transmission de la couche :

$$T = c^{te} \times e^{-\frac{4\pi\alpha l}{\lambda}},$$

c'est-à-dire que la densité est une fonction linéaire de l'épaisseur. Or à partir de la même épaisseur, le déphasage φ est aussi de la forme :

$$\varphi = c^{te} + \frac{2\pi l}{\lambda}(n - \nu),$$

où n = l'indice du support en verre et ν l'indice du métal. A partir de cette épaisseur, le déphasage φ est donc une fonction linéaire de la densité.

Pour différents métaux et pour $\lambda = 0,546 \mu$. Abelès donne les résultats suivants :

Métaux	α	$\frac{l}{\lambda}$	φ	d
Argent. . . .	3,67	0,09	+ 90°	2
Chrome.. . .	4,60	0,165	- 90°	5,5
Rhodium. . .	4,62	0,08		

De telles lames donnent donc à la fois le déphasage voulu et l'absorption nécessaire pour avoir une grande sensibilité.

Dans le cas où l'on ne veut pas employer de fortes absorptions, il est possible de réaliser le déphasage par un produit transparent tel que la cryolite et l'absorption par une couche mince métallique de densité inférieure à 1. C'est un procédé couramment employé en microscopie.

c) *Compensateur Lyot :*

C'est une lame de phase réalisée au moyen d'une lame prismatique de très petit angle, $1'$ environ (fig. 25).

On découpe une petite languette que l'on fait glisser et qui permet

Fig. 25.

ainsi de faire varier l'épaisseur traversée, donc le chemin optique. On forme l'image de la source qui est ici une fente sur la languette, la lumière diffractée traversant les deux autres parties identiques de la lame. On s'arrange pour que la hauteur de l'image de la fente soit petite par rapport à celle de la languette : de cette façon la variation de la différence de phase du haut en bas de l'image de la fente sera négligeable. En déposant un produit absorbant tel que le noir de fumée sur la languette, il sera possible de faire varier l'absorption.

d) *Dispositifs Kastler-Montarnal.*

1°) Obtention du déphasage par une lame $1/4$ d'onde.

Soit une lame mince cristalline d'épaisseur e recevant un faisceau de lumière monochromatique polarisée rectilignement. On peut décomposer la vibration incidente en deux vibrations dirigées suivant les

axes de la lame et transmises sans altération, mais avec des vitesses différentes.

Pour l'une de ces directions privilégiées, la lame a un indice n' et la vitesse de propagation est :

$$v' = \frac{c}{n'}$$

($c =$ vitesse de la lumière dans le vide) : pour l'autre direction, l'indice est n'' et la vitesse :

$$v'' = \frac{c}{n''}$$

Si $v' > v''$ ($n' < n''$), l'axe correspondant à la vitesse de propagation v' est appelé l'axe rapide ; l'autre, l'axe lent. La vibration dirigée suivant l'axe rapide accomplit le chemin optique $n'e$; l'autre, dirigée suivant l'axe lent, le chemin $n''e$. La lame cristalline introduit donc entre ces deux vibrations une différence de marche :

$$\delta = (n'' - n')e,$$

ou une différence de phase :

$$\varphi = \frac{2\pi(n'' - n')e}{\lambda}.$$

Pour une lame quart d'onde, on a :

$$\delta = \frac{\lambda}{4}, \quad \varphi = \frac{\pi}{2}.$$

Si l'on peut s'arranger pour diriger la lumière due à l'onde directe suivant l'un des axes et la lumière diffractée suivant l'autre, la lame quart d'onde pourra jouer le rôle de la lame de phase définie précédemment.

La réalisation pratique est obtenue de la façon suivante : on découpe dans une lame $1/4$ d'onde (fig. 26a) une languette (2) parallèlement à l'axe lent par exemple, le reste de la lame étant partagé en deux parties (1) et (3). On réunit ensuite l'ensemble des éléments (1), (2) et (3) de façon que la languette (2), tournée de 90° , soit insérée entre les parties (1) et (3) (fig. 26b).

La lame ainsi constituée est placée près de l'objectif D_2 du montage classique (fig. 27) dans le plan focal de l'objectif D_1 , de telle façon que la languette (2) recouvre l'image de la source, qui sera ici une fente.

La lumière incidente est polarisée rectilignement au moyen d'un

Fig. 26.

polaroïd $\mathcal{P}$ qui fournit une direction de vibration soit parallèle, soit perpendiculaire à l'axe lent de la languette. Dans le premier cas, la vibration directe est retardée par rapport à la vibration diffractée : on

Fig. 27.

a le contraste de phase négatif. Dans le second cas, c'est l'onde diffractée qui est retardée : on a le contraste de phase positif.

Ce dispositif ne permet pas de réaliser d'une façon pratique la réduction de l'amplitude directe, donc d'obtenir une augmentation de la sensibilité. On résout le problème en modifiant un peu le montage précédent et en employant une lame $1/2$ onde.

2° Réduction variable de l'amplitude de l'onde directe.

On remplace la lame $1/4$ d'onde précédente par l'ensemble d'une

lame $1/2$ onde et d'une lame $1/4$ d'onde. La lame $1/2$ onde est réalisée de la façon suivante : on découpe les deux côtés AB et CD à 45° de l'axe lent, la languette centrale (2) étant découpée parallèlement à l'axe lent (fig. 28 a).

On réunit ensuite les trois éléments (1), (2) et (3), la languette (2)

Fig. 28.

étant tournée de 45° et insérée entre les parties (1) et (3), comme le montre la figure 29b. La lame $1/2$ onde ainsi constituée est placée dans

Fig. 29.

le plan focal de l'objectif D_1 de façon que la languette (2) recouvre l'image de la fente (fig. 29).

On sait qu'une lame $1/2$ onde recevant une vibration incidente rectiligne fournit une vibration émergente rectiligne et symétrique par rapport aux lignes neutres.

Supposons que le polariseur $\mathcal{P}$ donne une vibration perpendiculaire à l'axe lent de la languette (2). La vibration directe traversant la lame $1/2$ onde (languette) suivant une ligne neutre ne change pas de

direction ; la vibration diffractée traverse les parties (1) et (3) de la lame 1/2 onde à 45° des lignes neutres, elle tourne donc de 90°. Après traversée de la lame 1/2 onde, la vibration directe et la vibration diffractée sont donc transformées en deux vibrations perpendiculaires, mais toujours déphasées de $\frac{\pi}{2}$ (à π près suivant la disposition des parties latérales). Plaçons maintenant une lame 1/4 d'onde à la suite de la lame 1/2 onde et de telle façon qu'une de ses lignes neutres soit parallèle à la vibration directe. Elle introduit une différence de phase de $\frac{\pi}{2}$ entre l'onde directe

et l'onde diffractée, qui se retrouvent soit en phase soit en opposition. Mais ces vibrations étant perpendiculaires, ne peuvent interférer : on dispose alors un analyseur A qui ne laisse passer de ces vibrations que leur projection suivant sa direction principale.

Fig. 30.

Soient OA la section principale de l'analyseur, OD la vibration directe, Od la vibration diffractée et θ l'angle de Od avec OA (fig. 30).

Si la phase φ est petite, $OD \simeq 1$ et $Od \simeq \varphi$.

Considérons par exemple l'objet du paragraphe I (chapitre 1) : en un point de l'objet où la phase est φ , l'amplitude au point conjugué de l'image sera :

$$\sin \theta + \varphi \cos \theta$$

et sur le fond de la pupille, en dehors de l'objet :

$$\sin \theta ;$$

les intensités correspondantes sont :

$$I_1 = (\sin \theta + \varphi \cos \theta)^2,$$

$$I_2 = \sin^2 \theta,$$

d'où le contraste de l'image :

$$(4, 4) \quad \gamma \simeq \frac{2\varphi}{2\varphi + |\operatorname{tg} \theta|}.$$

Si $\theta = 0$ l'onde directe est totalement arrêtée, on retombe sur la méthode strioscopique ordinaire.

Si $\theta > 0$ le fond de l'image s'éclaircit, une avance de la surface d'onde ($\varphi > 0$) se traduit par une augmentation d'intensité :

$$I_1 > I_2,$$

le contraste de phase est positif.

Si $\theta < 0$ les effets sont inverses, le contraste de phase est négatif.

Fig. 31.

On peut déterminer la position de l'analyseur A pour laquelle l'objet se détache en noir sur fond clair ; on a dans ce cas :

$$I_1 = 0,$$

d'où :

$$\varphi = |\operatorname{tg} \theta|,$$

ce qui donne l'épaisseur optique de l'objet. Considérons l'expression (2, 3) donnant le contraste de l'image ; les courbes représentatives pour quelques valeurs de φ sont données par la figure 31.

Si θ est petit, on peut écrire :

$$\gamma \approx 2\varphi(\theta + 2\varphi)^{-1} = \frac{2\varphi}{\theta}.$$

Si on divise le flux direct par N , on a :

$$\theta = \frac{1}{\sqrt{N}},$$

d'où :

$$\gamma \simeq 2\varphi\sqrt{N}.$$

Remarque : Ce dispositif permet également de faire varier le déphasage d'une façon continue en remplaçant la lame $1/4$ d'onde par un compensateur de Bravais.

Réalisation pratique des lames.

Si la source est une fente, les lames peuvent s'obtenir par clivage de plaques de mica dont on vérifie l'épaisseur par la méthode des spectres cannelés. On peut ensuite découper la lame $1/2$ onde avec une lame de rasoir. Même en opérant sous l'eau, le mica s'écaille légèrement sur les bords et il est difficile d'obtenir une languette fine correcte. L'opération deviendra tout à fait impossible dans le cas d'une source circulaire. On peut utiliser alors une feuille de cellophane, que l'on découpe facilement. L'épaisseur optique de ces lames est en général mal définie, les variations du chemin optique moyen peuvent entraîner des différences de marche de l'ordre d'une longueur d'onde. M^{mes} Kastler et Montarnal suppriment ces différences de chemin optique moyen en immergeant la cellophane dans un baume d'indice très voisin. Les résultats obtenus sont alors comparables à ceux du mica. La lame $1/2$ onde recomposée et immergée est placée entre deux lames de verre à faces bien parallèles et optiquement planes, et trois vis de pression permettent un réglage pour obtenir une épaisseur uniforme de baume. La lame $1/4$ d'onde, qui n'a pas besoin d'être découpée, est une lame de mica. La précision avec laquelle les lames sont $1/2$ onde et $1/4$ d'onde pour la radiation utilisée n'a pas besoin d'être bien grande, quelques dizaines d'angströms environ, car les phénomènes restent pratiquement inchangés en lumière blanche.

c) *Dispositif d'Osterberg.*

Comme dans le montage précédent, le dispositif d'Osterberg permet de faire varier d'une façon continue la phase et l'amplitude. La lame $1/2$ onde et le compensateur de Bravais sont remplacés maintenant par

un quart d'onde suivi d'une lame L composée de la façon suivante (fig. 32): un polaroïd a de forme circulaire est entouré par un deuxième polaroïd b; les axes de ces deux polariseurs sont croisés et l'ensemble forme une petite lame à faces parallèles.

Lame L
Fig. 32.

Le polaroïd a recouvre l'image géométrique de la source et la lumière diffractée traverse le polariseur b.

Le montage représenté par la figure 33 est analogue au montage de la figure 29. Après traversée du quart d'onde et de la lame L, on obtient deux vibrations perpendiculaires, dont on peut faire varier soit la différence de phase par rotation du polariseur $\mathcal{P}$ sans changer les amplitudes, soit au contraire le rapport des amplitudes sans changer les phases par rotation de l'analyseur A.

Considérons en effet la figure 34 sur laquelle OP représente la

Fig. 33. *croisés*

direction de vibration fournie par le polariseur $\mathcal{P}$. Supposons toujours petites les variations de phase de l'objet et prenons comme unité d'amplitude, l'amplitude de la vibration directe. La vibration incidente directe, dirigée suivant OP, est représentée par $\sin \omega t$ et la vibration incidente diffractée, également dirigée suivant OP, est représentée par $\varphi \cos \omega t$. Soient Ox et Oy les axes de la lame 1/4 d'onde : les composantes des vibrations incidentes suivant ces axes sont :

vibration	<u>Ox</u>	<u>Oy</u>
directe. . . .	$\cos \theta \sin \omega t$	$\sin \theta \sin \omega t$
diffractée. . .	$\varphi \cos \theta \cos \omega t$	$\varphi \sin \theta \cos \omega t$

Après traversée de la lame 1/4 d'onde, on a :

vibration	$\underline{Ox}$	$\underline{Oy}$
directe. . . .	$\cos \theta \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$	$\sin \theta \sin \omega t$
diffractée. . .	$\varphi \cos \theta \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$	$\varphi \sin \theta \cos \omega t$

Soient OE_1, OE_2 les directions des vibrations que laissent passer les polariseurs constituant la lame L. OE_1 correspond par exemple au

Fig. 34.

polaroïd a, OE_2 au polaroïd b. Orientons la lame L de façon que les directions OE_1, OE_2 soient à 45° des axes de la lame 1/4 d'onde. La vibration directe émergente, dirigée suivant OE_1 , est alors donnée par l'expression :

$$OE_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} [\sin \theta \sin \omega t + \cos \theta \cos \omega t],$$

et la vibration diffractée par :

$$OE_2 = \frac{\varphi}{\sqrt{2}} [\cos \theta \sin \omega t + \sin \theta \cos \omega t].$$

Ces deux vibrations peuvent s'écrire :

$$OE_1 = A_1 \sin(\omega t - \alpha_1),$$

$$OE_2 = A_2 \sin(\omega t - \alpha_2),$$

d'où en développant et en identifiant terme à terme :

$$A_1 \cos \alpha_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta, \quad A_2 \cos \alpha_2 = + \frac{\varphi}{\sqrt{2}} \cos \theta,$$

$$A_1 \sin \alpha_1 = - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta, \quad - A_2 \sin \alpha_2 = \frac{\varphi}{\sqrt{2}} \sin \theta.$$

On obtient donc :

$$A_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad A_2 = \frac{\varphi}{\sqrt{2}},$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = - \operatorname{cotg} \theta, \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = - \operatorname{tg} \theta,$$

$$\alpha_1 = - \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right), \quad \alpha_2 = - \theta.$$

Les vibrations rectangulaires fournies par les polariseurs croisés deviennent :

$$OE_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} - \theta \right),$$

$$OE_2 = \frac{\varphi}{\sqrt{2}} \sin(\omega t + \theta);$$

leur différence de phase est :

$$\alpha_2 - \alpha_1 = \frac{\pi}{2} - 2\theta. \quad |$$

Si $\theta = k\pi$ ou $\theta = (2k + 1) \frac{\pi}{2}$, le système n'introduit pas de différence de phase entre les vibrations directe et diffractée qui restent, par définition, déphasées de $\frac{\pi}{2}$.

En dehors de ces valeurs, on voit qu'il est possible de faire varier d'une façon quelconque la différence de phase de 0 à 2π sans changer les amplitudes, qui restent constamment égales à $\frac{1}{\sqrt{2}}$ et à $\frac{\varphi}{\sqrt{2}}$.

Ces vibrations tombent ensuite sur l'analyseur A, qui laisse passer la vibration émergente finale :

$$OA = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \beta \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} - \theta \right) + \frac{\varphi}{\sqrt{2}} \cos \beta \sin(\omega t + \theta),$$

d'où l'intensité en un point de l'image correspondant à la phase φ et au facteur près 1/2 :

$$I_1 = \sin^2 \beta + \varphi \sin 2\beta \sin 2\theta$$

et sur le fond de l'image :

$$I_2 = \sin^2 \beta.$$

On obtient le contraste :

$$\gamma = \frac{2\varphi \sin 2\theta}{\text{tg } \beta + 2\varphi \sin 2\theta}.$$

Pour être en contraste de phase pur on doit avoir $\theta = \frac{\pi}{4}$, $\beta \neq 0$. Si θ est différent de $\frac{\pi}{4}$, l'expression précédente montre que le contraste

diminue ; mais on sait que cela n'est pas toujours un inconvénient, si l'objet comporte aussi des détails légèrement absorbants et de phase constante.

Remarque. — Dans le cas où l'on veut utiliser une source annulaire, il suffira de donner à la lame L la forme indiquée par la figure 35. Le polaroïd A a la forme d'un petit anneau de dimensions convenables pour recouvrir l'image géométrique de la source. Il est entouré de deux polaroïds B₁ et B₂ dont les axes sont parallèles entre eux et perpendiculaires à l'axe du polaroïd A.

Fig. 35.

Fig. 36.

f) Dispositif Taylor à variation d'amplitude [43].

Le système de Taylor utilise les phénomènes de polarisation rotatoire. La lumière incidente est polarisée rectilignement, comme dans les méthodes précédentes ; la lumière directe tombe sur une lame de quartz

droit en forme d'anneau par exemple, la lumière diffractée sur deux lames de quartz gauche (fig. 36).

L'ensemble de ces quartz forme une lame à faces parallèles placée dans le plan conjugué de la source, également de forme annulaire. La vibration directe et la vibration diffractée tournant chacune de 45° dans un sens différent se retrouvent à 90° l'une de l'autre à la sortie de la lame. Un analyseur placé près de l'œil de l'observateur permet de faire varier les amplitudes directe et diffractée comme dans les méthodes précédentes. Le déphasage est obtenu ensuite par une lame de phase transparente ordinaire, placée contre les quartz.

Notons qu'en lumière blanche, les effets de polarisation rotatoire sont plus intenses que les variations de la différence de marche avec la longueur d'onde ; ce dispositif donnera donc de moins bons résultats que le dispositif Kastler-Montarnal par exemple.

g) *Dispositif Locquin* [14] (fig. 37).

La lame de phase de Locquin est analogue aux lames de Zernike, mais permet de faire varier les amplitudes.

Du point de vue microscopique, elle présente l'avantage sur les autres dispositifs à polarisation de pouvoir se monter sur des objectifs puissants sans modifications. Dans le dispositif d'Osterberg par exemple les lames modifient la correction des aberrations de l'objectif ; c'est pourquoi il est difficile d'utiliser ce système avec des objectifs de longueur focale inférieure à 8 mm, comme le signale son auteur. Pour des objectifs plus puissants, il serait nécessaire de refaire le calcul de la correction des aberrations. Par contre,

Fig. 37.

dans le dispositif de Locquin, la lame de phase est constituée par une petite couronne de cellophane $1/2$ onde immergée dans le baume de Canada servant à coller les deux éléments d'un doublet de l'objectif. La lumière incidente est polarisée rectilignement dans une direction située à 45° de l'axe de la petite couronne $1/2$ onde. La lumière directe après traversée de la lame de cellophane vibre donc à 90° de la lumière diffractée, qui ne subit aucun changement en traversant le baume de Canada. Un analyseur placé près de l'œil de l'observateur permet de faire varier les amplitudes comme dans toutes les autres méthodes utilisant la polarisation.

Quant au déphasage, on l'obtient en jouant sur le fait que l'indice du baume est légèrement différent de celui de la cellophane ; le principe est donc le même que dans les lames de Zernike.

§ 41) CONTROLE DU DÉPHASAGE DES LAMES

Le contrôle du déphasage des lames polarisantes réside dans la construction même des éléments qui les composent et dans leur réglage. Il est fait par les procédés polarimétriques ordinaires.

Dans le cas de lames obtenues par vaporisation dans le vide et à déphasage fixe, telles que les lames semi-métalliques faiblement

Fig. 38.

absorbantes ou des lames de cryolite, le contrôle peut être fait par les méthodes interférentielles ordinaires.

Si le support de la lame de phase est une lame à faces bien parallèles et d'épaisseur suffisante, le contrôle peut être fait d'une façon très simple au moyen de l'appareil Fabry pour l'étude des anneaux à l'infini par réflexion [15].

Rappelons-en brièvement le principe (fig. 38). Les anneaux à l'infini sont observés au foyer d'une petite lunette astronomique de grossissement inférieur à l'unité. Ce sont soit les anneaux du support seul, soit les anneaux du support plus la lame de phase, d'épaisseur e . Près de l'oculaire O_3 se trouve un trou T où l'on place la pupille de l'œil ; l'objectif O_2 en donne une image T' sur la lame L à étudier. Grâce à une lame sans tain G , inclinée à 45° , et à une lentille O_1 , on forme en T' l'image d'une source S monochromatique. Le champ est ainsi uniformément éclairé et tout se passe comme si la pupille de l'œil se trouvait en T' avec un diamètre d'autant plus petit que le grossissement est plus faible. Il est donc possible de choisir l'image T'

Fig. 39.

de façon que son diamètre soit au plus égal à la largeur de la lame de phase proprement dite (région hachurée sur la figure 39). Dans le plan focal de l'oculaire O_3 se trouve un fil de réticule qui permet de repérer la position des anneaux. Le trou T' étant dans la position indiquée par la figure 29, on règle le réticule pour qu'il passe, par exemple, par l'anneau n° 1 sur la figure 39 (position a).

On déplace ensuite le support dans son propre plan de façon que l'image du trou T' se fasse à côté de la lame de phase. On a à ce moment les anneaux à l'infini du support seulement. La différence de marche a varié de $2(n-1)e$, soit $\frac{\lambda}{2}$, puisque la lame de phase doit introduire par transmission un retard de :

$$(n-1)e = \frac{\lambda}{4}.$$

Dans ces conditions, tous les anneaux devront se rapprocher du centre ($n > 1$) et le réticule sera maintenant à égale distance des anneaux numérotés précédemment 1 et 2 (position b). Un tel déplacement est très facile à repérer et permet ainsi de contrôler la lame de phase avec une précision suffisante dans la plupart des cas.

Si l'on veut étudier une lame de phase fortement absorbante, comme par exemple les lames semi-aluminées, la méthode précédente ne convient plus. Une partie des vibrations interférentes provient en effet de la réflexion verre-air dans la lame support, tandis qu'une autre partie se réfléchit sur l'aluminium. Les amplitudes correspondantes sont alors très inégales et le contraste des franges devient très faible.

B. Lyot utilise la méthode des franges d'Young en ramenant l'amplitude des vibrations interférentes au voisinage de l'égalité par un artifice simple (fig. 40).

Les deux fentes A_1 et A_2 ne sont plus de largeurs égales : devant la

Fig. 40.

plus grande se trouve la partie absorbante et devant la plus petite le support seul. De cette façon, on peut rattraper en partie la différence qui existe entre les amplitudes. Les largeurs de A_1 et A_2 étant petites par rapport à la distance qui les sépare, chaque fente donne un phénomène de diffraction très étalé. La région MM' où l'on observe les franges d'interférences est alors une fraction du maximum central du phénomène de diffraction de chaque fente. Si le support seul se trouve devant A_1 et A_2 , la frange centrale est en O . On amène ensuite la lame de phase absorbante devant A_2 par exemple. Les franges disparaissent par suite de la trop grande différence des amplitudes ; on les fait réapparaître en élargissant la fente A_2 . La frange centrale vient en O' et son déplacement OO' est donné par la théorie classique.

Si l'absorption de la lame de phase est considérable, le dispositif est modifié de la façon suivante : les fentes A_1 et A_2 ont même largeur et sont recouvertes par deux lames $1/2$ onde identiques dont les axes sont à 45° . La lumière incidente est polarisée rectilignement, et l'oculaire servant à observer les franges est muni d'un analyseur. C'est donc un montage du même type que celui utilisé par MMrs Kastler et Montarnal et permettant de faire varier à volonté les amplitudes des vibrations interférentes issues de A_1 et A_2 .

CHAPITRE IV

APPLICATIONS DE LA MÉTHODE DU CONTRASTE DE PHASE

De très nombreuses applications de la méthode ont été réalisées dans différentes branches de la physique et plus particulièrement de l'optique. Historiquement la première application a été faite, comme nous l'avons déjà dit, par Zernike à l'étude des aberrations des miroirs de télescopes. Peu après elle a été introduite par son auteur dans la microscopie où elle joue un rôle très important. Le contraste de phase est maintenant appliqué à l'étude des défauts de poli et d'homogénéité en optique, des états des surfaces métalliques polies, des mouvements gazeux au voisinage d'obstacles, etc. Nous nous bornerons dans ce qui suit à indiquer quelques-unes des principales applications.

§ 1) APPLICATION DU CONTRASTE DE PHASE A L'ÉTUDE DES ABERRATIONS [46] [47] [48]

Dans tout ce qui précède, le contraste de phase a été appliqué à des défauts dont les dimensions latérales étant petites par rapport à la pupille diffractent la lumière loin de l'image géométrique. C'est dans ces conditions qu'il a été possible d'agir sur l'un des phénomènes sans modifier l'autre. L'étude des aberrations pose un problème tout différent. On considère maintenant des défauts introduisant des variations de phase lentes et se répartissant sur toute la pupille. Les modifications apportées à la tache de diffraction intéressent directement la région centrale de ce phénomène et l'application de la méthode devient alors plus difficile.

Considérons un objectif O_1 parfait, limité par une pupille circulaire. Soit D_1 le diamètre de la surface d'onde sphérique Ω dont le centre est S' , image de la source ponctuelle S non représentée (fig. 41). Posons :

$$\begin{aligned} \overline{O_1 S'} &= r, & \overline{S' C} &= c, \\ u &= \frac{c}{r}, & W &= \frac{\pi u D_1}{\lambda}. \end{aligned}$$

La répartition des intensités dans l'image parfaite S' a été calculée par Airy, qui a obtenu l'expression bien connue :

$$(4, 1) \quad I = \left[\frac{2J_1(W)}{W} \right]^2,$$

Fig. 41.

où $J_1(W)$ est la fonction de Bessel d'ordre 1 et

l'unité d'intensité, l'intensité au centre de l'image ($W=0$).

La répartition précédente représentée par la figure 42 montre une

Fig. 42.

tache centrale brillante entourée d'anneaux alternativement brillants et obscurs, l'intensité des anneaux brillants décroissant d'ailleurs assez rapidement lorsqu'on s'éloigne de l'axe.

Si l'objectif O_1 n'est pas parfait, la surface d'onde Ω n'est plus sphérique et l'expression (4,1) doit être modifiée. Lord Rayleigh a le premier calculé la répartition des intensités dans l'image d'un point en présence d'aberration sphérique du 3^e ordre [19]. Les calculs ont été poursuivis, puis étendus à la coma et à l'astigmatisme par différents auteurs [20]. Pour calculer la nouvelle structure de l'image S' correspondant à une aberration déterminée, il faut composer les vibrations qui proviennent des différents points M de la surface d'onde Ω et qui interfèrent au point C où l'on cherche l'intensité lumineuse. Un tel calcul nécessite donc la connaissance de la forme de la surface d'onde, c'est-à-dire de ses écarts par rapport à une certaine sphère de référence. Zernike, dans ses premiers travaux sur le contraste de phase, et Nijbør dans sa thèse, ont développé ces écarts en séries de polynômes orthogonaux. Ces polynômes se prêtent commodément aux intégrations et aux calculs numériques si les aberrations ne sont pas trop fortes. Soient ρ et θ les coordonnées polaires du point M , c et ψ celles du point C et Δ l'écart entre la surface d'onde réelle aberrante et la sphère de référence ; on peut écrire le terme général sous la forme

$$\Delta = A_{nm}R_n^m(\rho) \cos m\theta ;$$

les indices n et m sont positifs ou nuls, leur différence est paire et $n > m$. A_{nm} caractérise la grandeur du défaut et $R_n^m(\rho)$ est un polynôme en ρ contenant des termes de la forme $\rho^m \rho^{m+2} \dots \rho^n$. Dans le tableau ci-après, le polynôme $R_n^m(\rho)$ a été explicité pour quelques valeurs de n et m :

$m \backslash n$	0	1	2	3	4
0	1		$2\rho^2 - 1$		$6\rho^4 - 6\rho^2 + 1$
1		ρ		$3\rho^3 - 2\rho$	
2			ρ^2		$4\rho^4 - 3\rho^2$
3				ρ^3	
4					ρ^4

Pour $n = 4$, $m = 0$, on a :

$$R_4^0(\rho) = 6\rho^4 - 6\rho^2 + 1.$$

Ce terme représente l'écart Δ dans le cas de l'aberration sphérique du 3^e ordre, le centre de la sphère de référence étant situé au milieu de la nappe saggittale de la caustique. Le terme en ρ^4 est l'écart dû à l'aberration pure et le terme en ρ^2 représente le déplacement du plan de mise au point jusqu'au milieu de la caustique.

Pour $n = 3$, $m = 1$, on a la coma du 3^e ordre :

$$R_3^1(\rho) \cos \theta = (3\rho^3 - 2\rho) \cos \theta;$$

la coma pure est représentée par $\rho^3 \cos \theta$, le terme $\rho \cos \theta$ correspondant à un déplacement de l'origine dans le plan de l'image de Gauss jusqu'au point où l'intensité est maximum.

Enfin pour $n = 2$, $m = 2$, on a l'astigmatisme du 3^e ordre :

$$R_2^2(\rho) \cos 2\theta = \rho^2 \cos 2\theta,$$

le plan de mise au point étant ici le plan situé à égale distance des deux focales.

La théorie classique de la diffraction en présence d'aberrations montre que l'amplitude en un point C du plan passant par l'image paraxiale peut s'écrire :

$$g(c) = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} e^{i \frac{2\pi}{\lambda} [2W\varrho/D \cos(\theta - \psi) + A_{nm} R_n^m(\varrho) \cos m\theta]} \varrho \, d\varrho \, d\theta.$$

En utilisant les propriétés des fonctions de Bessel, on peut développer en série l'expression précédente et ne conserver que les deux premiers termes si A_{nm} est petit (faibles aberrations) :

$$g(c) \approx 2 \int_0^1 J_0(2W\varrho/D) \varrho \, d\varrho - 2i A_{nm} i^m \cos m\psi \int_0^1 R_n^m(\varrho) J_m(2W\varrho/D) \varrho \, d\varrho.$$

On démontre d'autre part que :

$$\int_0^1 R_n^m(\varrho) J_m(2W\varrho/D) \varrho \, d\varrho = (-1)^{\frac{n-m}{2}} \frac{J_{n+1}(W)}{W},$$

d'où :

$$(4, 2) \quad g(c) \approx \frac{2J_1(W)}{W} - i^{n+1} A_{nm} \cos m\psi \frac{J_{n+1}(W)}{W}.$$

Le premier terme représente la distribution des amplitudes dans l'image parfaite et le deuxième terme l'action correspondant au défaut $A_{nm}R_n^m(\rho) \cos m\theta$. Si n est pair le facteur i^{n+1} disparaît grâce à la lame de phase, comme on le verra plus loin. Les deux termes précédents sont alors en phase ou en opposition et s'ajoutent algébriquement.

La figure 43 montre les variations du second terme de l'équation (4, 2) pour $n = 2, 4, 6$ et $\cos m\Psi = 1$.

Fig. 43. — Variations de $(2n + 2) \frac{J_{n+1}(W)}{W}$ d'après Zernike.

On voit donc que si les aberrations sont faibles, l'image centrale de la figure de diffraction parfaite n'est pratiquement pas changée. Les changements apparaissent d'autant plus loin du centre que n est plus grand. Pour l'aberration sphérique de 3^e ordre ($n = 4$) par exemple, on voit qu'il est possible de changer la phase de la tache centrale sans trop modifier la lumière diffractée par le défaut considéré. Il suffira que la lame de phase soit un petit disque de rayon $W = 3,8$ environ. Pour un défaut tel que l'astigmatisme ($n = 2$), il ne faudrait pas dépasser $W = 2,5$.

Les aberrations peuvent donc être détectées comme les petits défauts étudiés précédemment, la lame de phase étant maintenant très petite, car la lumière diffractée s'écartera toujours très peu de la tache centrale.

Pour cette dernière raison, il est nécessaire de considérer les modifications apportées par la lame de phase dans l'image d'un système parfait.

Dans ce cas on a seulement :

$$g(c) = \frac{2J_1(W)}{W},$$

d'où l'image :

$$(4, 3) \quad f(\varphi) = \iint \frac{2J_1(W)}{W} e^{i \frac{2\pi}{\lambda} W \frac{c}{D} \cos(\theta - \psi)} W dW d\psi;$$

l'intégration par rapport à ψ doit être faite de 0 à 2π et celle se rapportant à W doit être faite compte tenu de la lame de phase de rayon a . A un facteur constant près, on a :

$$f(\varphi) = -i \int_0^a J_0\left(2W \frac{c}{D}\right) J_1(W) dW + \int_a^{+\infty} J_0\left(2W \frac{c}{D}\right) J_1(W) dW,$$

ou encore :

$$f(\varphi) = \int_0^{+\infty} J_0\left(2W \frac{c}{D}\right) J_1(W) dW - (i+1) \int_0^a J_0\left(2W \frac{c}{D}\right) J_1(W) dW,$$

où l'on prend comme unité d'amplitude, l'amplitude sans lame de phase (1^{re} intégrale); il suffit donc de calculer l'intégrale :

$$D(\varphi) = \int_0^a J_0\left(2W \frac{c}{D}\right) J_1(W) dW.$$

Par développement en série, on a :

$$D(\varphi) = [1 - J_0(a)] \frac{2J_1\left(2a \frac{c}{D}\right)}{2a \frac{c}{D}} + [1 - J_0(a) - 2J_2(a)] \frac{6J_3\left(2a \frac{c}{D}\right)}{2 \frac{a^3 c}{D}} + \dots$$

La figure 44 montre les résultats obtenus par Zernike. Les courbes correspondent à trois lames de phase dont les rayons sont indiqués par

les lettres A, B, D, sur la figure 43. On constate que pour les rayons OB et OD la surface du système examiné (miroir par exemple) est loin d'être uniforme. Il est possible toutefois d'avoir une image d'intensité à peu près uniforme en décalant très légèrement le plan de mise au point, comme l'a montré Linfoot. Malgré tout, les inégalités d'intensité deviennent importantes à partir d'une lame de phase de rayon $W = 2,8$. Il est donc préférable de ne pas dépasser cette valeur. En prenant ces précautions, on peut observer un écart entre la surface d'onde réelle et la sphère de référence correspondant au plan de mise au point, comme les défauts étudiés dans les chapitres précédents.

Fig.44.

C'est d'ailleurs un avantage de la méthode du contraste de phase sur la méthode de Foucault, de donner l'écart absolu et non la dérivée de l'écart entre la surface d'onde et la sphère de référence. Si l'on veut calculer complètement les phénomènes, on doit partir de l'équation (4, 3) dans laquelle on remplace le facteur $\frac{2J_1(W)}{W}$ par la distribution des amplitudes dans la figure de diffraction correspondant au défaut étudié. C'est ce qu'a fait Linfoot dans le cas d'une petite erreur zonale. La sensibilité de la méthode avec une lame de phase transparente est dans ces conditions comparable à celle du test de Foucault.

§ 2) APPLICATION DU CONTRASTE DE PHASE
A LA MICROSCOPIE

On a très souvent à étudier en microscopie des préparations dont certains détails transparents ne diffèrent du milieu qui les entoure que par des différences d'indice ou d'épaisseur. Si les différences de marche

correspondantes sont assez grandes, les méthodes d'éclairage fond-noir du type strioscopique conviennent très bien. Si les différences de marche sont très petites, il y a avantage à opérer en contraste de phase. On peut observer ainsi des images avec un contraste suffisant sans être obligé d'employer des sources à très forte intensité. Le microscope ordinaire doit alors subir quelques transformations schématisées par la figure 45.

Un diaphragme D percé d'une ouverture de forme convenable, fente

Fig. 45.

ou anneau par exemple, joue le rôle de source lumineuse. Pour cela, on projette sur D l'image de la source véritable au moyen d'un système optique non représenté sur la figure. Le diaphragme D est placé au foyer du condenseur O_1 . Pour un point quelconque M de l'image de la source, la préparation P est éclairée en faisceau parallèle. Après traversée de l'objectif O_2 du microscope, l'image M' du point M se trouve dans le plan focal de O_2 , c'est-à-dire dans le plan conjugué du diaphragme D. C'est dans ce plan que l'on placera la lame de phase L, dont la forme sera identique à celle de l'ouverture du diaphragme D. Si on prend par exemple un anneau, la lame de phase sera constituée également par un anneau d'épaisseur optique convenable, qui recouvrira exactement l'image de l'anneau objet. L'image P' est ensuite examinée par l'oculaire. Ce dispositif est semblable à celui représenté par la figure 1 ; l'objectif O_2 remplace maintenant les deux objectifs O_1 et O_2 de cette figure et le principe reste le même.

Lorsque l'on veut observer des surfaces réfléchissantes bien polies, on peut utiliser un système d'éclairage du type de ceux employés dans les microscopes métallographiques [21]. Dans ces appareils le faisceau éclairant qui provient d'une source placée sur le côté du microscope se réfléchit sur une glace semi-transparente située entre l'oculaire et

l'objectif lui-même et tombe sur l'objet. Celui-ci étant réfléchissant, la lumière est renvoyée à nouveau dans le microscope en suivant le trajet ordinaire.

La figure 46 montre le dispositif employé par H. Jupnik et H. Osterberg dans le cas du microscope à contraste de phase. Un système O_1 donne du diaphragme annulaire D une image D' après traversée de l'objectif O_2 du microscope et après réflexion sur la lame semi-transparente G inclinée à 45° .

L'image D' se trouve un peu en dessous de la surface à examiner, de telle sorte qu'après réflexion sur cette surface, l'objectif O_2 en donne une nouvelle image sur la lame de phase L .

Un tel système présente des inconvénients à cause de la lumière parasite. Si l'objectif est puissant, il est préférable d'utiliser un système d'éclairage indépendant.

Dans tous ces dispositifs, il est nécessaire de faire coïncider l'image du diaphragme D avec la lame de phase. Il est commode, sinon indispensable, d'utiliser pour cela un viseur auxiliaire de faible grossissement, que l'on met à la place de l'oculaire. On peut ainsi mettre au point sur la lame de phase et régler avec précision sa coïncidence avec l'image du diaphragme D .

Dans la plupart des microscopes à contraste de phase, la lame de phase est fixée à demeure dans l'objectif; c'est le diaphragme D , placé dans une monture réglable, que l'on déplace pour effectuer le réglage.

La localisation de la lame de phase pose un problème délicat.

Pour les objectifs de longueur focale supérieure à 4 mm environ, la

Fig. 46.

lame de phase peut être indépendante de l'objectif; on doit utiliser comme support une lame de verre mince de très bonne qualité optique. Pour les objectifs puissants à immersion, la présence de la lame support détériore par trop les images. Il est de beaucoup préférable de déposer la couche mince constituant la lame de phase directement sur une des lentilles de l'objectif, ou encore de l'immerger dans le baume servant à coller les deux éléments d'un doublet de l'objectif, comme dans le dispositif Locquin. On déplace un peu le diaphragme D le long de l'axe du microscope, de façon que son image tombe juste sur l'une des lentilles de l'objectif, où se trouve déposée la lame de phase.

Dans le cas des objectifs puissants, l'image du diaphragme D est si mauvaise qu'une lumière parasite importante, due principalement aux aberrations, déborde la lame de phase et voile l'image. C'est l'une des principales difficultés de l'emploi du contraste de phase pour les forts grossissements. Pour obtenir de bons résultats, il serait nécessaire de corriger l'ensemble condenseur-objectif pour le diaphragme D et son image (lame de phase). Une lentille correctrice placée dans le plan de la lame de phase permet de rattraper la correction pour la véritable image observée.

Dispositif à contraste de phase indépendant du microscope [22].

Principe de l'appareil.

L'appareil que nous allons décrire est un filtre ayant pour but de donner par lui-même une image en contraste de phase d'un objet transparent. L'image obtenue, de grandeur égale à celle de l'objet, est stigmatique et aplanétique. Il est donc possible d'associer le filtre à un système fortement grossissant tel qu'un microscope, sans craindre une diminution de la qualité des images. Placé entre le condenseur et l'objectif, il donnera directement une image de la préparation en contraste de phase. Cette image sera observable par un microscope ordinaire sans modification.

L'appareil est formé par une demi-boule de diamètre AB (fig. 47) coupée en deux suivant le parallèle CD situé à la moitié du rayon. La face CD appartenant à la moitié supérieure est recouverte d'oxyde de titane et porte en son centre la lame de phase L. On recolle les

deux parties de la demi-boule, puis on argente la face courbe CTD, sauf sur un petit cercle T centré sur l'axe xx' du système. On porte

Fig. 47.

le filtre sur la platine du microscope, la préparation étant placée en M contre la face AB.

Le condenseur, non représenté sur la figure 47, est situé sous la préparation et forme l'image de la source lumineuse sur la lame de phase L. Le trajet des rayons est le suivant :

1° *Lumière diffractée :*

Soit MP un rayon diffracté par la préparation. La moitié se réfléchit en N vers le bas et peut être considérée comme perdue. L'autre moitié traverse la couche d'oxyde de titane, se réfléchit en P sur l'argenture, puis à nouveau sur la couche d'oxyde de titane et aboutit enfin en M' où se forme l'image de la préparation en lumière diffractée. La couche d'oxyde de titane, obtenue par vaporisation dans le vide, doit avoir une épaisseur telle que le quart de la lumière soit utilisé à former l'image. C'est largement suffisant en microscopie, où l'on dispose toujours de sources intenses.

2° *Lumière directe-fond cohérent :*

Le condenseur forme l'image de la source lumineuse sur la lame de phase EF, qui est située sous la couche d'oxyde de titane (côté condenseur) et dont la partie centrale est recouverte par un petit écran circulaire opaque E'F' de même diamètre que le trou T. Dans ces conditions, aucun rayon provenant de l'image de la source ne peut sortir par l'ouverture T sans avoir suivi un trajet identique à celui de la lumière diffractée.

Ouverture numérique.

L'ouverture maximum que peut donner l'appareil est obtenue lorsque le point N vient en C ou en D (fig. 47). L'inclinaison maximum des rayons diffractés est donc égale à 60° dans le verre, soit une ouverture numérique :

$$n \sin u \simeq 1,52 \times 0,87 = 1,32.$$

Naturellement on ne pourra utiliser cette ouverture qu'en travaillant avec un objectif à immersion.

Aberration.

L'image M' étant symétrique de M par rapport au plan CD (fig. 47) et M étant le centre de la sphère CTD, l'image de la préparation est stigmatique et aplanétique. Si l'on s'écarte un peu du centre, il apparaît de l'astigmatisme. Calculons le rayon de courbure que l'on doit donner au système pour que l'astigmatisme ne soit pas gênant. Nous admettrons qu'il en est ainsi si la distance d'astigmatisme est inférieure à une certaine valeur déduite de la règle de l'écart quadratique moyen, introduite par A. Maréchal (1).

Soit A un point de la préparation situé à une petite distance x du centre C (fig. 48). Si R est le rayon de courbure de la sphère, i l'angle d'incidence et u l'inclinaison moyenne d'un pinceau lumineux, la distance d'astigmatisme est égale à :

$$s' - t' = 2R \frac{\sin^2 i}{\cos i} \simeq 2Ri^2,$$

s' et t' étant les distances des focales sagittale et tangentielle au point M.

Or :

$$i \approx \frac{x}{R},$$

d'où :

$$s' - t' = \frac{2x^2}{R}.$$

Pour appliquer la règle de l'écart quadratique moyen, il suffit

Fig. 48.

d'écrire que la distance des deux focales satisfait à la condition suivante :

$$\frac{2x^2}{R} \leq \frac{\lambda}{n' \sqrt{2} \sin^2 u'},$$

où λ est la longueur d'onde dans l'air, n' l'indice de réfraction et u' l'ouverture dans la demi-boule ou dans le liquide d'immersion.

On aura alors :

$$R \geq \frac{2\sqrt{2} n' x^2 \sin^2 u'}{\lambda}.$$

Si on opère à sec, l'ouverture numérique $\sin u$ de l'objectif est donnée par :

$$\sin u = n' \sin u'$$

et on aura :

$$R \geq \frac{2\sqrt{2} x^2 \sin^2 u}{n'\lambda}$$

Considérons par exemple les trois objectifs suivants :

objectif	grandissement	ouverture numérique
n° 1	100	1,25
n° 2	60	0,80
n° 3	20	0,30

Admettons que l'on veuille couvrir un champ linéaire de 0,15 mm pour le n° 1, de 0,12 mm pour le n° 2 et de 0,75 mm pour le n° 3, ce qui correspond à un diamètre utile du verre de champ de l'oculaire de 15 mm.

On obtient pour le rayon de courbure les valeurs suivantes :

objectif	R
n° 1	27 mm
n° 2	29 mm
n° 3	39 mm

Pratiquement, les deux premiers objectifs peuvent être utilisés avec un même filtre, seul le troisième nécessitera un rayon plus grand.

Réalisation pratique.

1° Réalisation de la demi-boule.

Pour pouvoir amener la préparation au centre de la demi-boule, il est nécessaire de réduire l'épaisseur de la lame ABCD de 0,17 mm, épaisseur des lamelles couvre-objet. L'image se forme alors exactement au sommet T, mais pour travailler dans les conditions normales, il faut donc recouvrir cette image par une lame de verre de 0,17 mm d'épaisseur. Plutôt que de placer une telle lame en T, il est plus pratique de déplacer légèrement le plan CD vers le sommet T, de façon que l'image se forme à 0,33 mm au-dessus de T par exemple. On peut alors coller en T une petite lentille plan concave, de même rayon de courbure que la demi-boule, et de $0,33 + 0,17 = 0,5$ mm d'épaisseur au centre, facile à réaliser.

En déplaçant la préparation, on risque de rayer la face AB. Pour éviter cet inconvénient, on réduit encore de 0,1 ou 0,2 mm l'épaisseur de la lame ABCD et on place une goutte d'un liquide d'immersion entre AB et la préparation. On peut ainsi éloigner à volonté la préparation du système, ce qui présente un avantage certain pour la mise au point.

Enfin, pour réduire l'encombrement du système et ne pas être gêné par les parties non utilisées de la lame ABCD, on pourra donner à cette dernière la forme d'une lentille (fig. 49) dans le cas des grandes

Fig. 49.

Fig. 50.

ouvertures numériques. Pour les faibles ouvertures, on lui donnera la forme d'un tronc de pyramide (fig. 50). Ces deux figures sont à l'échelle 1 avec $R = 28$ mm pour la figure 3 et $R = 39$ mm pour la figure 4.

Dans la région M on polit une petite surface plane A'B' parallèle à CD. Le champ étant toujours petit, A'B' peut être de l'ordre de 2 mm. Les autres parties du système situées en dessous de CD ne sont pas polies.

2° *Lame de phase.*

Nous avons utilisé des lames de gélatine d'un type analogue à celles de Zernike. On dépose une couche de collodion sur une lame de

verre, puis une couche mince de gélatine dissoute dans l'eau et mélangée d'encre de Chine. On laisse évaporer et on décolle facilement la couche de gélatine. C'est elle que l'on colle sur CD en employant un baume d'indice convenable pour avoir un déphasage de $\frac{\pi}{2}$ entre un rayon qui traverse la lame et un rayon qui passe à côté.

Notons que rien n'empêche l'emploi de lames d'autres types, comme par exemple les lames de phase polarisantes. Toutefois, dans le cas des fortes absorptions, la lumière directe traverse tout le microscope et une lumière parasite importante prend naissance. Il est préférable d'utiliser un système dans lequel l'absorption de la lumière directe se fait avant la traversée du microscope.

Il faudra également éviter que la lumière directe réfléchiée vers le bas par la couche d'oxyde de titane ne soit réfléchiée à nouveau (ou diffusée) par la face courbe AA', BB' (fig. 49). Un vernis opaque déposé à cet effet sur les régions non polies permettra d'annuler les réflexions parasites.

Avantages du filtre contraste de phase.

L'avantage principal de ce dispositif est qu'il peut être utilisé avec de bons objectifs de microscope sans qu'on soit obligé de les démonter pour placer la lame de phase. Le démontage d'un objectif est toujours une opération extrêmement délicate, qu'il faut éviter. D'autre part, il permet l'emploi de lames de phase fortement absorbantes sans qu'on soit gêné par la lumière parasite. La lumière directe ne pénètre en effet dans le microscope qu'après avoir traversé la lame de phase. Quant au condenseur, il peut être du type habituel, avec diaphragme circulaire. Il est possible d'utiliser enfin une lame L opaque, c'est-à-dire d'observer en éclairage fond noir (strioscopie).

Caractéristiques générales des lames de phase employées en microscopie.

Les lames de phase employées en microscopie ne sont généralement pas très absorbantes. Il est difficile en effet d'utiliser des lames for-

tement absorbantes, pour plusieurs raisons dont les principales sont les suivantes :

a) Il y a un grand nombre de surfaces placées sur le trajet des rayons directs avant la lame de phase. Les images parasites produites par double réflexion sur ces surfaces donnent naissance à un voile, qui n'est pas arrêté par la lame de phase et dont l'importance croît au fur et à mesure que l'absorption de la lame augmente.

b) Les défauts de poli et les poussières d'un aussi grand nombre de surfaces produisent également un voile parasite important.

c) Le condensateur et l'objectif du microscope donnent du diaphragme D une image fortement aberrante. La lame de phase laisse passer un voile dû aux aberrations. Ce voile ne peut être réduit que si l'on augmente la largeur de la lame de phase, d'où diminution du pouvoir séparateur de l'instrument.

Quant au déphasage des lames, on ne le prend pas toujours égal à $\frac{\pi}{2}$, de façon à ne pas être gêné dans l'observation des détails faiblement absorbants. On ne descend pas généralement au-dessous de $\frac{\pi}{3}$.

Pour les forts grossissements, les lames de phase employées le plus couramment en microscopie sont des lames à caractéristiques fixes, qui font partie de l'objectif. Pour pouvoir changer la phase ou l'absorption, il faut donc disposer d'un certain nombre d'objectifs, permettant de réaliser les combinaisons les plus utiles. L'expérience montre que cinq ou six objectifs suffisent dans la plupart des cas. Pour les faibles grossissements, les dispositifs réglables, décrits précédemment, peuvent être employés assez facilement et permettent de réaliser toutes les combinaisons possibles sans difficultés.

Fig. 51.

Enfin les dimensions des lames résultent des considérations des chapitres précédents. Le tableau ci-après, établi par Jupnik, Osterberg et Richards, donne les dimensions de lames de phase annulaires pour

trois objectifs de type habituel. La figure 51 montre le schéma correspondant de la lame.

longueur focale de l'objectif (mm)	h_1 mm	h_2 mm	h_0 mm
16	1,6	2,6	3,3
4	1,2	2,1	2,7
1,8	0,7	1,0	1,3

Limite de séparation.

Dans le cas du microscope à contraste de phase, le problème qui se pose peut se diviser en deux parties : d'abord rendre visible des objets parfaitement transparents, ensuite déterminer jusqu'à quelles limites on peut réduire leurs distances sans que leur existence individuelle disparaisse. Le contraste de phase permettant de voir des objets totalement invisibles par l'éclairage habituel, si l'on veut comparer l'observation au microscope ordinaire à l'observation en contraste de phase, il faut préciser les conditions dans lesquelles se font les comparaisons. Dans le contraste de phase, il est toujours possible d'avoir une image de contraste voisin de 1 en réglant convenablement l'absorption. Nous chercherons donc la limite de séparation sur un objet parfaitement transparent et nous comparerons les résultats obtenus par cette méthode à ceux obtenus par le microscope ordinaire sur un objet de structure identique et de contraste 1. L'étude expérimentale de la limite de séparation d'un instrument montre que les résultats dépendent essentiellement du test choisi.

Nous prendrons d'abord un objet à structure périodique : le réseau opaque en microscopie ordinaire et le réseau transparent en contraste de phase. Disons tout de suite que ce n'est pas la vision de tels objets qui se présente le plus souvent en microscopie.

Nous étudierons en second lieu la limite de séparation de deux petits points transparents rendus visibles par contraste de phase. Nous comparerons les résultats à ceux obtenus par le microscope ordinaire sur la limite de séparation de deux points lumineux.

Dans tous les cas, l'œil sera considéré comme un instrument parfait, soumis aux lois de la diffraction et à une seule donnée d'ordre physiologique, à savoir le minimum de contraste perceptible.

Limite de séparation du microscope ordinaire : réseau.

a) Éclairage incohérent.

Les différents points lumineux constituant les traits brillants du réseau-objet sont assimilés à des sources complètement indépendantes. Considérons la figure de diffraction d'un point : l'instrument étant parfait, c'est le disque d'Airy. Faisons tourner cette figure autour de l'axe des ordonnées (intensités), nous obtenons le « solide de diffraction ». Pour avoir l'intensité au centre d'un trait brillant, il suffit de

Fig. 52.

poser le solide de diffraction sur l'image, de telle sorte que son axe passe par le point considéré. Le volume découpé par les parties claires de l'objet dans le solide de diffraction donne l'intensité cherchée. Pour avoir l'intensité au centre d'un trait noir, on opère de la même façon. La limite de séparation est atteinte lorsque le contraste de l'image est égal au minimum de contraste perceptible par l'œil parfait : 0,02. Soient η une direction quelconque et θ le pas angulaire du réseau (fig. 52). La répartition des intensités dans l'image d'un point, P par exemple, est donnée par :

$$\left[\frac{2J_1\left(\frac{k\eta D}{2}\right)}{\frac{k\eta D}{2}} \right]^2,$$

D étant le diamètre de l'objectif O . La condition précédente est obtenue lorsque :

$$\eta = 0 \Rightarrow \frac{1,03\lambda}{D}.$$

Si $2a$ est le pas linéaire du réseau-objet, la relation des sinus donne :

$$4na \sin u = D \cdot \theta,$$

d'où :

$$\left[2a = \frac{1,03\lambda}{2n \sin u} \right]$$

b) Eclairage cohérent.

Considérons maintenant une source ponctuelle située à l'infini sur l'axe de l'instrument. L'amplitude de chaque spectre du premier ordre est proportionnelle à $\frac{2a}{\pi}$, celle de chaque spectre du 3^e ordre à $\frac{2a}{3\pi}$, etc.

L'image du réseau est alors donnée (voir chapitre I) par :

$$f(x) = a + \frac{2a}{\pi} \left(e^{i\frac{\pi x}{a}} + e^{-i\frac{\pi x}{a}} \right) - \frac{2a}{3\pi} \left(e^{i\frac{3\pi x}{a}} + e^{-i\frac{3\pi x}{a}} \right) + \dots$$

Pour voir « une image du réseau », il suffit donc que l'ouverture soit telle qu'au moins l'image directe plus l'un des spectres du premier ordre, soient admis par l'objectif. L'image du réseau sera alors représentée par une structure sinusoidale :

$$f_1(x) = a + \frac{4a}{\pi} \cos \frac{\pi x}{a},$$

si l'on admet les deux spectres du premier ordre ; ou :

$$f_2(x) = a + \frac{2a}{\pi} \cos \frac{\pi x}{a} + i \frac{2a}{\pi} \sin \frac{\pi x}{a},$$

si l'on admet seulement l'un des spectres du premier ordre.

Les intensités correspondantes sont :

$$I_1(x) = a^2 \left[1 + \frac{8}{\pi} \cos \frac{\pi x}{a} + \frac{16}{\pi^2} \cos^2 \frac{\pi x}{a} \right],$$

$$I_2(x) = a^2 \left[1 + \frac{4}{\pi} \cos \frac{\pi x}{a} + \frac{4}{\pi^2} \right].$$

La disposition optimum est obtenue lorsque les rayons correspondant à l'image directe et à l'un des spectres du premier ordre sont symétriques par rapport à l'axe et couvrent juste l'objectif (fig. 53). Soit

Fig. 53.

u' l'angle des rayons incidents avec la normale au réseau, n' l'indice du milieu situé avant le réseau, n l'indice du milieu situé entre le réseau et l'objectif.

On a le spectre du premier ordre dans la direction u si

$$2a(n \sin u \pm n' \sin u') = \lambda.$$

Si β est l'angle du rayon réfracté direct dans le milieu d'indice n , on a :

$$\beta = u$$

et la loi de réfraction donne :

$$n' \sin u' = n \sin \beta = n \sin u,$$

d'où :

$$(4, 5) \quad 2a = \frac{\lambda}{2n \sin u}.$$

On obtient donc le même résultat « numérique » que dans le cas de l'éclairage incohérent. Mais il existe maintenant une différence essentielle, que nous allons préciser. Calculons la répartition des intensités dans l'image du réseau sur la rétine : l'amplitude de l'image directe

est a , celle du spectre du premier ordre $\frac{2a}{\pi}$ et leur différence de phase est $\frac{\pi x}{a}$ en un point x de l'image.

La répartition des intensités est donnée par l'expression :

$$(4, 6) \quad I = a^2 + \frac{4a^2}{\pi^2} + \frac{4a^2}{\pi} \cos \frac{\pi x}{a},$$

d'où le contraste entre le milieu d'un trait brillant et le milieu d'un trait sombre :

$$\gamma = \frac{8\pi}{(2 + \pi)^2} = 0,95.$$

On pouvait s'attendre à ce résultat étant donné le peu de différence des amplitudes interférentes. On constate donc que l'on obtient la limite de séparation pour un contraste de l'image sur la rétine encore voisin de l'unité. Si on réduit très légèrement le pas du réseau, l'objectif ne peut plus recevoir à la fois l'image directe et le spectre du 1^{er} ordre. Que ce soit l'un ou l'autre, l'éclairement dans le plan image devient uniforme, l'image du réseau disparaît. En éclairage cohérent, les propriétés de l'œil n'interviennent pas, la limite de séparation est déterminée uniquement par l'ouverture numérique et par la position de l'objectif par rapport aux faisceaux lumineux.

Limite de séparation du microscope à contraste de phase : réseau.

a) Éclairage cohérent.

Dans le cas du microscope à contraste de phase, on observe, non plus un réseau ordinaire, mais bien un réseau transparent. L'image directe est alors en quadrature avec le premier spectre. La lame de phase les remet en phase et on se retrouve dans les conditions identiques à celles du microscope ordinaire. Pourvu que le contraste de l'image soit perceptible, ce que l'on peut toujours obtenir en réglant convenablement l'absorption, le pouvoir séparateur n'est pas changé. Le plus petit réseau que l'on peut observer correspond encore à un pas égal à $2a$ donné par :

$$2a = \frac{\lambda}{2n \sin u}.$$

b) Éclairage incohérent.

On sait que si l'on élargit la source, l'image directe et les spectres s'élargissent. Or si l'absorption de la lame de phase est convenable et si l'objectif admet l'image directe et l'un des spectres du premier ordre, le contraste de l'image est toujours suffisant pour qu'il soit possible d'élargir la source sans que le contraste de l'image tombe en dessous du minimum de contraste perceptible 0,02.

C'est ce qui est à peu près réalisé dans la pratique, où les lames de phase ne sont jamais très larges. On obtient donc encore sensiblement les mêmes résultats.

Limite de séparation de deux points : Microscope ordinaire, éclairage incohérent.

On considère deux points lumineux indépendants. Chaque point a alors pour image la structure :

$$\left[\frac{2J_1\left(\frac{k\eta D}{2}\right)}{\frac{k\eta D}{2}} \right]^2.$$

Le choix de η correspondant à la limite de séparation peut être fixé de différentes façons. On estime souvent que l'œil voit les deux points séparés si le maximum de l'une des images correspond au premier minimum de l'autre. Dans le cas précédent, on obtient :

$$\frac{k\eta D}{2} = 3,83 ;$$

si $2a$ est la distance linéaire des deux points dans le plan objet, la relation des sinus donne :

$$2a = \frac{1,22 \lambda}{2n \sin u},$$

On peut choisir un autre test de séparation [23], qui est le suivant : les deux points séparés par la distance $2r_1$ étant supposés symétriques par rapport à l'axe, la répartition des intensités est donnée par :

$$I = \left(\frac{2J_1\left[\frac{k(r_1 - \eta_1)D}{2}\right]}{\frac{k(r_1 - \eta_1)D}{2}} \right)^2 + \left(\frac{2J_1\left[\frac{k(r_1 + \eta_1)D}{2}\right]}{\frac{k(r_1 + \eta_1)D}{2}} \right)^2.$$

Si $2\eta_1$ est assez grand, on obtient la courbe 1 de la figure 54. Si $2\eta_1$ est inférieur à $\frac{1,03\lambda}{D}$ on obtient la courbe 2. Au point $\eta = 0$ il y a concavité dans le premier cas et convexité dans le second. On peut

Fig. 54.

admettre que la limite de séparation est atteinte lorsque la dérivée seconde de la fonction I par rapport à η est nulle pour $\eta = 0$. C'est le test que nous choisirons dans ce qui va suivre. Les fonctions précédentes étant paires, il suffit d'annuler la dérivée seconde de l'une d'entre elles. On obtient ainsi :

$$\frac{k\eta_1 D}{2} = 1,04 \pi,$$

d'où :

$$2a = \frac{1,04 \lambda}{2n \sin \alpha}.$$

Microscope ordinaire, éclairage cohérent.

La courbe de répartition des intensités est alors donnée par :

$$I = \left[\frac{2J_1 \left[\frac{k(\eta - \eta_1)D}{2} \right]}{\frac{k(\eta - \eta_1)D}{2}} + \frac{2J_1 \left[\frac{k(\eta + \eta_1)D}{2} \right]}{\frac{k(\eta + \eta_1)D}{2}} \right]^2.$$

La dérivée seconde par rapport à η est nulle pour $\eta = 0$ si :

$$\frac{-k\eta_1 D}{2} = 1,46 \pi,$$

d'où la limite de séparation :

$$2a = \frac{1,46 \lambda}{2n \sin u}.$$

Microscope à contraste de phase.

Soient deux points transparents M et P : ce sont deux détails de dimensions latérales très petites, inférieures au pouvoir séparateur du micro-

Fig. 55.

scope (fig. 55). On considère ces deux détails sur l'axe des x , éclairés par une onde plane supposée d'abord normale à l'axe. Soient ϵ la surface commune très petite des deux objets M et P, φ la différence de phase qu'ils introduisent par rapport au fond de l'objet pris pour

origine, $2x_1$ leur distance. Considérons dans le plan focal de l'objectif O un point quelconque C dont la position est définie par les angles α et β . L'amplitude au point C due à l'onde directe est donnée par

$$\frac{\pi D^2}{4} \frac{2J_1(W)}{W},$$

où D est le diamètre de l'objectif et

$$W = \frac{\pi}{\lambda} \frac{D}{f} c$$

(f = longueur focale de l'objectif et $c = S'C$).

L'amplitude diffractée par les deux points M et P peut s'écrire si ρ est petit :

$$i\varepsilon\varphi e^{ikx_1\alpha} + i\varepsilon\varphi e^{-ikx_1\alpha}.$$

Par suite de l'ouverture finie de l'objectif O, seule une partie du phénomène de diffraction est utilisée pour former l'image finale. Toutefois dans le cas de l'onde directe on peut admettre que tout le phénomène de diffraction correspondant passe à travers la lame de phase. Dans ces conditions l'amplitude sur l'image due à l'onde directe est donnée par :

$$A_1 = \frac{\pi D^2}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2J_1(W)}{W} e^{-ik(\alpha x + \beta y)} d\alpha d\beta.$$

Posons :

$$x = \rho \cos \theta, \quad \alpha = \frac{c}{f} \cos \psi,$$

$$y = \rho \sin \theta, \quad \beta = \frac{c}{f} \sin \psi.$$

Nous aurons :

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\pi D^2}{4} \int_0^{+\infty} \int_0^{2\pi} \frac{2J_1(W)}{W} e^{-ik\left[\frac{\rho c}{f} \cos(\theta - \psi)\right]} \left(\frac{c}{f}\right) d\left(\frac{c}{f}\right) d\psi \\ &= \lambda^2 \int_0^{+\infty} J_1(W) J_0\left(2W \frac{\rho}{D}\right) dW. \end{aligned}$$

Comme on étudie ce qui se passe très près de l'axe, $\frac{\rho}{D}$ est toujours très petit :

$$A_1 \simeq \lambda^2 \int_0^{+\infty} J_1(W) dW = \lambda^2.$$

Calculons maintenant l'amplitude dans l'image due à la lumière diffractée par les points M et P. S'il n'y a pas de lame de phase et si l'on étudie seulement la distribution des amplitudes le long de l'axe des x :

$$A_2 = i\varepsilon\varphi \int_{-\beta}^{\beta} \int_{-\alpha}^{\alpha} e^{ik(x_1-x)\alpha} d\alpha d\beta + i\varepsilon\varphi \int_{-\beta}^{\beta} \int_{-\alpha}^{\alpha} e^{-ik(x_1+x)\alpha} d\alpha d\beta,$$

ou encore en posant $\frac{c}{f} = \gamma_1$:

$$A_2 = i\varepsilon\varphi \int_0^u \int_0^{2\pi} e^{ik(x_1-x)\eta \cos \psi} \eta d\eta d\psi + i\varepsilon\varphi \int_0^u \int_0^{2\pi} e^{-ik(x_1+x)\eta \cos \psi} \eta d\eta d\psi,$$

u étant l'ouverture de l'objectif. On a :

$$A_2 = i2\pi\varepsilon\varphi \int_0^u J_0[k(x_1-x)\eta] \eta d\eta + i2\pi\varepsilon\varphi \int_0^u J_0[k(x_1+x)\eta] \eta d\eta.$$

Considérons maintenant une lame de phase circulaire en S' et soit α_1 son rayon angulaire vu du point O. La lumière diffractée qui passe à côté de la lame de phase se retrouve en phase avec la lumière directe.

Posons :

$$\begin{aligned} A &= u \frac{J_1[k(x_1-x)u]}{k(x_1-x)} - \alpha_1 \frac{J_1[k(x_1-x)\alpha_1]}{k(x_1-x)}, \\ B &= u \frac{J_1[k(x_1+x)u]}{k(x_1+x)} - \alpha_1 \frac{J_1[k(x_1+x)\alpha_1]}{k(x_1+x)}, \\ C &= \alpha_1 \frac{J_1[k(x_1-x)\alpha_1]}{k(x_1-x)} \quad D = \alpha_1 \frac{J_1[k(x_1+x)\alpha_1]}{k(x_1+x)}. \end{aligned}$$

Si $d = \log_{10} N$ est la densité de la lame de phase :

$$f(x) = A_1 + A_2 = 1 + \frac{2\pi\varepsilon\varphi\sqrt{N}}{\lambda^2} (A + B) + i \frac{2\pi\varepsilon\varphi}{\lambda^2} (C + D).$$

Considérons maintenant une onde oblique caractérisée par les coordonnées polaires η_0 et θ . Nous aurons toujours :

$$0 < \eta_0 \leq \alpha_1$$

puisque la source doit recouvrir la lame de phase. L'image en amplitude devient alors :

$$\begin{aligned} f(x) &= e^{ik\eta_0(x \cos \theta + y \sin \theta)} + \frac{2\pi\varepsilon\varphi\sqrt{N}}{\lambda^2} [Ae^{ikx_1\eta_0 \cos \theta} + Be^{-ikx_1\eta_0 \cos \theta}] \\ &\quad + i \frac{2\pi\varepsilon\varphi}{\lambda^2} [Ce^{ikx_1\eta_0 \cos \theta} + De^{-ikx_1\eta_0 \cos \theta}]. \end{aligned}$$

Les expressions A , B , C , D étant réelles et φ étant petit, on peut écrire l'intensité sous la forme ;

$$I(x) = 1 + \frac{4\pi\epsilon\varphi\sqrt{N}}{\lambda^2} \left\{ A \cos [k(x-x_1)r_{10} \cos \theta] + B \cos [k(x+x_1)r_{10} \cos \theta] \right\} \\ + \frac{4\pi\epsilon\varphi}{\lambda^2} \left\{ C \sin [k(x-x_1)r_{10} \cos \theta] + D \sin [k(x+x_1)r_{10} \cos \theta] \right\}.$$

Intégrons θ de 0 à 2π et r_{10} de 0 à α_1 pour avoir l'action de tous les points de la source. Nous aurons :

$$I(x) = \int_0^{\alpha_1} \int_0^{2\pi} r_{10} d\tau_{10} d\theta + \frac{8\pi^2\epsilon\varphi\sqrt{N}}{\lambda^2} \left\{ A \int_0^{\alpha_1} J_0[k(x-x_1)r_{10}] r_{10} dr_{10} \right. \\ \left. + B \int_0^{\alpha_1} J_0[k(x+x_1)r_{10}] r_{10} dr_{10} \right\},$$

d'où à un facteur indépendant de x près :

$$I(x) = 1 + \frac{8\pi\epsilon\varphi\sqrt{N}}{\lambda^2} \left\{ A \frac{J_1[k(x-x_1)\alpha_1]}{k(x-x_1)\alpha_1} + B \frac{J_1[k(x+x_1)\alpha_1]}{k(x+x_1)\alpha_1} \right\}.$$

Cette équation permet de calculer la répartition des intensités le long de l'axe des x .

Calculons la dérivée seconde, puis faisons $x = 0$.

Posons $W = kx_1\alpha_1$, $m = \frac{\alpha_1}{u}$, nous obtenons :

$$\left[20 \frac{m}{W^2} - \left(m + \frac{1}{m} \right) \right] J_1\left(\frac{W}{m}\right) J_1(W) - \frac{7m}{W} J_1\left(\frac{W}{m}\right) J_0(W) \\ + 2J_0\left(\frac{W}{m}\right) J_0(W) - \frac{7}{W} J_0\left(\frac{W}{m}\right) J_1(W) \\ - \frac{2m^2}{W^2} (10 - W^2) J_1^2(W) + \frac{14m^2}{W} J_1(W) J_0(W) = 0,$$

Pour $m = 0,3$ nous avons :

$$2x_1 = \frac{1,33\lambda}{2n \sin u}.$$

Si la largeur de la lame de phase augmente, le pouvoir séparateur s'améliore. Pour $m = 0,6$, nous obtenons :

$$2x_1 = \frac{0,22\lambda}{2n \sin u},$$

Photo 1.

Photo 2.

PLANCHE III

Photo 3.

Photo 4.

PLANCHE IV

étant entendu que dans ces formules, u est considéré comme petit, les calculs précédents étant douteux pour les fortes ouvertures.

Le fait que la diaphragmation centrale améliore le pouvoir séparateur n'est pas nouveau. On augmente le pouvoir séparateur d'une lunette en masquant le centre de l'objectif par un écran opaque circulaire. Mais si on observe des plages étendues faiblement contrastées, on obtient le résultat opposé. Ici aussi les calculs précédents ne s'appliquent qu'à la limite de séparation de deux points : de plus, au fur et à mesure que la lame de phase s'agrandit, le contraste diminue. Il semble donc que dans la pratique les valeurs de m convenables soient de l'ordre de 0,3. Le pouvoir séparateur en contraste de phase oscillera finalement autour de la valeur obtenue en éclairage incohérent (microscope ordinaire).

Résultats obtenus par la microscopie en contraste de phase.

Les photographies des planches III, IV et V montrent de beaux résultats obtenus par Marcel Locquin. La photographie 1 de la planche III montre des hématexodies ombrées à l'or (sans contraste de phase). La photographie 2 montre les mêmes objets non ombrés et vus par contraste de phase positif. Chacun des éléments de l'hématexodie a 80 à 100 μ de diamètre. L'objectif utilisé est un objectif à immersion de grandissement 95 et d'ouverture numérique 1,30 ; le grossissement d'ensemble de l'appareil est de 3000. La photographie 3 montre des thrombocytes vivants (plaquettes sanguines) en contraste de phase positif avec le même appareil.

Photographie 4 : Capillitium de myxomycète en contraste de phase positif. Objectif de grandissement 43, ouverture numérique 0,65 et grossissement 1200.

Photographie 5 : Diatomées en contraste de phase négatif (dispositif à contraste de phase variable Locquin). Objectif à immersion de grandissement 60, ouverture numérique 1,25 et grossissement 2000.

Photographie 6 : Diatomée épaisse en contraste de phase positif. Objectif de grandissement 43, ouverture numérique 0,65 et grossissement 1500.

§ 3. APPLICATION DU CONTRASTE DE PHASE A L'ÉTUDE DES DÉFAUTS DE POLI ET D'HOMOGENÉITÉ [24]

On sait que la qualité d'un instrument dépend non seulement des aberrations, mais aussi des défauts de poli et d'homogénéité des pièces qui le constituent.

Ces défauts produisent une lumière parasite qui s'étend sur l'image et produit une baisse notable de la limite de séparation, surtout aux faibles contrastes et même si l'instrument est parfaitement corrigé des aberrations. Il est donc très important d'étudier ces défauts dans le but, soit de contrôler si leur présence est gênante, soit de les éliminer par des méthodes appropriées. Comme tous les objets étudiés précédemment, de tels défauts produisent, dans la surface d'onde, de petites perturbations qu'il est possible de mettre en évidence par contraste de phase. C'est ce qui a été fait par Mr B. Lyot, pour l'étude des objectifs destinés à l'observation de la couronne solaire.

(1) *Défauts de poli.*

On sait que la brillance de la couronne est environ 1 million de fois moindre que celle de la photosphère ; dans ces conditions, les petits défauts éclairés par une source aussi intense que la photosphère produisent un voile qui est en général beaucoup plus brillant que la couronne et en empêche toute observation. L'observation des parties basses de la couronne, les plus intenses, s'effectue à des distances angulaires du bord solaire comprises entre 1/2 minute et 10 minutes tout au plus. On peut estimer que les défauts gênants ont des dimensions latérales comprises entre 0,1 et 1 mm, l'emploi de pouvoirs séparateurs et de grossissements élevés est donc inutile dans ce problème particulier.

On réalise alors l'expérience suivante (fig. 56) : l'objectif O_1 à étudier est utilisé pour former en O_2 l'image de la source A (fente). Par suite des défauts de poli, l'onde émergente n'est pas rigoureusement sphérique, elle oscille très peu autour d'une forme moyenne

Photo 5.

Photo 6.

PLANCHE V

PLANCHE VI

qui, elle, est rigoureusement sphérique. En un point où l'écart entre l'onde émergente et sa forme moyenne sphérique est $\delta = \frac{\lambda\varphi}{2\pi}$, l'amplitude complexe est donnée par :

$$e^{i\delta} \approx 1 + i\varphi,$$

φ étant toujours très petit. D'après ce qui a été vu dans les chapitres précédents, l'onde émergente peut donc être considérée comme la

Fig. 56.

somme des deux ondes en quadrature : a) une onde d'amplitude constante égale à l'unité, qui produit en O_2 le phénomène de diffraction de l'onde parfaite ; b) une onde d'amplitude variable φ , due aux irrégularités de poli, qui produit en O_2 un phénomène très étalé, puisque correspondant à des défauts petits. On place en O_2 la lame de phase L de façon à remettre en phase ou en opposition ces deux ondes. L'objectif O_2 placé derrière la lame L donne en O_1' une image de l'objectif O_1 . En un point de cette image, l'amplitude sera $1 + \varphi$ et l'intensité :

$$I \approx 1 + 2\varphi.$$

Les bosses et les creux de la surface d'onde, provoqués par les défauts de poli, seront donc vus sous forme de petites taches plus ou moins lumineuses, avec le contraste :

$$\gamma = 2\varphi,$$

ou encore :

$$\gamma = 2\varphi\sqrt{N}$$

si la lame de phase est absorbante.

Les résultats obtenus par Mr B. Lyot sont les suivants : pour les lentilles les mieux polies, la profondeur des défauts est de l'ordre de 5 angströms, les dimensions latérales de ces défauts étant comprises

entre 0,1 et 1 mm environ. Or on sait que la brillance de la lumière diffusée par l'atmosphère terrestre est, par un ciel très pur, égale à $5 \cdot 10^{-7}$ de la brillance solaire ; si l'on veut réaliser des objectifs dont la lumière diffusée soit inférieure à cette valeur, il sera donc nécessaire d'arriver à des petits défauts de 1 angström de profondeur seulement, et de quelques dixièmes de millimètre de largeur. Les méthodes de poli sont alors très différentes de celles employées habituellement. Mr André Couder à l'Observatoire de Paris a pu réaliser ainsi deux lentilles remarquables, l'une de 20 cm de diamètre pour Mr Lyot, l'autre de 10 cm pour Mr Waldmeyer. L'obtention d'une telle surface est une opération extrêmement délicate. Voici à ce propos quelques indications de M. André Couder : « toute la difficulté » de ce travail vient de ce qu'on est obligé d'abandonner les procédés qui conviennent aux grandes pièces et d'opérer comme un fabricant de petites lentilles. Il faut terminer en même temps la mise en forme de la surface et l'usure de l'abrasif. En effet le poli le plus pur apparaît au moment où, le rouge étant complètement écrasé et chassé, l'outil menace d'adhérer au verre ; si l'on interrompt l'opération plus tôt, il s'ensuit un accroissement marqué de la lumière diffusée. La méthode habituelle de travail des objectifs astronomiques qui conduit à une forme pratiquement parfaite par une suite d'examen et d'interventions du polissoir, mesurées, de plus en plus légères, n'est plus de mise ici. Il faut atteindre d'emblée une forme acceptable à la fin d'une « séchée » qui laisse un poli sans défaut. Des tentatives répétées sont évidemment nécessaires pour rencontrer cette coïncidence heureuse ».

Naturellement, les méthodes de poli ordinaires donnent des résultats beaucoup moins bons, comme le montre la figure du haut de la planche VI, sur laquelle on voit un objectif poli à la poix. La surface donnée est sillonnée de petites ondulations dues aux défauts de poli, qui sont ici de l'ordre de 15 angströms.

Disons tout de suite que de tels défauts ne sont pas gênants dans la pratique. Ce sont les défauts de dimensions latérales très petites qui importent, parce qu'ils diffractent dans de grands angles solides, en général admis dans les instruments courants. L'observation de tels défauts pose un problème très différent, qui nécessite l'emploi de grandes ouvertures numériques. On arrive ainsi à l'utilisation du microscope à contraste de phase.

(II) *Défauts d'homogénéité (fils).*

Parmi les défauts que l'on peut rencontrer dans le verre d'optique de bonne qualité, l'un des plus importants est le fil. C'est un petit cylindre de grande longueur, de diamètre en général inférieur au millimètre, dont l'indice varie progressivement à partir de celui de la masse jusqu'à un maximum d'un petit nombre d'unités de la quatrième décimale. On observe également le pseudo-fil qui a pour origine un autre défaut; le feuillet. Par exemple, les « tables » de la glace sont des feuillets sensiblement parallèles aux faces, que l'on peut observer facilement dans une direction parallèle aux surfaces et qui deviennent invisibles dans la direction normale.

Ces défauts s'observent exactement comme les défauts de poli. Si la lame de phase est linéaire, on lui donne au moins deux orientations à 90° l'une de l'autre, pour rechercher tous les fils, qui disparaissent lorsqu'ils sont perpendiculaires au bord de la lame de phase. La figure du bas de la planche VI montre une partie de l'image d'un objectif possédant un grand nombre de ces défauts pris dans toute la masse du verre. La largeur de la lame de phase est également importante ici : si la lame de phase est très étroite, on laisse passer la lumière diffractée proche de l'axe, ce sont les fils larges qui apparaissent. Au contraire, si la lame de phase est large, c'est la lumière diffractée loin de l'axe qui est seule admise dans l'objectif et ce sont maintenant les fils très minces qui deviennent visibles. Pour éviter de confondre un fil et une rayure, on peut faire pivoter l'objectif O_1 autour d'un axe parallèle au bord de la lame de phase, par un léger mouvement de va-et-vient. Si le défaut observé se déplace par rapport aux poussières des faces, il est situé dans la masse et on a affaire à un fil. Il est souvent très utile de pouvoir localiser avec précision le défaut, car il peut être possible de le faire disparaître par une élimination convenable de matière.

On prend alors deux clichés en contraste de phase de la façon suivante (fig. 57) : *a*) on incline l'objectif O_1 de 10° dans un sens et par rapport à sa position normale; *b*) on incline l'objectif de 10° dans l'autre sens. Les deux photographies prises sur la même plaque sont ensuite examinées au stéréocomparateur. On

obtient ainsi les distances des fils aux faces de l'objectif O_1 , donc l'épaisseur de matière à enlever pour les faire disparaître si cela est possible.

Indiquons pour terminer que différentes méthodes, dont celles que

Fig. 57.

nous venons de décrire, ont été utilisées en collaboration avec B. Lyot pour contrôler et mesurer les défauts de grands disques de verre. Ces disques, au nombre d'une dizaine environ, avaient un diamètre de 45 cm et étaient destinés à l'observation de la couronne solaire. Ils ont été coulés par la maison Parra-Mantois, et contrôlés à l'Institut d'Optique et à l'Institut Géographique National pour les États-Unis d'Amérique.

Institut d'Optique théorique et appliquée, 27 mars 1949.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] M. DUFFIEUX. — Strioscopie des objets minces transparents. *Bulletin de la Société scientifique de Bretagne*, tome 21 (1946).
- [2] M. FRANÇON. — Image d'un petit objet rectangulaire parfaitement transparent par la méthode du contraste de phase. *Revue d'Optique*, t. 25 (1946), p. .
- [3] J. PICT. — Optische Abbildung Verlag und druck von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin (1933).
- [4] M. DUFFIEUX. — L'intégrale de Fourier et ses applications à l'Optique. Société anonyme des imprimeries Oberthur. Rennes (1946).
- [5] BARNEGI. — *Phil. Mag.*, (6) 37 (1919), p. 112.
- [6] M. DUFFIEUX, TIROUFLET, GUENOCHE, LANSRAUX. — Image d'une fente en éclairage cohérent. *Annales de Physique*, tome 19 (1944).
- [7] M. FRANÇON. — Importance de la diffraction dans la méthode Lyot pour l'examen du poli des objectifs astronomiques. *Revue d'Optique* (à paraître).
- [8] JAHNKE-EMDE. — Tables of functions, 1933, p. 79.
- [9] F. ZERNIKE. — Phase contrast, a new method for the Microscopic Observation of transparent objects, I. *Physica* (1942), 686, 698, 974, 986.
A. H. BENNETT, H. JUPINKE, H. OSTERBERG and O. W. RICHARDS. — Phase microscopy. *Tr. Am. Micro. Soc.*, 65 (1946), 99, 131.
H. JUPINKE. — Preliminary experiments in phase difference microscopy. *J. Opt. Soc. Am.*, 37 (1944), 773.
LINFOOT E. H. — Phase difference microscopy. *Nature*, 155 (1944), 76.
MARTIN L. C. — Phase contrast methods in microscopy. *Nature*, 159 (1947), 827-830.
RICHARDS O. W. — Biological phase microscopy. Cold Spring Harbor. Symp. on Quant. Biol. II, 208, 214 (1947).
SCANDONE F. — Phase contrast microscopy. *Galileo News* (I) (1948), 3-13.
BALLERINI L. — Teoria elementare del microscopio a contrasto di fase. *Galileo News* (I) (1948), 14-20.
M. FRANÇON. — Le contraste de phase. *Microscopie*, tome 1 (1949), n° 3.
- [10] F. ZERNIKE. — Degré de cohérence et méthode du fond cohérent. *Revue d'Optique*, tome 27 (1948), n° 12, 713-776.
- [11] KASTLER A. et MONTARNAL R. — Phase contrast in Polarized light. *Nature*, vol. 161 (1948), p. 357.
R. MONTARNAL. — Contraste de phase en lumière polarisée. *Revue d'Optique* (1948), tome 27, n° 8-9, 477-580.

- [12] H. OSTERBERG. — The Polaret microscope. *J. Opt. Soc. Am.*, **37** (1947), 726-730.
 H. OSTERBERG. — Inhomogeneous light polarizing systems. *J. Opt. Soc. Am.*, **36** (1946), 469-477.
- [13] E. W. TAYLOR. — The Control of amplitude in phase contrast microscopy. *Proc. Roy. Soc.*, A-**190** (1947), 422-426.
 E. W. TAYLOR-PAYNE. — A variable phase contrast system for microscopy. *Nature*, **160** (1947), 338.
- [14] M. LOCQUIN. — Plaque de phase à absorption réglable en lumière polarisée. *Microscopie*, tome **1**, n° 2 (1949), 47-48.
- [15] Ch. FABRY. — Les applications des interférences lumineuses. Éditions de la *Revue d'Optique* (1923).
- [16] F. ZERNIKE. — Diffraction theory of the Knife-edge test and its improved form in the phase-contrast method. *M. N. R. A. S.*, vol. **94** (1934), p. 377-384.
 F. ZERNIKE. — Beugungstheorie des schneidenvorfahrens und seiner verbesserten Form, der Phasenkontrastmethod. *Physica*, vol. **1**, n° 8, (juin 1934).
- [17] C. R. BURCH. — On the phase-contrast test of Zernike. *M. N. R. A. S.*, vol. **94** (1934), p. 384-399.
- [18] E. H. LINFOOT. — On the Zernike phase-contrast test. *Proceedings of the Physical Society*, vol. **58** (1946), p. 759.
- [19] LORD RAYLEIGH. — *Phil. Mag.* t. **8** et **9**.
- [20] CONRADY. — *M. N. R. A. S.*, vol. **79**, et vol. **81**, n° 8.
 MARTIN L. C. *Trans. Opt. Soc.* (1921-1922) et (1925-1926).
 A. BUXTON. — *M. N. R. A. S.* (1920-1921).
 A. BUXTON. — *M. N. R. A. S.* (1925).
 A. MARÉCHAL. — Thèse. Éditions de la *Revue d'Optique*, 1948.
 M. FRANÇON. — Thèse. Éditions de la *Revue d'Optique*, 1948.
 NIJBOER. — Thèse. Groningen, 1942.
 NIENHUIS. — Thèse. Groningen, 1948.
- [21] H. JUPINKE, H. OSTERBERG and G. E. PRIDE. — Phase microscopy with vertical illumination. *J. Opt. Soc. Am.*, vol. **38** (1948), n° 4, 338-342.
- [22] M. FRANÇON. Nouveau dispositif à contraste de phase pour microscope. *C. R. A. S.* Juin 1949.
- [23] LUNEBERG. — Mathematical theory of Optics. Brown Univ. (1944).
- [24] B. LYOT. — *C. R. Ac. Sc.* (avril 1946).
 B. LYOT et M. FRANÇON. — Observation des défauts de poli et d'homogénéité au stéréoscope par la méthode du contraste de phase. *Revue d'Optique*, tome **27** (1948), n° 7, p. 397-398.
- [25] A. COUDER. — Défauts des instruments réels, leur expression, leurs effets. Réunions de l'Institut d'Optique. Troisième réunion 17 avril 1944. Éditions de la *Revue d'Optique théorique et instrumentale*.

TABLE DES MATIÈRES

	Pages
INTRODUCTION.	7
CHAPITRE I. — Généralités.	9
§ 1) Calcul de l'amplitude dans l'image d'un objet introduisant seulement des variations de phase.	9
§ 2) Cas d'un objet à structure périodique, réseau de phase.	17
§ 3) Représentation graphique.	20
CHAPITRE II. — Méthodes d'observation des objets transparents.	22
§ 1) Strioscopie.	22
§ 2) Méthode de Foucault.	31
§ 3) Défaut de mise au point.	35
CHAPITRE III. — Le contraste de phase.	40
§ 1) Principe de la méthode.	40
§ 2) Représentation graphique.	42
§ 3) Sensibilité de la méthode.	43
§ 4) Observation d'une petite bande transparente.	47
§ 5) Observation d'un réseau de phase.	48
§ 6) Importance des dimensions de la lame de phase.	49
§ 7) Source non ponctuelle.	50
§ 8) Source de lumière blanche.	53
§ 9) Comparaison du contraste de phase avec les autres méthodes.	54
§ 10) Réalisation pratique de la lame de phase.	55
§ 11) Contrôle du déphasage des lames.	69
CHAPITRE IV. — Applications de la méthode du contraste de phase.	73
§ 1) Application du contraste de phase à l'étude des aberrations.	73
§ 2) Application à la microscopie.	79
§ 3) Application à l'étude des défauts de poli et d'homogénéité.	102
BIBLIOGRAPHIE.	107

IMPRIMÉ PAR L'IMPRIMERIE DURAND, A CHARTRES (E.-ET-L.). FRANCE (12-1949).

53. — Dépôt légal : 4^e trim. 1949.