

ЛЕКЦИИ

ПО ОПТИКЕ



LECTURES  
ON OPTICS

ЛНМ // ТД

Л.Ф. А

B. A. R. I.

ЛЕКЦИИ  
ПО ОПТИКЕ

LECTURES  
ON OPTICS

LECTIONES  
OPTICAE

LECTURES  
ON OPTICS

I. F. A.

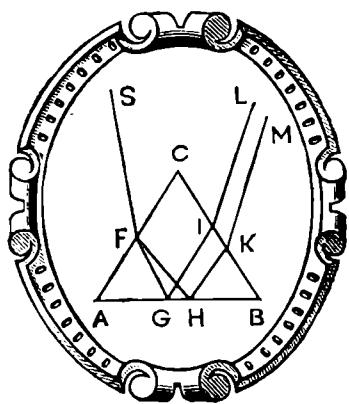


АКАДЕМИЯ НАУК СОЮЗА ССР

∞ КЛАССИКИ НАУКИ ∞



ISAACI NEWTONI  
LECTIONES OPTICAE

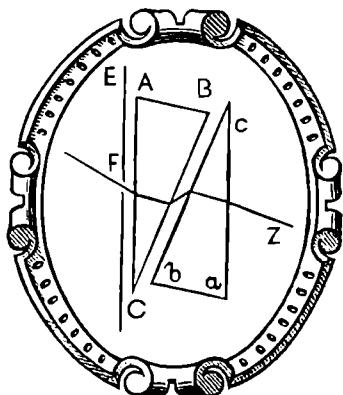


EX OFFICINA ACADEMIAE SCIENTIARVM FRSS  
MCMXLVI

# ИСААК НЬЮТОН

# ЛЕКЦИИ ПО ОПТИКЕ

ПЕРЕВОД  
КОММЕНТАРИИ И РЕДАКЦИЯ АКАДЕМИКА  
С. И. ВАВИЛОВА



ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР  
1946

Под общей редакцией Комиссии Академии Наук СССР  
по изданию научно-популярной литературы  
Председатель Комиссии президент Академии Наук СССР  
академик *С. И. ВАВИЛОВ*  
Зам. председателя член-корреспондент Академии Наук  
СССР *П. Ф. ЮДИН*



# ПРЕДИСЛОВИЕ

*к первому неполному изданию в английском переводе 1728 г.<sup>1</sup>*



Сэр Исаак Ньютон впервые нашел свою *теорию света и цветов* еще в 1666 г.<sup>2</sup> После передачи ему д-ром Барроу профессорской кафедры математики в Кэмбридже, он избрал это открытие в 1669 г. предметом своих публичных лекций в этом университете.<sup>3</sup> В 1671 г. он начал сообщать его миру, описав *отражательный телескоп* в „Philosophical Transactions“.<sup>4</sup> В то же время он предполагал опубликовать свои лекции по оптике, в коих эти вопросы разбирались полнее вместе с *трактатом о рядах и флюксиях*.<sup>5</sup> Но возникшие споры, от коих он очень страдал, заставили его отказаться от сего намерения. У него появился такой страх в отношении всего, похожего на пререкания, что постоянные настоящие друзей не могли заставить его напечатать его книгу „Оптику“ ранее 1704 г.<sup>6</sup> Что же касается „Лекций“, они были положены, в то время когда они читались, в архив университета. С них были сняты многие копии, ходившие по рукам среди интересовавшихся вопросом.

Эти „Лекции“ разделены на две части. Во второй части излагается *учение о цветах*; она была оставлена не совершенной и опубликована в „Оптике“ самим сэром Исааком с большими улучшениями. Первая часть закончена и служит подготовительной к другой. Поскольку в ней мало общего с тем, что было уже напечатано, мы сочли нужным опубликовать ее теперь. Читатель найдет в ней обилие подробностей, достойных их великого автора и таких, которые и теперь покажутся совсем новыми. Эта часть заключает четыре раздела. Содержание первых двух разделов непосредственно видно из самой книги, ибо автор поместил содержание на полях в соответствующих местах. Коротко это содержание таково. Первый раздел дает нам очень полные и подробные сведения о различной преломляемости лучей света с опытами, на основании коих это

выведено. Среди многих других любопытных вещей, касающихся этого, дано изящное доказательство случая, когда изображение Солнца, получаемое через призму, должно быть круглым, если верно принятное учение о преломлениях. Предмет второго раздела — измерения преломлений в прозрачных веществах как жидких, так и твердых, и сравнение преломлений разнородных лучей. Это сделано для сред, соприкасающихся не только с воздухом, но и с другими веществами. Все поясняется описанием прибора для выполнения опытов и примерами вместе с соответственными доказательствами.

Два других раздела — в своем роде чисто геометрические. В первом из них рассматриваются явления преломления лучей, падающих на одну или две плоские поверхности. Первые девятнадцать предложений относятся к преломлениям на одной плоскости, из них первые восемь касаются однородных лучей и содержат некоторые принципы диоптрики. В поучении к восьми предложениям наш автор приводит любопытные соображения о кажущемся месте изображения предмета, видимого посредством преломления. Остальные из указанных предложений касаются отклонений и границ для неоднородных лучей, когда они преломляются на поверхности, разделяющей две среды, плотности коих считаются либо постоянными, либо изменяющимися у одной из сред. При этом, как указано в заключении предл. XII, замечательно то, что для лучей каждого сорта, преломляемых в той же точке плоской поверхности, местом центров их излучений является обычная циссоида. Отсюда до конца этого раздела разбираются свойства как однородных, так и неоднородных лучей при преломлении двумя плоскостями; это имеет отношение главным образом к опытам с призмой, из коих наш автор вывел свою *теорию света и цветов*. Здесь, в предл. XX и XXI, показано, что если лучи расходятся перед призмой, то однородные лучи после двукратного преломления будут продолжать расходиться, некоторые же из неоднородных будут сходиться. Отсюда в предл. XXII следует, что из лучей, так преломляемых от предмета к глазу, некоторые будут постепенно падать к вершине призмы ближе, чем другие, по мере увеличения их преломляемости. Из предл. X определяется порядок цветов в изображении при преломлении. В предл. XXIII, XXIV доказывается, что чем больше вертикальный угол призмы или чем плотнее ее вещество, тем больше будет разница преломлений, вследствие чего цвета в изображении будут более зачетными. В предл. XXV, XXVI показывается, что для однородных лучей, падающих на призму так, что преломление с обеих сторон одинак-

# OPTICAL LECTURES

Read in the  
PUBLICK SCHOOLS

OF THE

University of CAMBRIDGE,

*Anno Domini, 1669.*

---

By the late Sir ISAAC NEWTON,  
Then Lucasian Professor of the Mathematicks.

---

Never before Printed.

Translated into English out of the Original Latin.

---

LONDON:

Printed for FRANCIS FAYRAM, at the  
South Entrance of the Royal Exchange.

M DCC. LXVIII.



Титульный лист первого неполного английского издания «Лекции по оптике» 1728 г.

ково, угол, составляемый падающим и выходящим лучами, будет наибольшим. Для неоднородных лучей разность этих углов будет в то же время наименьшей. В последнем предложении наш автор излагает механическое<sup>7</sup> решение следующей задачи: лучи преломляются от одной данной точки к другой данной точке через призму с данным положением; нужно найти углы, составляемые неоднородными лучами. Он говорит, что для выполнения этого геометрически требуется такое построение, которое старые авторы называли линейным, и что этого нельзя сделать при помощи конических сечений.<sup>8</sup>

Последний раздел касается лучей, преломляющихся на кривых поверхностях. Основное содержание его в предл. XXIX, XXX, XXXII, XXXIII состоит в нахождении главного фокуса и каждого отдельного луча не только на сферах, но на каких угодно кривых поверхностях. В предл. XXXI дается расчет ошибок, возникающих от фигуры оптических стекол, в предл. XXXIV находятся такие кривые, которые должны точно преломлять лучи света в любой данный фокус, и в предл. XXXV, XXXVII — определение радуги. Во всем этом разделе наш автор не упоминает неоднородные лучи до последнего предложения, в котором он определяет ошибки, вызываемые различной преломляемостью лучей света. Из этого предложения, сравнивая его с тридцать первым, он выводит заключение, что несовершенство оптических инструментов вызывается, вопреки общему мнению, не неточностью фигуры стекол, но различной преломляемостью лучей света. Это соображение привело нашего автора к благородному изобретению *отражательного телескопа*, подробное описание коего дано в его „Оптике.“ Этот инструмент, большой длины, с очень любопытным приспособлением для работы с ним был позднее изготовлен остроумным джентльменом, дворянином Джоном Гадлеем. Описание его опубликовано в „Philosophical Transactions“, № 376.<sup>9</sup>

В предисловии к ученым „Лекциям по оптике“ д-ра Барроу, напечатанным в 1669 г., отмечен выдающийся талант сэра Исаака Ньютона, в то время когда он еще совсем не был известен миру.<sup>10</sup> Доктор искренно признается, что он изменил многие вещи по его совету и включил некоторые его изобретения, как добавочное украшение к своим собственным. То, что д-р Барроу опубликовал тогда из трудов нашего автора без доказательств, читатель найдет доказанным в „Лекциях“.

Но сейчас всякие свидетельства о высоких качествах нашего автора не нужны, и нет надобности рекомендовать то, что сделано тем, кто приобрел мировую славу. Достаточно, что настоящий трак-

ПРЕДИСЛОВИЕ К ПЕРВОМУ ИЗДАНИЮ НА АНГЛИЙСКОМ ЯЗЫКЕ 11

---

тат есть точный перевод очень хорошей копии, снятой с латинского оригинала лекций, читанных в 1669 г. Мы перевели их на язык, который сам сэр Исаак Ньютон избрал для своей „*Оптики*“. В некоторых подстрочных примечаниях мы сделали короткие пояснения, которые, полагаем, не будут совсем бесполезными тем, кто не вполне знаком с вопросом. Этой работой мы заслужим благодарность всех, кто интересуется этими вопросами. Мы будем продолжать работу в этом направлении и надеемся вскоре представить публике некоторые *математические работы*, давно написанные нашим великим автором, но, однако, никогда еще не напечатанные. Этим мы дадим новые доказательства того, как рано развернулся этот гений, который давно был в состоянии создавать такие божественные творения, как „*Начала*“ и „*Оптику*“.

Лондон, июнь 29  
1727

# ПРЕДИСЛОВИЕ

*к первому латинскому изданию 1729 г.*



Рекомендовать этот трактат читателям излишне. Надо ли хвалить труд, автором коего является великий Ньютон? Мы впервые представляем здесь публичные лекции, которые Ньютон стал читать в Кэмбридже, когда в 1669 г. Барроу передал ему профессуру Лукасовской кафедры.<sup>3</sup> Они содержат открытия о свете и цветах, сделанные автором в 1666 г. и доложенные в 1671 г. Королевскому Обществу и опубликованные в том же году в „Philosophical Transactions“. Сам автор издал бы и эту книгу в то же время, если бы неуместные лжеутверждения некоторых невежд не отвратили его от этого намерения. Ибо Ньютон до того боялся таких пререканий, что в течение многих лет хранил молчание по этому вопросу.<sup>5</sup> Только в 1704 г., побежденный просьбами друзей, он опубликовал великолепнейший труд по оптике, коего мы были бы, может быть, лишены и дальше, если бы не тот случай, что открытия Ньютона до такой степени понравились знаменитому геометру Гугению,<sup>11</sup> что он построил большую часть своей книги по диоптрике на принципах Ньютона; эта книга Гугения вышла в свет в посмертных трудах его в предшествующем году. Это давало надежду понудить к молчанию сказанных невежд и болтунов.<sup>6</sup>

Книга по оптике, изданная в 1704 г., не мало отличается от этого трактата. Правда, многое в обеих по смыслу одно и то же, но изложено с различными доказательствами. В трактате содержится не мало превосходнейших открытий, которые нельзя прочесть в „Оптике“. Большая часть „Оптики“ занята объяснением явлений, происходящих при прохождении света через тонкие пластины. Эти опыты только коротко упоминаются в конце настоящих лекций. Затем из того, что по этому вопросу было издано в „Philosophical Transactions“, явствует, что автор наш имел намерение далее исследовать эти явления; однако открытия его в этой области

едва ли усовершенствовались спустя двенадцать или пятнадцать лет после того, как читались публикуемые лекции.

Некоторые из его открытий не изложены в нашей книге, однако здесь имеется многое превосходное, чего нет в других местах. В „Оптике“ автор остерегался, насколько мог, смешивать геометрические доказательства с философскими доводами, и там, где было необходимо дать математическое предложение, доказательства его не было. Здесь же, наоборот, он пространно доказывает все геометрическое, необходимое для понимания; может быть, он опустил это в другой книге по указанной причине, хотя едва ли он не знал, что лекции в некоторой мере увидели свет, так как они при публичных чтениях в Кэмбридже не только хранились в архиве, но в других экземплярах сохранялись на руках друзей. В отношении первых элементов оптики наш автор всюду следует оптическим лекциям Барроу. То, что Барроу приписывал любому свету, Ньютон исследовал дальше и применил к различно преломляемым лучам, что для Барроу было не известно. Когда же наш автор объяснил ему, то все было одобрено Барроу, как свидетельствует одно из писем д-ра Коллинса, изданное в его переписке, в котором Барроу, говоря о лекциях Ньютона, называет их трудом, больше коего едва ли имеет наше время. В лекциях доказываются многие предложения, которые автор вместе с Барроу сообщил в его лекциях без доказательств. Так, доказывается способ нахождения фокуса сферических поверхностей и других кривых поверхностей при помощи линий, определяющих кривизну. Также определяются каустики (как их называют), происходящие от преломления. Каустику для сферических поверхностей определял еще Барроу.

В лекциях же Ньютона каустика определяется для кривых со всякими кривизнами при помощи радиусов кривизны. Эти радиусы кривизны он уже рассматривал давно и изложил способ их нахождения в книге о *флюксиях*, написанной в 1665 г.; тот же предмет исследуется и в другой книге, написанной в 1671 г. Это явствует из письма его к Коллинсу от 10 дек. 1672 г., изданного, наряду с прочими, в „*Сотицесиум Епистоликум*“ и частью в последнем издании „*Начал философии*“. Ясно это также из самих трактатов, остающихся до сих пор неизданными; некоторые экземпляры находятся на руках, и их обещают выпустить в свет.<sup>12</sup>

Экземпляр „Лекций“ Ньютона некогда передал Грегори, Савильскому профессору астрономии.<sup>13</sup> С него снята копия, с коей печатается настоящее издание.

Как узнали говорившие с Грегори, экземпляр этот переписан очень точно и тщательно. Мы не сомневаемся, что экземпляр

ISAACI NEWTONI, Eq. Aar.

I N

Academiâ Cantabrigiensi

Matheseos olim Profefforis Lucaniani

LECTIONES OPTICÆ

Annis MDCLXIX, MDCLXX & MDCLXXI.

In Scholis publicis habitæ:

Et nunc primum ex MSS. in lūcem editæ.



L O N D I N I

Apud GUIL. INNYS, Regiæ Societatis Typographum  
MDCCXXIX.

Гитульный лист первого полного латинского издания „Лекции по оптике“ 1729 г.

Грегори, одобренный самим Ньютоном, был совершенным. Но после того как наше издание было напечатано, мы услышали, что экземпляр лекций, хранящийся в Кэмбридже, в архиве университета, более совершенен. Достав этот экземпляр и сравнив с нашим, мы сделали следующее. Различия, так же как и типографские опечатки, мы отметили в конце книги; некоторые из этих отличий, как видно, таковы, что ими можно бы пренебречь, другие же имеют немалое значение, некоторые из них вызваны, как видно, ошибками писца, которому Ньютон послал для переписки экземпляр Грегори, наконец, некоторые проис текают из исправлений, сделанных самим Ньютоном в его кодексе, хранящемся в архиве университета.

В некоторых местах мы сделали в конце страницы короткие примечания, сопоставив рядом то и другое, что часто представляет удобства.<sup>14</sup>

ОПТИКИ  
ЧАСТЬ ПЕРВАЯ



О ПРЕЛОМЛЕНИЯХ  
ЛУЧЕЙ СВЕТА



---

---

# ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

---

## РАЗДЕЛ ПЕРВЫЙ



### ПРЕЛОМЛЕМОСТЬ ЛУЧЕЙ РАЗЛИЧНА

#### I

Недавнее изобретение телескопов столь изощрило большинство геометров, что в оптике, кажется, не осталось ничего не испытанного и нет места для новых изобретений. Далее, с того времени как составлены рассуждения, не так давно слышанные вами здесь,<sup>15</sup> с таким разнообразием оптических вопросов и полнотой новых сведений, подтвержденных точнейшими доказательствами, моя попытка нового изложения этой науки может казаться лишней тратой сил и бесполезной работой. Однако я заметил, что геометры до сих пор ошибочно понимали свойство света, относящееся к преломлениям, молчаливо основывая свои доказательства на некоторой недостаточно хорошо установленной физической гипотезе. Поэтому полагаю не бесполезным подвергнуть начала этой науки более строгому исследованию и добавить к тому, что излагал мой уважаемый предшественник с этого места, то, что открыто мною в оптике и установлено многочисленными опытами.

Изучающие диоптрику воображают, что зрительные приборы могут быть доведены до любой степени совершенства при помощи стекла, если полировкой сообщить ему желаемую геометрическую фигуру.<sup>16</sup> Для этой цели

\*

придуманы были разные инструменты для притирания стекол по гиперболическим, а также параболическим фигурам. Однако точное изготовление таких фигур до сих пор никому не удалось, ибо работали понапрасну. И вот, для того чтобы не тратили далее труд свой на безнадежное дело, осмеливаюсь я предупредить, что если бы даже все происходило удачно, все же полученное не отвечало бы ожиданиям. Ибо стекла, которым придали бы фигуры наилучшие, какие можно придумать для этой цели, не будут действовать и вдвое лучше сферических зеркал, полированных с той же точностью. Говорю это не для осуждения авторов-оптиков, ибо все они в отношении намерения своих доказательств высказывались точно и вполне правильно. Однако нечто, и притом очень важное, было оставлено ими для открытия потомкам. Так, я обнаружил в преломлениях некую неправильность, искажающую все. Она вызывает не только недостаточное превосходство конических сечений над сферическими фигурами, но и служит причиной того, что сферические фигуры дают много меньше, чем если бы сказанное преломление было однородным.

Итак, я приступаю к диоптрике без намерения охватить ее полностью, но прежде всего для исследования указанного свойства природы света. Затем я покажу, в какой мере это свойство препятствует улучшению диоптрики и каким способом можно обойти это неудобство, насколько позволяет природа предмета. Затем я несколько коснусь как теории, так и практики телескопов и микроскопов и покажу, что большее усовершенствование оптики следует искать, вопрекициальному мнению, в соединении диоптрики и катоптрики.<sup>17</sup> Кроме того, я пространно объясню различие цветов и происхождение их в призмах и в окрашенных телах.

## II

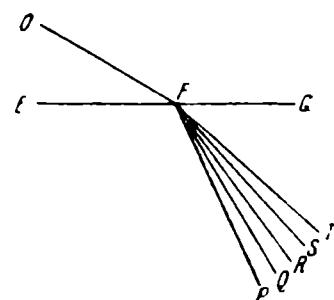
*Преломление  
всех лучей не  
одинаково*

В свете я открыл, что лучи его по количеству преломления отличаются друг от друга. У лучей, имеющих один и тот же угол падения, у одних угол преломления будет несколько больше, у других меньше. Для большего пояснения пусть *EFG* (фиг. 1) есть

какая-либо преломляющая поверхность, предполагаемая стеклянной, и пусть линия  $OF$  проведена до встречи с поверхностью в  $F$ , образуя острый угол  $OFE$ ; вообрази, что солнечные лучи текут по линии  $OF$ , непрерывно следя один за другим и попадая по очереди в точку  $F$ , где они преломляются в более плотную среду. Или, если хочешь, вообрази параллельные лучи, сколь угодно мало удаленные от  $OF$  и падающие в точки, также совсем рядом расположенные с  $F$ . По общепринятым мнению, лучи с одинаковым падением должны иметь все также и одинаковое преломление, например по линии  $FR$ . Я, однако, открыл обратное, именно, что лучи после преломления расходятся один от другого так, что

одни как бы преломляются по линии  $FP$ , другие — по линии  $FQ, FR, FS$  и неисчислимые другие — по промежуточным пространствам, одни сюда, другие туда, смотря по тому, к большему или меньшему преломлению способен луч. Помимо того, я обнаружил, что лучи  $FP$ , наиболее преломляемые, производят пурпуровые<sup>18</sup> цвета, лучи

же  $FT$ , наименее преломляемые — красные; лучи  $PQ, FR, FS$  — промежуточные, производят и промежуточные цвета, т. е. синий, зеленый, желтый. Лучи, расположенные соответственно возрастанию преломления, образуют цвета в таком порядке: красный, желтый, зеленый, синий и пурпуровый и все промежуточные, которые привычно видеть в радуге. Отсюда легко понять, как получаются цвета в призме и в радуге. Но, поскольку эти вещи наблюдались мало, я отложу то, что нужно сказать о цветах, до более позднего времени.



Фиг. 1.

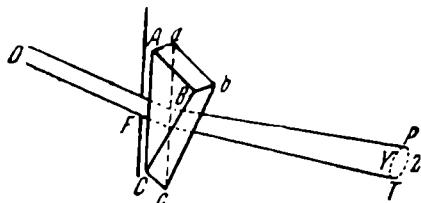
*Простым  
опытом дока-  
зывается удли-  
нение солнеч-*

## III

Изложив таким образом коротко мнение наше по этому делу, я последовательно объясню резоны и опыты, на которых все основано, дабы ты не думал, что тебе рассказывают басни вместо истины. И поскольку

*ного преломленного изображения*

один, очень простой опыт с призмой дал мне случай придумать остальное, я прежде всего объясню его. Пусть  $F$  (фиг. 2) есть некоторое отверстие в стене или в окне комнаты, через которое проникают солнечные лучи, причем все прочие отверстия тщательно закрыты, чтобы свет не проходил где-либо в другом месте. Это затемнение комнаты не обязательно необходимо, оно, однако, помогает большей очевидности опыта. Затем к отверстию прикладывается стеклянная призма  $Aa\ Bb\ Cc$ , которая преломляет лучи  $OF$ , про-



Фиг. 2.

ходящие через нее по направлению к  $PYTZ$ ; эти лучи, оканчиваясь на противоположной стене или какой-нибудь бумаге на расстоянии, достаточно большом от призмы, образуют, как можешь видеть, удлиненную фигуру  $PYTZ$ , так как ее длина  $PT$  вчетверо превосходит ширину  $YZ$  и больше.

Отсюда кажется несомненным заключение, что из лучей с равным падением одни претерпевают большее преломление, чем другие. Ибо если справедливо противоположное, то сказанное изображение Солнца казалось бы почти круглым и при некотором положении призмы точно к круглым, что противоречит всем опытам. Каким бы способом, возможным для меня, я ниставил призму, длина изображения более чем вчетверо превосходила ширину. Угол призмы  $ACB$  или  $acb$  в принятых градусах был около шестидесяти.

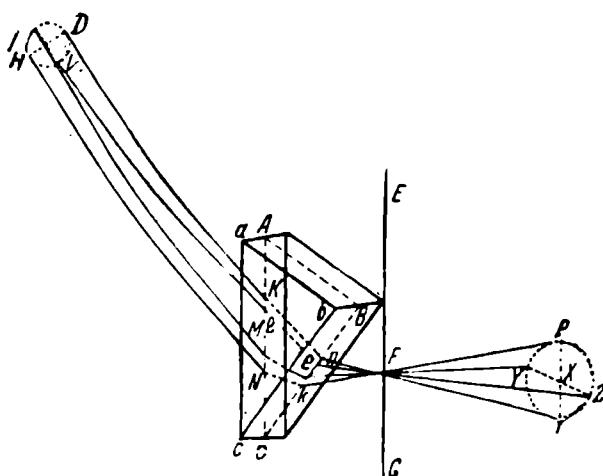
#### IV

*Случай, когда лучи равнопреломляемые*

По распространенному учению о преломлениях существует положение призмы, при котором изображение Солнца должно казаться круглым. Это я показываю так. Помести призму наружу, около отверстия в окне

*дают круглое изображение*

комнаты, или, что сводится к тому же, пусть будет  $EG$  (фиг. 3) какое-либо непрозрачное тело, расположено по сю сторону призмы; в нем сделано произвольно малое и круглое отверстие  $F$ , через которое преломленные лучи проходят к прямо противоположной стене для образования на ней изображения  $PYTZ$ . Положи, далее, что  $ABC$  есть плоскость, перпендикулярно пересекающая плоскости преломления  $AacC$ ,  $BbcC$  и проходящая через отверстие  $F$ , а также через центр Солнца  $DHV$ ,



Фиг. 3.

которое она рассекает пополам по его диаметру  $DH$ ; при этом пусть от концов Солнца идут лучи  $DK$  и  $HN$ , лежащие в той же плоскости и после преломления ( $DK$  в  $Kn$  и  $nT$ ,  $HN$  в  $Nk$  и  $kP$ ) проникающие с обеих сторон через центр отверстия  $F$ . Помимо того, пусть наклон призмы к этим лучам будет таков, чтобы углы  $AKD$  и  $BkF$  были равными. Затем, пусть  $IV$  будет другим диаметром Солнца, перпендикулярным к указанной плоскости  $ABC$ ; от его концов пусть идут два других луча  $VL$  и  $IM$ . Луч  $IM$  идет по сю сторону от плоскости  $ABC$ , преломляется в  $Ml$  и  $Y$ , другой  $VL$  — за этой плоскостью, преломляясь в  $Lm$  и  $mZ$ ; все сказанные четыре луча взаимно пересекаются в середине отверстия  $F$ . Наконец, положи, что светящееся изображение  $PYTZ$  прямо обращено к отверстию так, чтобы  $FP$  и  $FT$ , а также  $FY$  и  $FZ$  были равны.

Я утверждаю теперь, что при таком положении призмы углы  $PFT$  и  $YFZ$  равны, если предполагать, что равно преломляются все лучи, имеющие тот же угол падения, и отсюда, что это изображение, по крайней мере для зрения, должно быть круглым, ибо диаметры его  $PT$  и  $YZ$  взаимно пересекаются перпендикулярно и стягивают равные указанные углы.

## V

*Доказательство этого слу-  
чая.<sup>19</sup>*  
*Часть I*

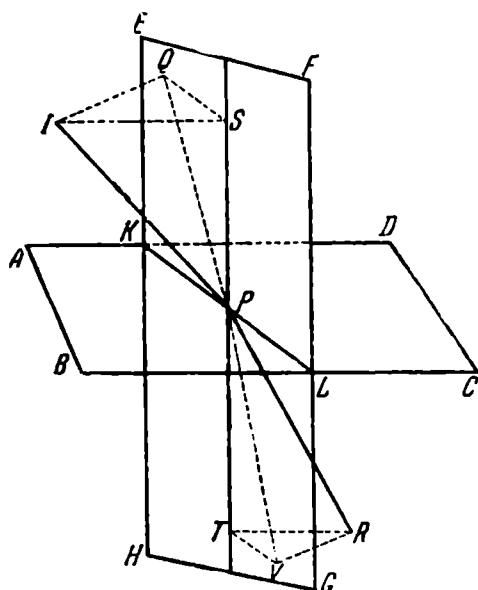
Равенство углов  $PFT$  и  $YFZ$  я доказываю так. Пусть какой-нибудь луч идет назад от  $P$  через  $k$  и  $N$ , в то время как другой луч отправляется от  $D$  через  $K$  и  $n$ . Углы  $AKD$  и  $BkF$  предположены равными, потому будут равны и углы  $AKn$  и  $BkN$ , получаемые при первых преломлениях; отсюда треугольники  $CKn$  и  $CkN$  будут подобными, а их внешние углы  $kNA$  и  $KnB$  равными; следовательно, углы, создаваемые вторым преломлением  $ANH$  и  $BnF$ , равны. Поскольку углы  $AKD$  и  $BkF$ , а также  $ANH$  и  $BnF$  равны, равны и разности их, т. е. угол  $nFk$ , или  $PFT$ , равняется углу, образуемому лучами  $DK$  и  $HN$ , или солнечному диаметру. Отсюда, поскольку доказано будет, что угол  $YFZ$  равняется тому же диаметру, вытекает предполагаемое. Для выполнения этого нужно предпослать некоторую теорему в виде леммы.

## VI

*Лемма для  
второй части  
доказатель-  
ства*

Пусть имеются две плоскости (фиг. 4)  $ABCD$  и  $EFGH$ , перпендикулярные между собою, их общее пересечение пусть будет  $KL$ , и пусть  $IP$  есть какой-нибудь луч, падающий в плоскости  $ABCD$  в точку  $P$  и отсюда преломляющийся по  $PR$ . Я утверждаю, что синус угла, который образует падающий луч  $IP$  с перпендикулярной площадью  $FH$ , относится к синусу угла, образуемого преломленным лучом  $PR$  с той же плоскостью, как синус падения к синусу преломления, т. е. они находятся в данном отношении. Ибо, положив лучи  $IP$  и  $PR$  равными, опустив  $IQ$  и  $RV$  перпендикулярно к плоскости  $FH$  и, кроме того, восставив в точке падения  $SPT$  перпендикулярно к прелом-

ляющей плоскости  $BD$  (которая поэтому совпадает с другой плоскостью  $FH$ ) и опустив на  $SPT$  также перпендикуляры  $IS$  и  $RT$ , найдешь, что  $IPQ$  будет углом, который составляет падающий луч  $IP$  с перпендикулярной плоскостью  $FH$ , и  $RPT$  — угол, составляемый преломленным лучом  $PR$  с той же плоскостью.



Фиг. 4.

Также  $IPS$  — угол падения и  $RPT$  — угол преломления. Поэтому, если предположишь, что  $IP$  и  $PR$  — радиусы круга, то  $IQ$ ,  $RV$  и  $IS$ ,  $RT$  будут синусами сказанных углов. Но  $IQ$  и  $RV$  параллельны (6. 11. Элем.),<sup>20</sup> поэтому они перпендикулярны к той же плоскости  $FH$ . Также  $IS$  и  $RT$  параллельны (28. 1. Элем.), так как, располагаясь в той же плоскости  $ISPTR$ , они перпендикулярны одной и той же прямой  $ST$ , т. е. прямые  $IQ$ ,  $IS$ , образующие угол  $QIS$ , параллельны прямым  $RV$ ,  $RT$ , составляющим угол  $VRT$ . Поэтому эти углы  $QIS$  и  $VRT$  равны (10. 11. Элем.). Если провести  $QS$  и  $VT$ , то получаются прямые углы  $IQS$  и  $RVT$  (Опред. 3. 11. Элем.), так как прямые  $IQ$  и  $RV$  перпендикулярны к плоскости

$FH$ . Поэтому треугольники  $IQS$  и  $RVT$  подобны (4. б. Элем.), и  $IQ : RV = IS : RT$ ,<sup>21</sup> т. е. синусы углов, которые образуют лучи падающий и преломленный с любой плоскостью  $FH$ , перпендикулярной к преломляющей плоскости  $BD$ , относятся как синусы падения и преломления, т. е. находятся в данном отношении. Ибо Картезий учил о том, что эти синусы находятся в данном отношении и другие затем находили на опыте то же.

Справедливость уже доказанной теоремы остается даже и в том случае, когда плоскость  $FH$  пересекает перпендикулярную плоскость преломления  $BD$  в любом месте, а не в точке преломления  $P$ . Ибо при этом не меняются ни углы, образованные лучами и плоскостью  $FH$ , ни синусы этих углов.

## VII

### Часть вторая

Предварительно доказав это, вернемся к предложению. Нужно доказать, что угол  $YFZ$  (фиг. 3) равен диаметру Солнца, а отсюда углу  $PFT$ . Из изложенного выше вытекает, что плоскость  $KDHNkFn$  делит пополам угол между лучами  $IM$  и  $VZ$ , лежащими по обе стороны. Итак, для того чтобы этот угол равнялся солнечному диаметру, угол, образуемый одним из лучей, положим  $IM$ , со сказанной плоскостью, должен равняться солнечному полудиаметру, синус которого есть  $A$ , синус же угла, образуемого преломленным лучом  $Ml$  с той же плоскостью, есть  $B$ . Поскольку теперь предположено, что эта плоскость перпендикулярна к преломляющей плоскости призмы  $AC$ , по предшествующей лемме, синус  $A$  относится к синусу  $B$ , как синус падения к синусу преломления из среды более разреженной в среду более плотную. Или обратно, синус падения относится к синусу преломления из более плотной среды в более разреженную, как  $B$  к  $A$ . Поэтому, коль скоро сказанная плоскость  $DHF$  также перпендикулярна к другой плоскости призмы  $BC$ , которая преломляет лучи из более плотной среды в более разреженную, и, далее, так как предположено, что  $B$  есть синус угла, образованного падающим лучом  $Ml$  с этой перпендикулярной плоскостью  $DHF$ , то  $A$  (по пред-

шествующей лемме) будет синусом угла, который преломленный луч  $lF$  образует с той же плоскостью  $DHF$ . Но  $A$  расположено равным синусу солнечного полу-диаметра, следовательно, угол, который луч  $lF$  образует с плоскостью  $GHF$ , равняется солнечному полу-диаметру, а вдвое больший угол  $lFm$ , или  $YFZ$ , — целику диаметру. И поскольку выше показано было, что угол  $PFT$  равен этому диаметру, поскольку два эти угла  $YFZ$  и  $PFT$  равны. Ч. Т. Д.<sup>22</sup>

Если теперь плоскость  $YFZ$  перпендикулярна к плоскости изображения  $PYTZ$ , так же как и к плоскости  $PFT$ , то четыре линии  $FP$ ,  $FT$ ,  $FY$  и  $FZ$ , образующие равные углы, равны все между собою; отсюда  $PT$  и  $YZ$ , стягивающие эти углы, также равны. Но тот, кто обсудит этот вопрос строго, найдет, что боковые лучи  $VLm$ ,  $FZ$  и  $IMlFY$  преломляются несколько меньше, чем два других луча  $DKnFT$  и  $HNkFP$ , и по этой причине плоскость  $YFZ$  немного больше отклоняется от луча  $FP$ , чем от  $FT$ , пересекая линию  $PT$  ниже ее средней точки  $X$ . Поэтому, если восстановить перпендикуляр  $FX$  (который вообрази проведенным), то он будет несколько наклонен к плоскости изображения  $PYTZ$ , и вследствие сего линии  $FY$  и  $FZ$  будут несколько больше, чем  $FP$  и  $FT$ , и стягивающая  $YZ$  немного больше, чем стягивающая  $PT$ . Но я опускаю доказательство этого, так как оно слишком длинно и не совсем необходимо для моего изложения.<sup>23</sup> Ибо не очень важно, прямо ли направлена плоскость  $YFZ$  к плоскости изображения  $PYTZ$ , или несколько наклонно, или будет ли  $YZ$  равно, или больше, нежели  $PT$ ; достаточно, что она не может быть меньше. Напротив, вследствие равнобедренности треугольников  $PFT$  и  $YFZ$ ,  $FP: FY = PT: YZ$  и  $FP$  и  $FY$  почти равны; поэтому разница между  $PT$  и  $YZ$  такова, что они для чувства могут считаться равными.

## VIII

*Но в таком  
случае длина  
изображения*

Показан, таким образом, случай, в котором длина солнечного изображения, отброшенного через призму, должна быть равной его ширине, вследствие чего изображение это явилось бы почти круглым, если бы пра-

*больше чем  
вчетверо пре-  
восходит ши-  
рину. Отсюда  
следует раз-  
личная пре-  
ломляемость*

*Более корот-  
кое доказа-  
тельство то-  
го же*

*Каким обра-  
зом можно лег-  
ко поставить*

вильно было обычное мнение. Более того, если дать призме другое положение, чем я описал, но так, чтобы лучи с обеих сторон не испытывали слишком неравных преломлений, то фигура изображения почти не изменится. Не существенно, поместить ли темное тело *EG* с просверленным отверстием *F* для пропускания лучей впереди призмы, или за нею; можно не обращать большого внимания и на фигуру отверстия, если только оно мало. Ибо столь малые изменения не больше изменяют изображение, чем на десятую или, может быть, на пятую часть его диаметра, как станет ясно размышлившему об этом. Итак, наконец, в немногих словах из всего вытекает, что преломленное изображение Солнца в большинстве случаев должно бы для чувства казаться почти круглым, если бы при том же падении в среду преломление всегда было тем же. Но первое противоречит опыту, ибо длина изображения более чем в четыре раза превосходит его ширину, как было сказано. Следовательно, последующее противоречит истине, и преломление при том же падении различно.

## IX

Из того же опыта я могу вывести предложение короче. Я расположил призму так, чтобы преломление лучей как входящих, так и выходящих, было почти равным. Я измерил углы *PFT* и *YFZ* (фиг. 2 и 3) и нашел, что угол *YFZ* равен половине градуса, или диаметру Солнца. Угол *PFT* превосходил в четыре раза и больше диаметр, которому он должен был бы равняться по первой части предшествующего доказательства, а отсюда вполне ясно вытекает предложение. Ради того, что скоро последует, уместно, однако, доказать, что лучи, преломляемость которых не различна, составляют почти круглое изображение. Имея это в виду, я и привел для пояснения этого опыта доказательство, правда длинное.

## X

Поскольку в сказанном опыте я избрал такое положение призмы, чтобы лучи одинаково преломлялись на обеих поверхностях призмы, я изложу в за-

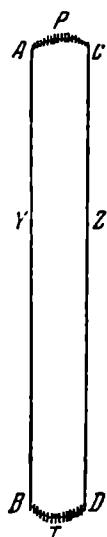
*призму в положение, требуемое для сказанного опыта*

ключение, каким способом можно быстро и легко достигнуть этого положения призмы. Если держать призму в солнечном свете, медленно поворачивая ее вокруг ее оси, то видно, как цвета, которые она создает, переносятся из одного места в другое непрерывным движением, но так, что сначала они движутся вперед, а затем назад. Заметь средину между этими противоположными движениями, когда цвета, только что продвигавшиеся, вдруг начинают идти назад и кажутся покоящимися; видя это, останови призму и укрепи ее в таком положении. Я говорю так, ибо в этом положении сумма преломлений на обеих сторонах или наклон выходящих лучей к падающим наименьшие. Если же это верно, то преломления с обеих сторон одинаковы, как будет доказано позднее.<sup>24</sup>

## XI

*Описывается фигура сказанного изображения, состоящая частью из прямых линий, частью из полукружий*

Я хочу изложить и другие обстоятельства этого опыта, не менее интересные для производящего опыт, чем указанное наше предложение. Во-первых, следует отметить, что фигура сего изображения по длине своей ограничена прямыми линиями, а по ширине (насколько могу судить по взгляду) двумя полукружиями. На фигуре 5 пусть будет  $PT$  изображение Солнца, преломленное призмой; я наблюдал его ограниченным с боков двумя прямыми линиями  $AB$  и  $CD$ , на взгляд прямыми и параллельными, а на концах — двумя полукружиями  $APC$  и  $BTD$ ; причина сего определяется из доказанного перед этим.



## XII

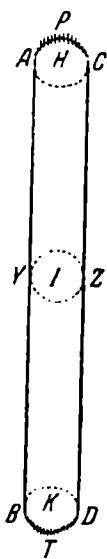
Фиг. 5.

*Каким образом круговые изображения (которые дает каждый род лучей, равно пре-*

Дополни эти полукружия до кругов, как видно на фигуре 6, и проведи промежуточный круг  $YZ$ . Рассмотри теперь некоторые лучи, идущие от Солнца, способные при равном падении одинаково преломляться. Пройдя через призму, они, по доказанному выше, нарисовали бы изображение, которое для глаза (если бы

*ломляемых)  
располагаются  
в длинные*

только можно было видеть это изображение) казалось круглым, например  $BD$ . Затем вообрази другие лучи того же Солнца, также однородные между собою, которые преломляются несколько больше первых; они также нарисуют другое изображение, положим  $YZ$ . Вообрази также еще и другие лучи, еще более преломляемые, которые образуют третий круг  $AC$ . Затем мысленно представь другие бесчисленные лучи, преломляющиеся больше или меньше ранее указанных; они также создадут бесчисленные круглые изображения, освещая продолговатое пространство  $PYTZ$ , ограниченное двумя прямыми линиями  $AB$  и  $CD$  и двумя полукружиями. Действительно, так как изображения эти все почти одной и той же величины и расположены между линиями  $AB$  и  $CD$  по прямой, то эти линии  $AB$  и  $CD$  могут быть параллельными между собой прямыми и таковыми они и кажутся; так, пространство  $PYTZ$  освещается лучами с одинаковым падением, но разно преломляющимися, и ограничивается частью параллельными прямыми, частью противоположными полукругами, как наблюдается на опыте.



Фиг. 6.

*Затем выдумывается опыт,  
в котором прямолинейные  
границы чрезвычайно от-  
четливы*

Имея в виду более полное доказательство этого соображения, я рассудил, что изображение Солнца, отброщенное на большое расстояние через какое-либо отверстие без всякого преломления, плохо определено; граница, существующая между светом и тьмой, мало отчетлива; но если эти лучи проходят через выпуклую линзу, фокус которой находится в изображении, то изображение ограничивается очень отчетливо. Подобным же образом я подумал о лучах равного преломления, что, проходя через призму на большое расстояние, они будут рисовать плохо определенное круглое изображение, но что граница будет выходить весьма отчетливо через выпуклую линзу. Рассматривая поэтому преломленное изображение  $PYTZ$ , слагающееся в про-

### XIII

долговатую форму из круглых изображений  $BD$ ,  $YZ$ ,  $AC$  и прочих, я рассудил, что оно будет ограничиваться много отчетливее при пропускании через выпуклую линзу, чем без нее, что подтвердилось на опыте. Прямые  $AB$  и  $CD$ , на которых оканчиваются изображения всех кругов с обеих сторон, казались очень отчетливыми, хотя ранее они являлись размытыми.

## XIV

*Почему круглые границы всегда кажутся размытыми*

Но очень достойно внимания, что круглые границы  $APC$  и  $BTD$  указанного изображения всегда кажутся в высшей степени размытыми, свет постепенно уменьшается, пока не переходит в темноту. Очевидно, что промежуточные круги, как  $YZ$ , смешиваются с другими кругами, падающими с обеих сторон, и совпадают некоторой частью с другими. Но на концах круги  $AC$  и  $BD$  совпадают с другими в одной только части; совпадение становится все слабее, и свет убывает до концов  $P$  и  $T$ . Но есть и другая причина того же, именно та, что большая часть лучей претерпевает среднее преломление и, следовательно, падает в средину изображения; число же лучей, которым соответствует с обеих сторон степень преломления более крайняя, непрерывно убывает.<sup>25</sup>

## XV

*Указание о figure и положении линз и призм*

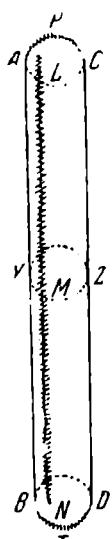
Кроме того, для выполнения этих опытов советую применять линзы с далекими фокусами,<sup>26</sup> удаленными от линз примерно на шесть или двенадцать футов, если такие есть под рукою, во всяком случае фокусы не должны быть удалены меньше двух футов. Также стороны призмы должны быть точно плоскими; если же они несколько выпуклы, тогда лучше применять линзу, фокус которой удален от нее на два-три фута. Сделав это, следует поместить линзу около призмы с той или другой стороны так, чтобы лучи, проходящие через линзу, шли прямо. Затем надо принять лучи на какую-нибудь бумагу, перенося ее вперед или назад до тех пор, пока цветное изображение не будет ограничено наиболее отчетливо с обеих сторон параллельными линиями.

## XVI

*О некоторых круглом изображении*

Но следует заметить, что если призма поставлена перед отверстием  $F$  (как на фиг. 3) или сзади отверстия, но очень близко к нему и если линза отстоит от этого отверстия на расстоянии, большем чем фокус линзы, который создается параллельными лучами, падающими на нее, то могут быть два случая, при которых изображение, отброшенное на бумагу, выходит отчетливым. Первый случай, когда все однородные лучи, параллельно падающие на линзу, преломляются так, что они сходятся на сказанной бумаге в одной точке; это бывает, когда видно удлиненное цветное изображение, отчетливо ограниченное параллельными прямыми. Другой случай, когда все однородные лучи, расходящиеся из одной точки отверстия, преломляются затем в линзе и сходятся затем в одной точке на сказанной бумаге. Но, когда это происходит, изображение становится белым, круглым и отчетливым со всех сторон. Об этом будет сказано более пространно в другом месте. Этого упоминания достаточно, чтобы проверяющий опыт собственными глазами неосторожно не обманулся загадочностью явления и не засомневался в сказанном ранее.

*О тенях облаков, задерживающих Солнце*



Фиг. 7.

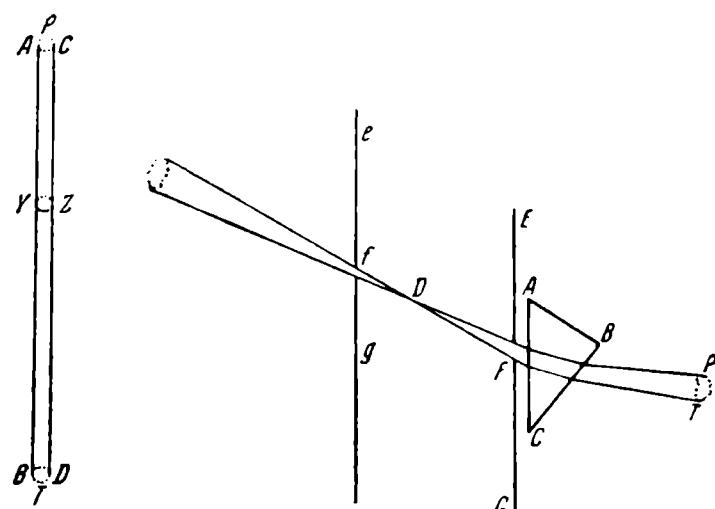
## XVII

Полезно отметить затем, что некие тонкие облака иногда пересекают диск Солнца, не вполне его затмевая, и отбрасывают тени на изображение  $PT$ , не похожие на него, но протянутые в длину и параллельные прямым границам изображения. Это точно соответствует приведенным соображениям. Ибо вообрази некое облако на диске Солнца, наблюдаемое как пятно. Если наиболеепреломляемые лучи видны как описывающие круг  $AC$  (фиг. 7), и облако отбрасывает тень в месте  $L$ , то круг  $AC$  с тенью  $L$  изображает диск Солнца с закрывающим облаком. Положив это, посмотри на лучи, наименее преломляемые, описывающие круг  $BD$ ; тень проектируется в месте  $N$ , положение ее на

круге  $BD$  таково же, как и  $L$  в круге  $AC$ , ибо  $BD$  также изображает диск Солнца с закрывающим облаком. Такое же рассуждение можно сделать в отношении любого промежуточного круга с его маленькой тенью  $M$ , так что вследствие неопределенного множества кругов, занимающих все пространство  $ABCD$ , облако рассеивает свою тень по всей длине  $LN$ , делая ее темной. Также многие облака или облака с отверстиями, преграждающие Солнце, затемняют его изображение многими тенями, рассеянными по длине и параллельными.

## XVIII

*Из фигуры изображения выводится опыт, посредством коего изображение делается значительно более продолговатым*



Фиг. 8.

Фиг. 9.

диаметр Солнца был несколько меньше, чем на самом деле, то круги были бы меньше, расстояние же между центрами  $H$ ,  $I$ ,  $K$  не изменилось бы совсем, как видно на фигуре 8. Таким образом, отношение ширины изображения к его длине будет много меньше прежнего, ибо отношение уменьшено настолько же, насколько и ши-

рина. Чтобы проверить это, я заставил лучи Солнца, прежде чем падать на призму, проходить через два малых отверстия, взаимно удаленных на большое расстояние. Таким способом исключались лучи, идущие от крайних частей Солнца, и посему все происходило так, как если бы диаметр Солнца действительно был уменьшен. Для ясности пусть (фиг. 9)  $efg$  оконная ставня с малым отверстием  $f$ , через которое солнечные лучи входят в другое затемненное помещение. Затем, пусть там находится какое-нибудь непрозрачное тело  $EFG$ , просверленное в  $F$  и размещенное в середине помещения, так чтобы лучи снова проникли через новое отверстие, прежде чем они достигнут призмы  $ABC$ , поставленной сзади. Диаметр сказанных отверстий составлял  $\frac{1}{8}$  дюйма, а их расстояние  $fF$  12 футов (для того чтобы наибольшее наклонение лучей, проходящих через оба отверстия, составляло угол почти 6 минут, т. е. приблизительно пятую часть солнечного диаметра); изображение же  $PT$  отбрасывалось на бумагу на расстоянии десяти футов, соответственно тому, что позволяла теснота помещения. Я нашел, что длина изображения превосходит четыре с половиной дюйма, а ширина составляет треть дюйма, т. е. длина более чем в четырнадцать раз превосходит ширину, как и должно быть на основании ранее сказанного. Ибо только те лучи пропускаются внутрь, которые наклонены друг к другу меньше, чем на пятую часть солнечного диаметра; диаметры  $AC$ ,  $YZ$  и  $BD$ , уменьшенные на диаметр отверстия  $F$ , должны быть впятеро меньше, чем следовало бы попрежнему, что кажется происходящим (в фиг. 6 и 7) как бы от Солнца, диаметр коего в пять раз меньше диаметра нашего Солнца. Однако если убрать непрозрачное тело  $fg$  (фиг. 9), так чтобы лучи проходили к призме только через одно отверстие  $F$ , как в прежних опытах, то ширина изображения получается в  $1\frac{1}{6}$  дюйма, а длина превосходит 5 дюймов, при угле призмы в 60 градусов или немного больше. Итак, диаметр кругов  $AC$ ,  $YZ$  и  $BD$ , из коих указанным образом строится изображение, равен  $1\frac{1}{6}$  дюйма, откуда нужно вычесть диаметр

отверстия, именно  $\frac{1}{8}$  дюйма, остается  $1\frac{1}{24}$  дюйма; пятую часть этого надо снова прибавить к диаметру отверстия, т. е. к  $\frac{1}{8}$ , получается  $\frac{1}{3}$  дюйма для диаметров кругов  $AC$ ,  $YZ$  и  $BD$  на фиг. 8; это на  $\frac{5}{6}$  дюйма меньше, чем в диаметрах тех же кругов на фиг. 6. Поэтому фигура 8 всюду меньше, чем 6-я, на количество  $\frac{5}{6}$  дюйма. Длина ее потому же больше 4 дюймов, ширина же — треть дюйма.

Так происходит в сказанном опыте. Таким же способом, если  $f$  и  $F$  несколько меньше или расстояние  $fF$  больше, изображение  $PT$  получается вытянутым. То же до известной степени происходит, если изображение  $PT$  отодвигается от призмы. Кроме того, нужно отметить, что я предполагаю отверстия  $f$  и  $F$  отвесно стоящими по отношению к лучам, однако не существенно, если положение их будет немного наклонено, как на фигуре девятой.

## XIX

*Продолжение  
того же опыта*

Далее, если в этом опыте поставить, как раньше, выпуклую линзу, фокус которой падает в изображение, расширить (если угодно) отверстие  $F$  или просто убрать непрозрачное тело  $EG$ , так чтобы лучи проходили только через удаленное отверстие  $f$ , и сделать это отверстие  $f$  уже, чем раньше (оставляя прочее, как прежде), то будет видно очень вытянутое изображение, более яркое по длине, чем в прежнем случае.

Для примера, если диаметр отверстия будет двадцатой частью дюйма и если на расстоянии двенадцати футов от него расположить призму с линзой, то ты увидишь, что длина изображения больше, чем в восемьдесят или сто раз превосходит ширину. Но при таком опыте нужно хорошо всюду затемнить помещение, так чтобы никакой свет, кроме входящего через отверстие  $f$ , не мешал изображению, затемняя его около круглых концов. Помимо того, если поверхности призмы точно плоские, лучше применять линзу, отбрасывающую фокус на большое расстояние, положим 12

или 20 футов, если позволяет простор помещения. Таким способом ты получишь лучшее суждение о пропорциях изображения. Если бока призмы несколько выпуклы, как это иногда случается у обычных продажных призм, то ее лучше применять одну без всякой линзы; выпуклость призмы соберет лучи на большом расстоянии вместо линзы. Если за призмой поставить какую-нибудь маленькую линзу, фокус которой не длиннее двух или трех футов, то будет видно изображение достаточно длинное, но с шириной почти незаметной. Это не меньше подтверждает наше предложение, чем если бы можно было точно судить об отношении длины к ширине изображения. В этом опыте следует заметить, кроме того, что линза не должна помещаться слишком далеко за призмой, так чтобы линза простиралась на все проходящие вместе лучи и не приходилось бы рассматривать изображение последовательно, по частям; наконец, нужно указать, что если отверстие  $F$  находится по сю сторону призмы, а линза по сю сторону отверстия на расстоянии от него большем, чем отстоит от линзы фокус лучей, выходящих из более удаленного отверстия  $f$ , то могут быть два случая, при которых изображение, отбрасываемое на бумагу, кажется отчетливым, соответственно тому, собираются ли лучи, исходящие из каждой точки отверстия  $F$ , или от каждой точки отверстия  $f$ , в стольких же точках бумаги. В одном случае изображение будет белым и круглым, как сообщалось раньше (§ XVI), в другом — длинным и окрашенным, как требует настоящий опыт.

## XX

*Дальнейшее  
развитие по-  
средством изо-  
брожения звезды Венеры <sup>27</sup>*

Из предшествующего вытекает, что ширина изображения  $PT$  всегда получается тем меньше, чем уже удаленное отверстие  $f$ . Не приходится сомневаться, что ширина просто исчезнет, если, вместо прозрачного отверстия, там имелась бы только ярчайшая точка; что это так и есть, подтверждается схожим опытом, сделанным мною в свое время со звездой Венерой. Я затемнил комнату всюду за исключением малого отверстия со стороной, несколько большей двух дюймов,

так, чтобы было совсем темно. В это отверстие я поместил объективное стекло семифутовой перспективы,<sup>28</sup> шириной более двух дюймов, для пропускания достаточного количества лучей. Поместив затем поперечно на расстоянии семи футов бумагу, я увидел на ней отброщенное изображение светила в виде яркой точки. Поставив в промежутке, на расстоянии одного или двух футов от бумаги, призму, через которую лучи преломлялись, с другой стороны я увидел, вместо сказанной светлой точки, на расстоянии более фута тонкую линию, не очень яркую, однако легко заметную. Длина ее превосходила половину дюйма, ширины же на вид не было никакой, по крайней мере она была не большей, чем едва замечаемая. То же самое, полагаю, должно наблюдаваться со звездами первой величины, как, например, с Сириусом, в особенности если применяется линза шириной в четыре или шесть дюймов, пропускающая много лучей.

## XXI

*Применение  
к описанию пре-  
ломления, изо-  
браженного на  
фиг. 1*

Этот опыт, хорошо соответствующий объяснению нашему о различном преломлении лучей с одним углом падения, данному вначале, достоин внимания. В *первой фигуре* я предположил, что различные лучи последовательно переносятся по одной и той же прямой к некоторой преломляющей поверхности; при этом одни преломляются постепенно немного больше других. Если это так, отсюда с несомненностью следует, что лучи, преломленные таким способом, при пересечении затем каким-либо непрозрачным телом или бумагой нарисуют там тонкую светящуюся линию. Лучи, идущие от какой-нибудь звезды, следуют не все по одной прямой, однако, что то же, могут считаться параллельными: выпуклая линза заставляет их сходиться, прежде чем они достигают призмы; это не разрушает аналогию, а наоборот, очень сильно подтверждает. Для каждого из лучей, следующих по этой прямой, должно вообразить пучки лучей с одной общей осью и одной точкой схождения; из этих пучков одни преломляются больше других в призме, так что их точки схождения, или фокусы, которые ранее совпадали, теперь падают каждый

отдельно, создавая прямую линию. Поэтому оси пучков лучей, полагаемых последовательными, совпадают до призмы; там же по причине различного преломления они становятся расходящимися и следуют к фокусам пучком, лежащим на прямой линии.

## XXII

*Применение измененных условий к тому же описанию*

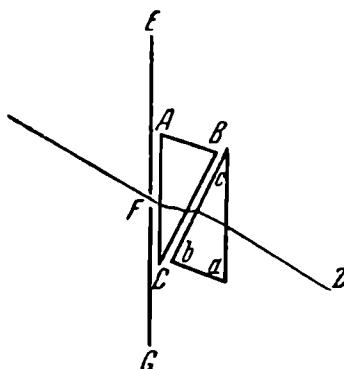
Если поставить призму ближе к звезде Венере, чем линзу, так чтобы лучи проходили через нее сначала и затем линза делала бы их сходящимися, то будет видна та же тонкая линия, что и раньше, однако менее заметная и находимая более трудно. В этом случае все лучи приходят параллельными; если бы они одинаково преломлялись при прохождении призмы, то они остались бы после этого параллельными до падения на линзу, в линзе они затем преломились бы так, что все следовали бы в одну точку, и таким образом была бы видна светлая точка. Поскольку же, вместо точки, появляется линия, то необходимо заключить, что все лучи преломляются не одинаково.

## XXIII

*О том, что в приведенных опытах преломления были не одинаковыми, не случайно и происходит не по какой-либо причине, кроме неравной преломляемости*

Если кто-нибудь возразит, что неправильность в преломлениях имеется, но она случайна и не возникает из первоначального предрасположения лучей или какого-либо определенного закона, я отвечу, что если сказанное изображение Солнца делается продолговатым не вследствие какого-либо определенного закона преломления лучей, то оно не могло бы ограничиваться отчетливыми прямыми линиями по своей длине, как это найдено (фигура пятая). Оно даже совсем не должно было казаться продолговатым, но в своей средней, наиболее блестящей части должно было изображаться наподобие круга, выделяясь заметным пределом от более слабого света, возникающего от ошибок и рассеянного повсюду. Таким кажется Солнце, когда оно почти затмено облаками, или же когда изображение его рассматривается через стеклянную пластину, ограниченную параллельными плоскостями и слегка затуманенную дыханием или дымом, так чтобы свет при преломлении

немного рассеивался. Помимо того, поставь две подобные призмы  $ABC$  и  $abc$  (фиг. 10) рядом, параллельно их длинам, с параллельными плоскостями  $AC$  и  $ac$ , так же как  $BC$  и  $bc$ , так чтобы Солнце просвечивало через обе в место  $Z$ , где свет прямо встречается непрозрачным телом. Если лучи сначала пропущены через круглое отверстие  $F$ , то свет, падающий в сказанное место  $Z$ , окажется отчетливо круглым, не иным, как



Фиг. 10.

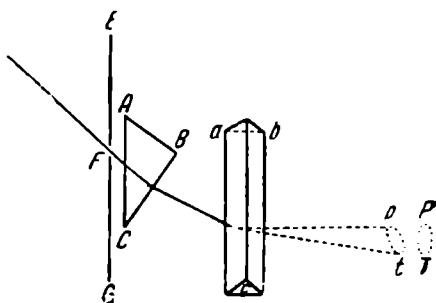
если бы он прямо проходил от  $F$  совсем без призм. Нужно признать, следовательно, что преломления обеих призм вместе правильны, а отсюда правильны и преломления каждой призмы порознь. Стало быть, одинаково падающие лучи не все в равной мере преломляются в первой призме  $ABC$ , так же как и второй  $abc$ . Поскольку неравенство их преломлений не случайно, но возникает из первоначального расположения лучей, поскольку различные лучи преломляются разно; однако количество преломления этих лучей одинаково в обеих призмах, и сколько они наклоняются в первой  $ABC$ , столько же выпрямляются в следующей  $abc$ . Откуда следует, что любой луч, как бы он ни преломлялся после выхода из обеих призм, делается параллельным самому себе до падения на них. Так как, кроме того, все лучи стремятся в одно место, в которое они шли бы, если бы не перехватывались призмами, необходимо, чтобы каждый луч давал в  $Z$  круглое изображение, которое получалось бы при свободном прохождении.

Ибо если бы удлиненное изображение, получающееся (как сказано) преломлением в одной призме, приобретало фигуру свою от лучей, не следя какому-либо определенному закону, но от случайного, беспорядочного преломления, то при соединении преломлений обеих призм ошибки лучей были бы вдвое чаще и вдвое больше, посему изображение в *Z* казалось бы многое длиннее; при проверке на опыте, однако, изображение сжимается в круг.

Возможно, кто-нибудь заподозрит, что различие преломления вызывается ограничением света или покоящейся непрерывной среды.<sup>29</sup> Против такого сомнения найдется быстрое средство, если свет ограничить только задней стороной призмы (как на фиг. 3), так чтобы не было границы с тенью до преломления. Для того чтобы не возникало сомнений относительно различной толщины стекла,<sup>30</sup> можно испытать его преломление при различных толщинах, поперечно продвигая призму параллельным движением около места входа света, так чтобы свет прошел сначала у ребра призмы, а затем через более толстые части; во всех случаях явление цветов подобно. Не очень важно, будет ли отверстие, через которое входит свет, шире или уже, ибо от этого не происходит ничего иного, кроме увеличения или уменьшения света, обнаруживающего цвета, и расширения или сжатия изображения соответственно отверстию.

Из описанного опыта с двумя параллельными призмами яствует, что растяжение изображения в длину происходит не от рассеяния лучей или расщепления их на многие расходящиеся лучи, ибо при повторном рассеянии или расщеплении при прохождении через вторую призму они должны распасться еще на большее число еще более расходящихся лучей. Всем возражениям противостоит опыт, в котором вторая призма ставится не параллельно, но перпендикулярно предшествующей. Ибо в этом случае, если первая призма растягивает изображение в длину по какой-либо иной причине, чем различие преломляемости лучей, тогда вторая призма вследствие поперечного преломления должна бы растягивать удлиненное изображение в ширину, создавая таким образом четыреугольник. Но при проверке на опыте

дело происходит иначе, именно, изображение не растягивается в ширину, но только наклоняется вследствие большего преломления фиолетового конца, чем красного. Как видно (фиг. 11), изображение  $PT$  преломлением во второй призме переносится в  $pt$ . Из сказанного, пола-



Фиг. 11.

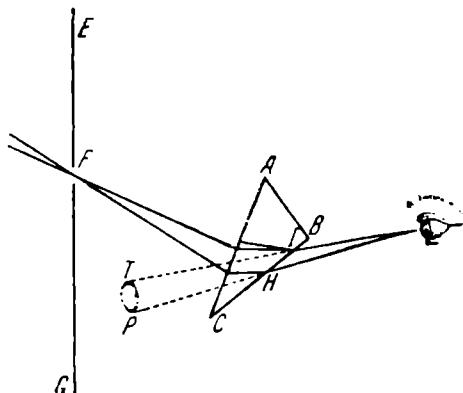
гаю, более чем достаточно явствует то, что я предложил доказать вначале. Но поскольку гармония многих вещей дает радость разуму и обычно заслуживает более прочное одобрение, чем свидетельство единственного, хотя бы весьма научного довода, постольку будет не лишним коротко изложить и другой род опытов, родственных предшествующим.<sup>31</sup>

## XXIV

*Затрагиваются другие опыты, близкие к предшествующим*

Пусть на фиг. 12  $F$  есть очень маленькое отверстие, через которое проходит свет Солнца, затем на любом расстоянии ставится призма  $ABC$ , через которую проходят, преломляясь, лучи, как я объяснил выше. Придвинув глаз, ты увидишь удлиненное изображение  $PT$  круглого отверстия  $F$ ; длина изображения, отнесенная к ширине, тем больше, чем уже отверстие  $F$ . Отсюда очевидно, что те из лучей, которые попадают в глаз у  $H$ , как будто бы они исходили из  $P$ , более преломляются, чем другие, попадающие в  $I$  как бы из  $T$ . Если таким образом лучи не иначе входят в глаз, как если бы они истекали из удлиненного пространства  $PT$ , то необходимо, чтобы это пространство казалось светящимся.

Но следует остерегаться такой величины отверстия  $F$ , когда излишний вышедший свет может повредить глазу; наоборот, отверстие должно быть таким, чтобы через него можно было видеть простым глазом часть Солнца как светящуюся точку, светлую, отчетливую и без какого-либо излучения кругом. Если свет Солнца кажется слишком ярким при выполнении этого опыта, то достаточно света, пропускаемого облаками. Помести твой глаз таким образом, чтобы отверстие отчетливо



Фиг. 12.

различалось без лишних окружающих лучей, прежде чем поставишь призму; не уменьшив должным образом ширины, ты не различишь отчетливого изображения.

Затем можно наблюдать белую нитку, помещенную перед призмой. Нитка кажется много шире при расположении ее параллельно длине призме, чем попечечно. Впрочем, по одному опыту можно понять все; если внимательно посмотришь на неподвижную звезду первой величины через призму, то изображение ее покажется длинным, ибо лучи звезд, полагаемые параллельными при равном преломлении всех их, оставались бы также параллельными после выхода из призмы; попадая в глаз таким образом, они давали бы изображение, совсем схожее со звездой, т. е. светящуюся точку, никаким образом не длинную, так же как параллельные лучи звезды, прямо падающие в глаз.

Итак видно, что параллельные лучи, преломляемые на плоских поверхностях, становятся наклонными, откуда необходимо следует, что они испытывают неравное преломление.

Мимоходом следует также заметить, что, если угодно, вначале можно поставить телескоп для того, чтобы в глаз проходило много света и чтобы уменьшились мигания, обычные у неподвижных звезд и опоясывающие их, как короной. Поставив призму за телескоп, увидишь беловатую, более отчетливую, чем раньше, линию с шириной, не то видной, не то нет. После изложения сего немногого о различной преломляемости лучей, смысл которой полнее прояснится в последующем, когда дело будет итти о цветах, остается определить количества и меры преломлений.

---

---

# ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

## РАЗДЕЛ ВТОРОЙ

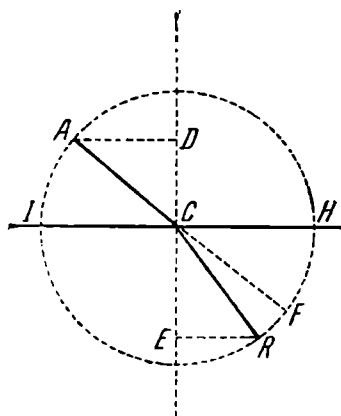


### ОБ ИЗМЕРЕНИИ ПРЕЛОМЛЕНИЙ

#### XXV

*Об измерении  
преломления  
лучей данного  
рода, падение  
коих дано*

Старые авторы определяли преломления по углам, составляемым падающими и преломленными лучами с перпендикуляром к преломляющей поверхности, как если



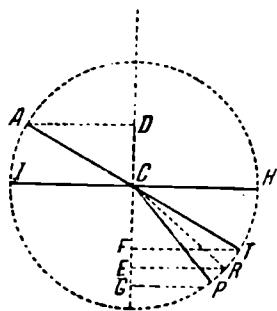
Фиг. 13.

бы эти углы имели данное отношение. Таким образом, если на фиг. 13  $IH$  есть преломляющая плоскость, к которой перпендикулярно восстановлена линия  $DCE$  в некоторой точке  $C$  и в  $C$  падает какой-нибудь луч  $AC$ ,

преломляясь в  $R$ , то прежние авторы, приняв преломленный луч  $CR$  лежащим в плоскости  $ACI$ , перпендикулярной преломляющей плоскости, предполагали, что угол падения  $ACD$ , угол преломления  $RCE$  и преломленный угол  $RCF$  всегда находятся в данном известном отношении. Или, вернее, они предполагали, что гипотеза эта достаточно точна для лучей, немного отклоняющихся от перпендикуляра.<sup>32</sup> Так, в стекле они установили, что угол преломления почти втрое больше преломленного угла.<sup>33</sup> Однако такая оценка преломления не полагалась достаточно точной, чтобы стать основой диоптрики, и *Картезий* первый нашел другое правило, которое определяло преломление более точно и полагало, что в данном отношении находятся синусы сказанных углов.<sup>34</sup> Если на фиг. 13 вокруг центра  $C$  описать каким-либо расстоянием  $AC$  круг, пересекающий указанные лучи в  $A$  и  $R$ , и из этих точек опустить нормали  $AD$  и  $RE$  на перпендикуляр  $DCE$  к преломляющей плоскости, то отношение  $AD$  и  $RE$  будет всегда одним и тем же. Справедливость этого автор доказал не без изящества, не оставив места никаким сомнениям в принятых им физических причинах.<sup>35</sup> Поскольку некоторые исследовали это правило при помощи инструментов, точно построенных для сей цели, и нашли его (в пределах чувств) точно соответствующим истине, мы не сомневаемся принять его за основу; к правилу единственno следует добавить, что в то время как оно безразлично утверждалось для любых лучей, как будто бы преломление их было одинаковым, мы утверждаем его только в отношении отдельных родов лучей порознь; мы полагаем, что синусы преломления лучей, равно преломляемых, пропорциональны синусам падения. Пусть какой-нибудь род лучей на фиг. 14 следует по линии  $AC$ , подходя к точке  $C$  и преломляясь здесь плоскостью  $IH$ . Положи, что лучи, средне преломляемые, идут по  $CR$ , наименее преломляемые — по  $CT$ , наиболее преломляемые — по  $CP$ , другие же бесчисленные, преломляемые больше или меньше в промежуточных степенях, рассеиваются по всему пространству  $TCP$ . Проведи теперь  $DCG$  перпендикулярно к преломляющей плоскости  $IH$  и опиши (как раньше) из центра  $C$  каким-либо расстоянием  $AC$  круг, пересекающий сказанные лучи в  $A, P, R, T$ .

Из этих точек опусти перпендикуляры  $AD$ ,  $PG$ ,  $RE$ ,  $TF$ . Я полагаю, что синусы углов  $ACD$ ,  $PCG$ ,  $RCE$ ,  $TCF$  при любом падении лучей  $AD$  всегда находятся

в том же отношении к  $PG$ . Узнав однажды это отношение, получишь правило для измерения преломления лучей, наиболее преломляемых при любом угле падения. Также  $AD$  и  $TF$  находятся в одном и том же отношении, узнав которое, получишь правило для определения преломления лучей, наименее преломляемых при любом падении. То же самое можно сказать об отношении  $AD$  к  $RE$  и о синусах любого промежуточного рода.



Фиг. 14.

## XXVI

*О сопоставлении преломлений лучей различных родов*

Далее, поскольку синусы  $PG$ ,  $RE$ ,  $TF$  и прочие находятся в одном отношении к синусу  $AD$ , они должны также находиться в некотором данном отношении между собою. Поэтому, если найдешь из одного наблюдения пропорцию синусов  $PG$ ,  $RE$ ,  $TF$  и прочих, относящихся к лучам, преломляющимся при том же падении, то получишь отсюда правило для нахождения синусов всех прочих лучей, распространяющихся при одном и том же падении, из синусов преломления некоторых родов лучей, падающих как угодно на эту поверхность, если даже их падение неизвестно. Поэтому, если однажды найдены пропорции всех синусов  $AD$ ,  $TF$ ,  $RE$ ,  $PG$  и пр. между собою при преломлении в той же среде, то получится правило для всех исследуемых остальных лучей по одному когда-либо данному. Итак, для исследования отношений этих синусов нужно определить для какого-либо рода лучей пропорцию синусов падения и преломления, а затем найти пропорции синусов преломления для лучей различных родов при том же угле падения.<sup>36</sup>

*Для сопоставления синуса падения с синусами преломления удобно выбрать средний род лучей, полагаю — род тех лучей, которые проявляют зелень, или, лучше, среднюю окраску между зеленою и синею. Полагаю, что измерявшие преломления доселе (для проверки сказанной гипотезы Картезия либо по другим причинам) производили измерения в средине преломленного света; если рассмотришь пространство, занятое цветами, то середина находится на грани зеленого и синего или, если обратишь внимание на количество света, в середине зеленого. Кроме того, за главный фокус линз нужно выбирать ту точку, в которой сходится промежуточный род лучей. Когда говорят о лучах неопределенно, что до сих пор было в обычай занимавшихся оптикой, то более удобно иметь в виду средний род лучей, чем какой-либо из крайних.*

## XXVII

Для сопоставления синуса падения с синусами преломления удобно выбрать средний род лучей, полагаю — род тех лучей, которые проявляют зелень, или, лучше, среднюю окраску между зеленою и синею. Полагаю, что измерявшие преломления доселе (для проверки сказанной гипотезы Картезия либо по другим причинам) производили измерения в средине преломленного света; если рассмотришь пространство, занятое цветами, то середина находится на грани зеленого и синего или, если обратишь внимание на количество света, в середине зеленого. Кроме того, за главный фокус линз нужно выбирать ту точку, в которой сходится промежуточный род лучей. Когда говорят о лучах неопределенно, что до сих пор было в обычай занимающихся оптикой, то более удобно иметь в виду средний род лучей, чем какой-либо из крайних.

## XXVIII

*Способ исследования отношения синусов*

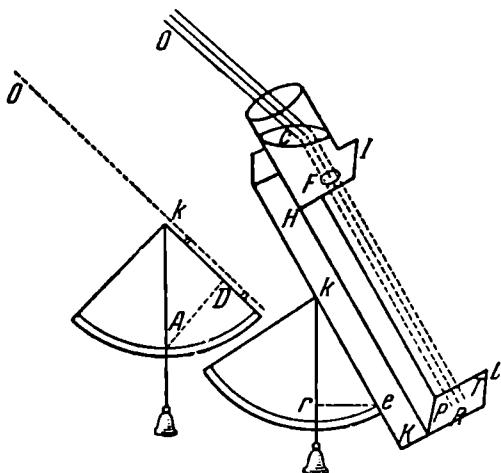
Далее, может быть, желательно будет более точное изучение сказанного картезиева правила, чем это делалось до сих пор, пока неизвестной оставалась различная преломляемость лучей.

Скажу поэтому, как это можно сделать не без удобства.

Для этой цели подходят жидкости, так как преломляющие поверхности прозрачных жидкостей легко могут быть наклонямы на данный угол, чего нельзя сделать с твердыми телами. Приспособить для этой цели особый инструмент стоит, пожалуй, усилий больших, чем сама работа, и притом ошибка может окажется большей, чем если обойтись без всякого аппарата, за исключением доски, к которой прикреплен сосуд, наполненный водою.

Пусть *HK* на фиг. 15 есть деревянный брусок длиною два или три ярда или больше, достаточно толстый, так чтобы он совсем не прогибался по длине от веса, четырехгранный, прямоугольный, с точно параллельными противоположными сторонами. Затем надо поставить на одной из этих сторон две пластины *HI* и *KL* пол-

прямыми углами,  $KL$  вблизи от одного конца и  $HI$  почти на четыре дюйма расстояния от другого; длина пластин три или четыре дюйма, ширина—два или три. Затем надо взять какой-нибудь цилиндрический или призматический сосуд  $CF$ , ширину в два или три дюйма и длиною четыре или пять. Основание его надо прикрепить над пластиной  $HI$  каким-нибудь крепким и вязким kleem и удерживать в этом положении бруском  $NK$ ,



Фиг. 15.

поставленным под пластиною *HI*. Затем следует про-  
сверлить на дне сосуда, так же как и в пластине, в се-  
редине маленькое отверстие *F*, положим, в десятую  
долю дюйма ширину; на другой пластине против  
этого отверстия нужно отметить точку *R*, отстоящую  
от бруска на столько же, как и центр сказанного  
отверстия, так чтобы линия *FR*, проведенная через  
центр отверстия в *R*, была параллельной длине бруска.  
Наконец, берется стеклянная пластина, плоская, полиро-  
ванная и равной толщины, и кладется на плоскость  
пластины *HI*, обращенную к сосуду *CF*, над отверстием  
*F*. Надо все прикрепить kleem так, чтобы сосуд, несколько  
раз наполненный, не пропускал воды; надо, далее, про-  
верить с какой-нибудь нормалью, перпендикулярна ли  
стеклянная пластина к бруски. Если это не так, следует  
исправить положение до точной перпендикулярности.

Для этого удобно, чтобы ширина и длина сказанной стеклянной пластины составляли три или четыре дюйма, что лучше позволяет судить об ее положении. Изготавлив таким образом инструмент и наполнив сосуд  $CF$  водою более чем до половины, нужно поставить его на солнечные лучи так, чтобы они, преломляясь на верхней поверхности воды, выходили перпендикулярно из отверстия  $F$  и прямо следовали к пластине  $KL$ , красные к  $T$ , пурпуровые к  $P$ , зеленые же, или граница синего и зеленого, к  $R$ . Полезно также побелить сказанную пластину  $KL$  или же покрыть ее белой бумагой для того, чтобы суждение о цветах было увереннее. В то же время при помощи какого-либо большого и точно изготовленного квадранта  $ekr$  нужно измерить наклон бруска  $HK$  к горизонту; так получится угол преломления  $ekr$  и синус его  $er$ . Затем немедленно нужно исследовать высоту Солнца и ее дополнение до 90 градусов.  $AkD$  будет угол падения и  $AD$  синус его.

Сопоставив эти синусы и повторив опыт при различных высотах Солнца, установишь, что отношение синусов всегда одно и то же. Если ты хочешь произвести разные опыты одновременно, или при меньшем падении, чем дополнение до наибольшей высоты Солнца, то можешь вместо лучей, идущих прямо от Солнца, применить отраженные.

## XXIX

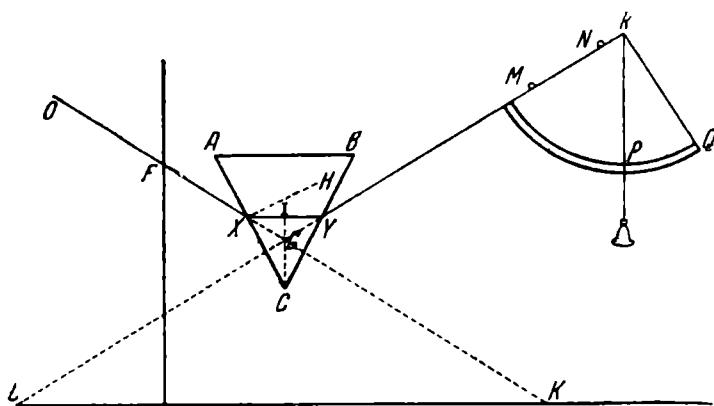
*Способ исследования преломляющей силы твердых тел, окруженных воздухом*

Поскольку постоянное выполнение указанного отношения синусов падения и преломления для любого рода лучей, как угодно падающих на одну и ту же поверхность, было достаточно исследовано, то предлагается находить это отношение на данной поверхности, ограничивающей какую-либо среду, из одного опыта. Если одной из данных сред служит воздух и какая-нибудь жидкость — другой средой, то не без пользы можно применить только что описанный инструмент. Если же другая среда твердая, то дело выполняется быстро, как указано на диаграмме (фиг. 16). Для объяснения предполагаются две следующие леммы.

## ЛЕММА I

Пусть  $ABC$  на фиг. 16 есть призма, сделанная из некой прозрачной материи, ось которой параллельна горизонту и перпендикулярна лучам Солнца. Кроме того, пусть положение призмы таково, что сказанные лучи  $OX$  одинаково преломляются, входящие при  $X$  и выходящие при  $Y$ . Каким образом это должно делаться, было объяснено в § X.

Я утверждаю теперь, что угол преломления на любой из преломляющих поверхностей, например  $AC$ ,



Фиг. 16.

равен половине вертикального<sup>37</sup> угла призмы  $ACB$ . Ибо, если восставить в точке падения  $X$  перпендикуляр  $HX$ , то  $HXY$  будет углом преломления на поверхности  $AC$ . Далее, опусти  $CI$  перпендикулярно на луч  $XY$ ;  $CI$  разделит угол  $YCX$  пополам, так как треугольник  $YCX$  (вследствие равенства преломления в  $X$  и  $Y$ ) равнобедренный. Поэтому я говорю, что углы  $HXY$  и  $ICX$  равны. Ибо угол  $AXY$  = углу  $XIC$  + угол  $ICX$  (по 32. 1. Элем.). Но углы  $AXH$  и  $XIC$  прямые, посему остаточные углы  $HXY$  и  $ICX$  равны. Ч. Т. Д.

## ЛЕММА II

Засим, если падающий луч  $OX$  и выходящий  $YH$  неопределенно продолжить, так чтобы они встретились в  $G$ , и, кроме того, если некая прямая  $KL$ , параллельная

горизонту, пересекает эти лучи, образуя треугольник  $GKL$ ; если, далее, при преломленном луче  $YN$ , стремящемся вверх, взять сумму углов  $LKX$  и  $KLY$  или их разность, когда  $YN$  стремится вниз, то я утверждаю, что половина их суммы или разности вместе с углом преломления  $HXY$  равняется углу падения  $HXG$ . Ибо сказанная сумма или разность равна углу  $NGK$  (по 32. I. Элем.), т. е. углам  $GXY + GYX$ , и, поскольку треугольник  $GYX$  равнобедренный, то сказанные суммы или разности равны преломленному углу  $GXY$ , который вместе с углом преломления  $YXH$  составляет угол преломления. Ч. Т. Д.

На основании этих предпосылок предложенная проблема решается так. Во-первых, следует измерить вертикальный угол призмы  $ACB$ ; половина его будет углом преломления. Далее, расположив ранее указанным образом призму, через которую должны пройти лучи, входящие в отверстие  $F$ , при помощи квадранта  $MNPQ$  (большого и точного, смотровые отверстия коего  $M$  и  $N$ , полагаю, должны находиться по меньшей мере на расстоянии одного фута) нужно измерить угол  $YLK$  или  $PkQ$ , составляемый преломленными лучами  $YMN$  с горизонтом, достигнув того, чтобы лучи средне преломляемые проходили через отверстия  $M$  и  $N$  на расстоянии в десять или двадцать футов от призмы. Одновременно нужно наблюдать высоту Солнца  $XKL$ . Если преломленные лучи  $YMN$  стремятся вверх, как изображено на схеме, то эти два угла нужно сложить; в другом случае меньший угол следует вычесть из большего. Половина суммы или разности вместе с углом преломления, найденным ранее, составит угол падения, как явствует из леммы второй. Наконец, из данных таким образом углов падения и преломления найдутся их синусы. Ч. Т. Д.

## XXX

*Пример преломления стекла некоего рода*

Так, в призме из некоторого стекла я измерил ее наибольший угол  $ACB$  и нашел 63 град. 12 мин., половина чего равна 31 град. 36 мин., синус этой половины 5240, если положить синус 90 град. 10 000. Затем, поскольку высота Солнца  $OKL$  при наблюдении была

14 град. 4 мин. и другой угол  $MLK$ , составляемый лучом  $YN$ , стремящимся к средней зелени, был 30 град. 52 мин., то сумма их равна  $44.56'$ , а половина ее  $YKH$   $22.28'$ , что вместе с углом преломления  $HXY$  составляет  $54.4'$  угол падения, синус коего равен 8097. Наконец, сопоставляя с синусом уже найденным, чтобы получить их пропорцию в кратчайшем виде, нахожу, что они относятся приблизительно, как 11 к 17. Поэтому следует установить, как общее правило, что синус падения лучей, проявляющих зелень, из воздуха в стекло, преломляющее так же, как эта призма, находится в отношении к синусу преломления, как 17 к 11.

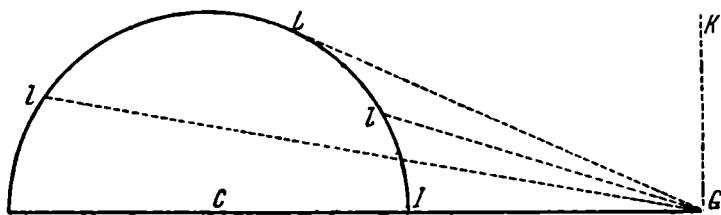
Измеряя также преломление лучей, проявляющих цвет между зеленым и синим, я нашел  $45.8'$  для двойного преломленного угла; половина его  $22.34'$  вместе с углом преломления  $31.36'$  дает угол падения  $54.10'$ , синус коего 8107 относится к синусу преломления 5240 приблизительно, как 82 к 53.

### XXXI

*Удобство изложенного способа*

Удобство этого способа измерения преломлений следует из того, что нет нужды ни в каком инструменте, кроме квадранта и призмы, преломление которой желательно знать. Поскольку преломление это удваивается, происходя у  $X$  и  $Y$ , постольку увереннее можешь его измерить. Поставить призму в желаемое положение легко, как выше объяснено в § X. Более того, малая ошибка в желаемом положении не значит почти ничего, ибо, на взгляд, преломленный угол  $MGK$  почти не меняется при этом, как обнаруживается на опыте. Ибо преломленный угол этот — наименьший, а в наибольших или наименьших количествах, создаваемых движением, т. е. в момент попятного их перемещения, движения в большинстве случаев бесконечно малы. Так, для примера, на фиг. 17 из центра  $C$  опиши окружность  $LL$  и вне ее возьми какую-нибудь точку  $G$ , проведи  $G/C$  и восставь нормаль  $GK$ . Затем, если представишь себе, что точка  $l$  равномерно движется по окружности этого круга, а с нею непрерывно вращается некоторая прямая  $Gl$  около центра  $G$ , то

ясно, что, чем больше угол  $CGL$  или чем меньше угол  $KGL$ , тем меньше будет угловое движение самой  $Gl$ . Когда угол  $CGL$  станет наибольшим или угол  $KGL$  наименьшим, т. е. в момент попятного движения (причем прямая  $Gl$  касается до круга в  $L$ ), движение ее становится бесконечно малым или, наглаз, останавливается. Малая ошибка в точке касания  $L$  не производит никакого заметного изменения в углах  $KGL$  и  $CGL$ .



Фиг. 17.

Почти таким же образом малый поворот призмы почти совсем не меняет угла  $MGK$ , так как он наименьший или дополнение его — наибольшее. Если же призму поставить в какое-либо иное положение, чем описанное (например, когда лучи входят перпендикулярно и преломляются только при выходе), то самая малая ошибка в этом желательном положении сильно изменит преломленный угол, и, следовательно, опыт будет подвержен большим ошибкам и неуверенности.<sup>38</sup>

## XXXII

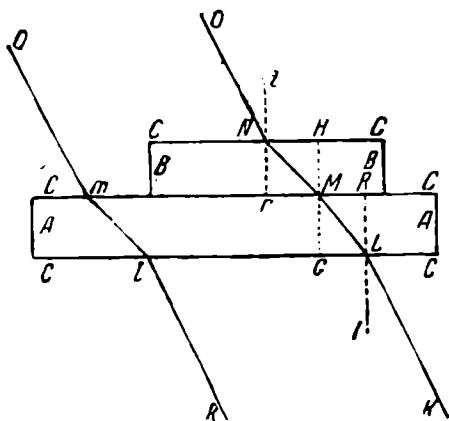
*Правило для исследования преломления сред, касающихся между собою, в отношении которых известны преломления при соприкосновении с воздухом*

В большом разнообразии этой области бывают некоторые случаи, когда едва ли можно измерить преломления описанным способом (например, из стекла в хрусталь,<sup>39</sup> из воды в стекло или из одной жидкости в другую) или нет совсем преломляющих поверхностей, относительно коих можно исследовать преломление. Для этих случаев можно предложить следующую проблему.

## ПРОБЛЕМА

*Даны преломления двух сред при соприкосновении с некоторой третьей. Найти преломления их при соприкосновении друг с другом.*

Пусть на фиг. 18 *A* и *B* суть предположенные среды, для которых требуется знать преломление на разделяющей их поверхности. И пусть *C* третья среда, преломления на поверхностях коей, соприкасающихся с



Фиг. 18.

указанными *A* и *B*, даны. Синус падения из среды *C* в среду *A* пусть относится к синусу преломления, как *I* к *R*, а синус падения к синусу преломления при падении из той же среды *C* в другую среду *B*, как *j* к *r*. Я утверждаю, что *I*  $\times$  *r* относится к *R*  $\times$  *j*, как синус падения к синусу преломления из среды *B* в среду *A*.

Для примера пусть предложено исследовать преломление из воды в стекло при данном преломлении из воздуха в ту и другую среду. Синус падения из воздуха в стекло относится к синусу преломления, как 17 к 11, и синус падения из воздуха в воду к синусу преломления, как 4 к 3.

Отсюда, обратно, перемножая, имеем 17  $\times$  3 к 11  $\times$  4, или 51 к 44, как отношение синуса падения из воды в стекло к синусу преломления. Итак, зная преломление из воздуха в какую-либо другую предложенную

среду, можно узнать преломление сред между собою или обратно.

### XXXIII

*Доказательство этого правила*

Впрочем, следует не опускать доказательства сего, для какой цели предполагается следующая лемма. Пусть две предложенные среды  $A$  и  $B$  на фиг. 18 ограничены параллельными плоскостями и окружены сказанной третьей средой (например воздухом); какой-нибудь луч  $ON$  пусть косо падает в  $N$ , преломляясь сначала при  $M$ , затем в  $L$  и, выходя, идет дальше к  $K$ . Я утверждаю, что падающий луч  $ON$  параллелен выходящему  $LK$ . Истина же этого утверждения следует из опыта. Ибо пусть среда  $A$  — стекло и среда  $B$  — вода, третья же среда, окружающая — воздух. На поверхности  $MR$  стеклянной пластинки  $A$  пусть тонко разлита вода  $B$  и пластинка расположена параллельно горизонту, так чтобы вода была равномерной толщины. Сделав это, увидишь, что лучи, проходящие через обе среды  $A$  и  $B$ , стремятся к той же области, к которой они стремились прямо от Солнца.

Предполагая это, восставим перпендикуляры  $iNr$ ,  $HMG$  и  $RLI$  в преломляющих точках  $N$ ,  $M$  и  $L$ . Если, следовательно,  $j$  относится к  $r$ , как синус угла  $ONi$  к синусу угла  $MNr$  или  $NMH$ , то при умножении предшествующего отношения на  $I$  имеем:  $I \times j$  относится к  $I \times r$ , как синус  $ONi$  к синусу  $NMH$ . Далее,  $I$  относится к  $R$ , как синус угла  $KLI$  или  $ONi$  к синусу угла  $MLR$  или  $LMG$ . Умножая предшествующее отношение на  $j$ , имеем:  $I \times j$  относится к  $R \times j$ , как синус угла  $ONj$  к синусу  $LMG$ . Перемещая теперь члены обеих пропорций, имеем:  $I \times j$  относится к синусу  $ONi$ , как  $I \times r$  к синусу  $NMH$ , и  $I \times j$  к синусу  $ONi$ , как  $R \times j$  к синусу  $LMG$ . Отсюда из равенства отношений следует, что  $I \times r$  относится к  $R \times j$ , как синус  $NMH$  к синусу  $LMG$ . Ч. Т. Д.

### XXXIV

*Применение способа изме-*

На основании полученного проистекает не бесполезная задача об измерении преломления жидкостей тем же способом, как и твердых на фиг. 16, без приме-

*рения преломлений твердых тел к жидкостям*

нения прибора *HLK*, изображенного на фиг. 15. Для сего нужно изготовить из стеклянных пластинок сосуд в форме призмы, соединив пластины наподобие клина с острием или вертикальным углом в 80 или 90 градусов. Величину этого угла нужно измерить точнейшим способом и принимать всегда синус его половины за синус преломления. Сделав это, нужно наполнить сосуд жидкостью, преломляющую силу которой желательно знать, и расположить сосуд так, чтобы его острие, составляемое при встрече преломляющих плоскостей, было параллельно горизонту и перпендикулярно солнечным лучам, притом так, чтобы лучи Солнца, прошедшие через вышесказанные преломляющие поверхности, претерпевали при входе и выходе одинаковые преломления.

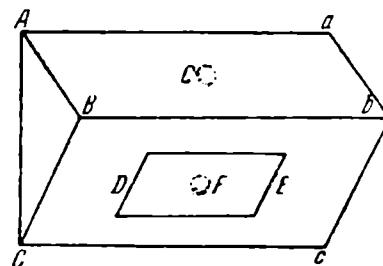
При помощи квадранта, как объяснено было посредством фиг. 16, нужно определить угол падения, синус коего относится к сказанному синусу преломления, как синус падения к синусу преломления из воздуха в предложенную жидкость.

### XXXV

*Преломление воды по моим измерениям, приводимое как пример такого способа*

Например, для того чтобы узнать преломление воды, я позаботился изготовить деревянную призму, которая изображена на фиг. 19 в виде *ABC*. Угол ее *ACB*, который я буду называть вертикальным,<sup>37</sup> был прямым, два других — полупрямыми. Я пробуравил в преломляющих плоскостях *Ac* и *Bc* посередине отверстие *F*, параллельно основанию *Ab*; через это отверстие пропускался свет. Третья плоскость просверлена в *G* до поперечной встречи с отверстием *F*. Затем, взяв две пластины из стекла, полученные из разбитого зеркала, я укрепил одну из них *DE* kleem над серединой плоскости *Bc*, а вторую над серединой другой плоскости *Ac* так, чтобы они закрыли ход *F* с обеих сторон. После этого я налил в пробуравленное пространство через отверстие *G* дождевую воду и плотно закрыл крышкой из пробки. Таким образом, вода между двумя стеклянными пластинами под прямым углом служила вместо водяной призмы, имеющей прямой угол. Точность прямого угла между пластинами я установил, применив квадрант. Половину

этого угла, 45 градусов, нужно принять за угол преломления (лемма I, § XXIX). Затем я поставил эту призму у входа света в темное помещение так, чтобы величина преломления с обеих сторон была одинаковой. Из высоты Солнца и наклонения к горизонту преломленных лучей, проявляющих зелень, я нашел, что преломленный угол был  $51.16'$ , половина которого  $25.38'$



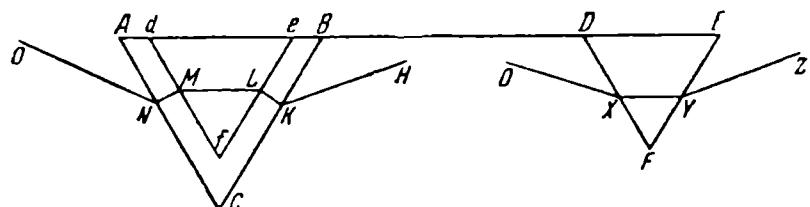
Фиг. 19.

вместе с углом преломления 45 давала угол падения  $70.38'$ . Синусы углов  $70.38'$  и  $45$  суть 9434 и 7071 в отношении синуса 90 град., или 10 000. Отношение этих чисел немного меньше, чем *картезиево* 250 к 187, и немного больше, чем 4 к 3, именно — 4.002 к 3. Это так мало разнится от отношения  $\frac{4}{3}$ , что ошибка не заметна, если положить отношение равным 4 к 3, тем более что преломление воды не всегда остается тем же, но несколько зависит от смены тепла и разной степени плотности.<sup>40</sup> Это касается также и окружающего воздуха, который не только густеет вследствие паров, но и сжимается больше и меньше (под тяжестью атмосферы).

Добавь, что у вод, выбивающих ключом в различных областях Земли или превращаемых силою Солнца в пары и затем в дождь, различные плотности и внутренние предрасположения к преломлению. Это происходит от различных растворов минералов, извлекаемых из подземных мест, и от испарений различной густоты и обилия, подымающихся вместе с парами в высоту.

## Доказательство высказанных

Справедливость этой задачи об измерении преломления жидкостей, решенной как описано, следует из того, что преломление в сказанной призме, составленной из воды и стекла, по количеству то же, каковое было бы, если бы убрать стекла и оставить воду одну,



Фиг. 20.

окруженную воздухом. Итак, пусть будет  $ABC$  на фиг. 20 призма, составленная из стеклянных пластин  $ACfd$  и  $BCfe$  (как сказано) и наполненная водой  $dfe$ . Вообрази теперь, что  $DFE$  есть водяная призма, непосредственно окруженная воздухом и вполне подобная воде  $def$ , заключенной в стекло и одинаково расположенная. Пусть параллельные лучи  $ON$ ,  $OX$  падают на обе призмы; первый из них  $ON$ , преломляясь в  $N$ ,  $M$ ,  $L$  и  $K$ , стремится к  $H$ , другой  $OX$ , преломляясь в  $X$  и  $Y$ , стремится к  $Z$ .

Я утверждаю теперь, что выходящие лучи  $KH$  и  $YZ$  параллельны, а также, что общее количество преломления в обеих призмах то же самое. Ибо, если луч  $om$  на фиг. 18, параллельный  $ON$ , падает на стеклянную пластину  $A$  и выходит по  $lk$ , то известно, что луч  $lk$  параллелен  $om$ , т. е.  $ON$  и  $LK$ . И поскольку  $lk$  и  $LK$  параллельны, параллельны также  $ml$  и  $ML$ . Отсюда вытекает предложение, что количество преломления из воздуха в любую предложенную среду будет одно и то же, входят ли лучи непосредственно в эту среду из воздуха (как показано линией  $Oml$ ), или сначала проникают через другую среду, поставленную на пути и ограниченную параллельными плоскостями (как отмечено буквами  $ONML$ ), или обратно. То же следует разуметь, если, вместо воздуха, применить другую какую-либо среду. Отсюда, если параллельные лучи

$OX$  и  $ON$  на фиг. 20 падают на призмы  $DFE$  и  $ACB$ , подобные и подобно расположенные, то количество преломления из воздуха в воду будет одним и тем же, входят ли лучи непосредственно, как видно в  $DEF$ , или сначала проникают через стеклянную пластину  $AdfC$ , т. е. луч  $XY$ , преломленный один раз, параллелен  $ML$ , дважды преломленному. По той же причине, по которой параллельны  $XY$  и  $ML$ , выходящие лучи  $YZ$  и  $KH$  также параллельны. Поскольку падающие и выходящие лучи параллельны, общее преломление призм одинаково. Поэтому ввиду невозможности изготовить водяную призму, соприкасающуюся с воздухом вследствие текучести воды, можно, вместо нее, применить стеклянную призму, наполненную водой. Ч. Т. Д.

Так показан общий способ определения преломлений из воздуха в любую предложенную среду. Способ легкий и наименее подверженный ошибкам, особенно если угол призмы большой и точно известен, квадрант большой и точный, а наблюдение делается вдали от призмы, где легче различать сильно расширенные цвета. И помимо того, если таким опытом определены преломления между воздухом и предложенной средой, то указано правило (§ XXXII), как найти преломления сред, соприкасающихся между собою. Этого достаточно для первого случая измерения преломлений, когда ищется пропорция синусов падения и преломления для лучей одного какого-либо рода.

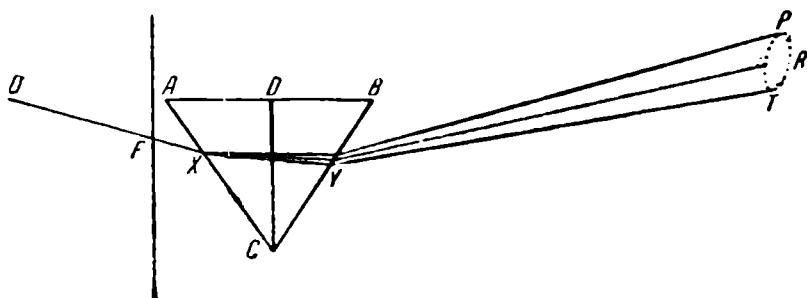
### XXXVII

*Сопоставление преломлений лучей различных родов и исследование наибольшей разности преломлений*

Переходим к другому случаю, где сопоставляются преломления разнородных лучей. Что синус преломления любого рода лучей находится с синусом падения также в данном некотором отношении, можно испытать, измеряя преломления отдельных заметных родов лучей, например в воде (фиг. 15), находящейся в сосуде, или в стеклянных призмах с различными величинами вертикальных углов. Ибо при помощи одной призмы можно исследовать пропорции синусов для различных родов лучей, как показано на фиг. 16, а затем при помощи других призм (или других меньших или больших углов той же призмы) можно проверить

те же пропорции при других наклонах. Вместе с тем (при точнейшем выполнении наблюдения) получается, что преломления любого рода лучей происходят согласно определенным отношениям синусов и становятся известными отношениями этих синусов. Теперь, зная что преломление любых лучей остается тем же самым, падают ли они смешанными с разнородными лучами (как в свете Солнца, еще не преломленном), или предварительно отделены от них, я могу показать, как можно получить эти пропорции непосредственным преломлением солнечного света, определяя сначала пропорции синусов преломления между собою, учитывая их падение, а затем сопоставляя с общим синусом падения. Так как легко вынести суждение о промежуточных родах лучей, если известны преломления крайних, достаточно будет сравнить лучи, больше всех преломляющиеся, с наименее преломляющимися. Посему, пусть на фиг. 21 стеклянная призма  $ABC$  поставлена так, что лучи, как входящие, так и выходящие, испытывают одинаковое количество преломления, как ранее. Следует, однако, выбирать яркий день, и помещение должно быть очень темным, чтобы можно было достаточно отчетливо видеть цвета до крайних занимаемых ими пространств. Затем на расстоянии двадцати футов или больше от призмы лучи нужно принять на какую-нибудь бумагу, прямо поставленную к лучам, и измерить пространства, освещаемые цветами (как  $PT$ ) по длине и ширине. Я применял призму с вертикальным углом  $63.12'$ , при ширине отверстия, пропускавшего лучи в четвертую часть дюйма. На расстоянии  $XP$  или  $XT$  в 22 фута я нашел, что наибольшая длина изображения  $PT$  была приблизительно  $13\frac{1}{4}$  дюймов и ширина  $2\frac{5}{8}$  дюйма. Если теперь вычесть ширину этого изображения из его длины, остается длина  $10\frac{5}{8}$  дюйма, которую имело бы изображение, если бы диск Солнца (и диаметр отверстия  $F$ ) был бесконечно малым, т. е. если бы лучи приходили все по одной и той же прямой  $OF$ . Итак, линия эта в  $10\frac{5}{8}$  дюйма стягивает угол, который составляют два луча, одинаково падающие

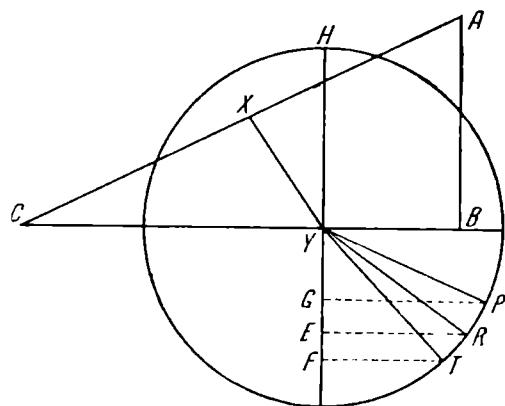
вследствие неравенства преломления, причем один из них из всех одинаково падающих преломляется наиболее, а другой наименее. Угол этот оказался по расчету  $2.18'$ . Однако этот угол создается двойным преломлением в  $X$  и  $Y$ , и, поскольку оба преломления положены равными, расчет, достаточно точный для этой цели, можно сделать по одному преломлению, например на стороне  $BC$ . Ибо, разделим пополам верти-



Фиг. 21.

кальный угол  $ACB$  плоскостью  $DC$  и вообразим, что половина призмы  $DCB$  или  $DCA$  отнята и преломление происходит на другой половине; лучи, наклонно падающие на  $AC$  и перпендикулярно выходящие со стороны  $DC$  или перпендикулярно падающие на сторону  $DC$  по одной определенной линии  $XY$  и наклонно выходящие со стороны  $BC$ , испытывают, утверждаю я, на половине преломление, составляющее половину преломления целой призмы, если рассматривать один род лучей среднего преломления. Более того, если рассмотреть одновременно все прочие роды лучей, то утверждение это хотя и не абсолютно верно, однако столь близко к истине, что в отношении чувств и механического расчета его следует считать правильным. Посему, поскольку геометрический расчет преломления как при  $X$ , так при  $Y$  можно сделать лишь с трудом, я не колеблюсь выполнить его этим более приспособленным к практике, хотя и механическим способом. Я твердо надеюсь, что опущение при расчете физических вопросов мелочей, учет которых требовал бы большой и бесплодной работы, не будет сочтено пороком.

Итак, я буду точно определять преломление только в одной части призмы. Все лучи, за исключением средне преломляемых, должны преломляться в половине  $ACD$  дважды и только один раз в другой половине  $DCB$ , перпендикулярно входя на плоскую сторону  $DC$  по линии  $XY$ . Поэтому расчет делается для половины  $DCB$ , т. е. на плоской стороне  $BC$ . Предположи, что для всех лучей, продвигающихся по той же линии  $XY$ ,



Фиг. 22.

угол, образуемый между лучами наиболее и наименее преломляемыми, после преломления на стороне  $BC$  будет равен половине угла  $PYT$ , т. е.  $1.9'$ . Теперь угол падения луча  $XY$ , как ранее показано, составляет  $31.36'$ , и угол преломления средних лучей  $54.10'$ . Перенеси все это на схему 22, полагая, что  $CB$  — поверхность, разделяющая стеклянную среду по направлению к  $A$  и воздушную — к  $F$ , и что угол падения  $XYH$  равен  $31.36'$ , угол преломления  $RYF$  пусть равен  $54.10'$ , а угол  $PYT$   $1.9'$ , т. е. равен разнице преломлений наиболее преломляемого луча  $YP$  и наименее преломляемого  $YT$ . Этот угол делится пополам лучом  $YR$  среднего преломления, занимающим границу между синим и зеленым. Отсюда угол  $PYR$  или  $RYT$  равен  $34\frac{1}{2}$  мин., половине целого  $PYT$ . Отсюда угол  $PYE$  составляет  $54$  град.  $44\frac{1}{2}$  мин. и угол  $TYE$   $53$  град.  $35\frac{1}{2}$  мин.;

синусы их  $PG$  и  $FT$  равны 81 656 и 80 481, отношение которых, приведенное к более простым числам, будет таким:  $PG$  относится к  $TF$ , приблизительно как  $69 \frac{1}{2}$  к  $68 \frac{1}{2}$ . Этим способом я часто производил опыты и вычисления, причем эти пропорции синусов всегда наблюдались в границах 67 к 66 и 72 к 71; но чаще всего случались пропорции 69 к 68,  $69 \frac{1}{2}$  к  $68 \frac{1}{2}$  и 70 к 69, разница которых столь ничтожна, что имеет малое значение.

## XXXVIII

*Сопоставление синусов этих преломлений с общим синусом падения*

Получив таким образом отношение синусов преломления для крайних лучей, возникающих при одинаковом падении, вместе с тем можно рассчитать их отношение к синусу падения. Так как этот синус, как недавно было найдено, равен 52 400, то сопоставь 52 400 с синусом 81 656 и 80 481; отношение их в меньших числах будет  $44 \frac{1}{2}$  к  $69 \frac{1}{2}$  и  $68 \frac{1}{2}$ , или приблизительно  $44 \frac{1}{4}$  к 69 и 68. Преломление, конечно, происходит из стекла в воздух.

## XXXIX

*Синусы лучей, падающих на противоположные части поверхности, их преломляющей, обратно пропорциональны*

Если лучи, обратно, падают подобным же образом из воздуха в стекло, то пропорции синусов находятся без всякого труда на основании уже известного, так как они взаимны. Пусть  $I$  есть общий синус падения из стекла в воздух,  $P$  — синус преломления лучей наиболее преломляемых,  $R$  — средне преломляемых и  $T$  — наименее преломляемых. Я утверждаю, что на основании их обратной пропорциональности (если положить синус падения из воздуха в стекло  $\frac{1}{I}$ )  $\frac{1}{P}$  будет синус преломления наиболее преломляемых лучей,  $\frac{1}{R}$  — синус преломления средне преломляемых и  $\frac{1}{T}$  — наименее преломляемых. Ибо, если синус падения лучей,

наиболее преломляемых из стекла в воздух, есть  $I$  и синус преломления  $P$ , то при обратном действии этих лучей из воздуха в стекло по той же линии синус падения будет  $P$  и синус преломления  $I$ , так как теперь тот луч стал падающим, который ранее был преломленным. Следовательно, синус падения лучей, наиболее преломляемых, как угодно падающих из воздуха в стекло, относится к синусу преломления, как  $P$  к  $I$ , т. е. (применяя пропорцию к  $P$ ), как  $1$  к  $\frac{I}{P}$ , т. е. (применяя теперь к  $I$ ) как  $\frac{1}{I}$  к  $\frac{1}{P}$ . Подобным же рассуждением устанавливается, что синус лучей, средне преломляемых, относится, как  $\frac{1}{I}$  к  $\frac{1}{R}$ , и синус лучей, наименее преломляемых, как  $\frac{1}{I}$  к  $\frac{1}{T}$ . Отсюда вытекает, следовательно, что если положить  $\frac{1}{I}$  общим синусом падения, то  $\frac{1}{P}$ ,  $\frac{1}{R}$  и  $\frac{1}{T}$  будут соответственными синусами отдельных родов лучей.

## XL

*Пояснение к преломлению стекла*

Поясняю это числами. Так как  $44\frac{1}{4}$  к 69 и 68 есть отношение синуса общего падения к синусам наиболее расходящегося преломления из стекла в воздух, то синус общего падения будет находиться в отношении к синусам преломления из воздуха в стекло, как  $\frac{1}{44\frac{1}{4}}$  к  $\frac{1}{69}$  и  $\frac{1}{68}$ , или

$$\frac{69 \times 68}{44\frac{1}{4}} \quad (106 \text{ приблизительно}) \text{ к } 68 \text{ и } 69, \text{ т. е. для}$$

лучей наиболее преломляемых синус падения относится к синусу преломления, как 106 к 68, и для наименее преломляемых, как 106 к 69.

## XLI

*Из преломлений лучей*

Сделав эти определения, легко найти отношения синусов для промежуточных лучей по известным расстояниям цветов, наблюдавшихся в окрашенном изображе-

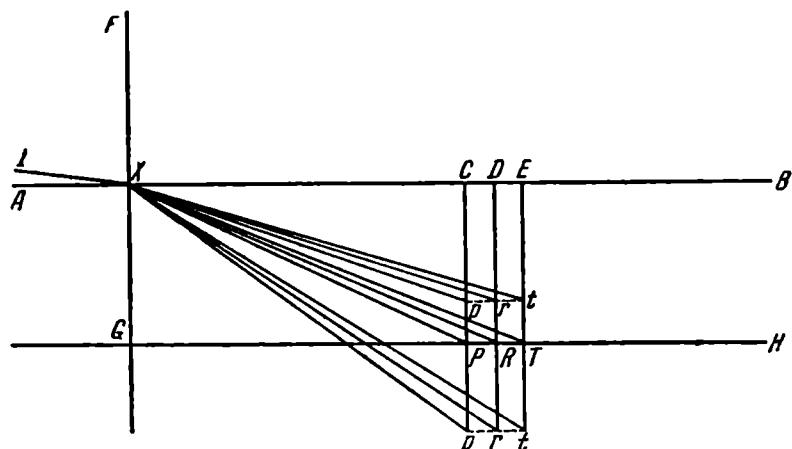
*крайних родов  
легко сделать  
предположение  
о средних*

нии. Так, лучи, которые склоняются немного более к синим, чем к желтым, и находятся в середине, имеют промежуточное отношение синусов  $44\frac{1}{4}$  к  $68\frac{1}{2}$ , или 106 к  $68\frac{1}{2}$  приблизительно, так же и для других.

## XLII

Тем же способом, которым определяются преломления в стекле, можно сделать это и для других сред. Однако полезно показать правило, каким образом по

*Показывается  
при помощи те-  
оремы, каким  
способом по  
преломлениям  
разнородных  
лучей в стекле  
или какой-либо  
среде, опреде-  
ленным между  
собою, можно  
также опреде-  
лить преломле-  
ния и на дру-  
гих, каких угод-  
но средах в  
соприкоснове-  
нии с воздухом  
без новых гро-  
моздких опы-  
тов*



Фиг. 23.

синусам, определенным для стекла, можно получить меру преломлений для другой какой-либо предложенной среды; пусть при этом она соприкасается с другой средой, помимо воздуха. На фиг. 23 пусть  $AB$  будет поверхность, граничащая с воздухом со стороны  $F$  и со стеклом со стороны  $C$ ; проведи через какую-нибудь точку  $X$  линию  $FXG$  перпендикулярно к ней; кроме того, вообрази прямую  $IXA$ , проведенную под бесконечно малым углом  $IXA$ , по которой предполагаются падающими лучи всех форм, преломляющиеся в  $X$ ; положи, что наиболее преломляющиеся идут к  $P$ , средне преломляемые к  $R$  и наименее преломляемые к  $T$ , другие же, промежуточные, к промежуточным

областям. Затем проведи некоторую линию  $GH$ , параллельную линии падения  $IX$ , т. е. перпендикулярно к  $FG$ . Она пересекает лучи в точках  $P$ ,  $R$  и  $T$ , из которых опусти  $PC$ ,  $RD$  и  $TE$  перпендикулярно к преломляющей поверхности  $AB$ . Так определяется и описывается преломление в стекле. Если стекло вообразить замененным другою какой-либо средой, то при прочем постоянном и при падении лучей средней преломляемости в  $X$ , по линии  $IX$ , преломленный луч  $Xr$  следует проводить, пересекая прямую  $DR$  в  $r$ . (Я предполагаю это, так как ранее изложил, каким образом можно исследовать преломления средне преломляемых лучей в любой среде.) Затем через точку  $r$  проведи перпендикулярно прямую  $pt$ , пересекающую чинию  $CP$  и  $ET$  в  $p$  и  $t$ , и соедини  $pX$  и  $tX$ . Я утверждаю, что лучи, наиболее преломляемые, падающие по сказанной линии  $IX$ , преломляются по линии  $Xp$ , и наименее преломляемые — по линии  $Xt$ , лучи же какого угодно рода, преломляемые стеклом в какую-нибудь точку  $PT$ , при преломлении через другую сказанную среду, которая предполагается ставящейся вместо стекла, преломляются в соответственную точку прямой  $pt$ ; соответственными точками являются те, через которые проходит какая-нибудь прямая, параллельная  $DR$ . Итак ясно, каким способом можно определить преломления некоторых лучей, падающих из воздуха в какую-нибудь предложенную среду с наибольшим наклоном, если известно преломление только одного рода лучей в этой среде. Определив пропорцию синусов из преломления таких лучей, падающих наиболее наклонно, можно найти преломления тех же лучей при каком-угодно другом данном преломлении.<sup>41</sup>

### XLIII

*О справедливости этой теоремы*

Справедливость этой теоремы я еще не проверил опытом, но, поскольку едва ли предвидятся большие расхождения в отношении истины ее, я не опасаюсь принять ее в настоящее время без доказательств. Может быть, потом я ее подтверджу опытом или же, если найду ошибочной, поправлю.<sup>41</sup>

## XLIV

*О пропорции некоторых линий, которые вычисляются по этой теореме и приносят пользу*

Вычисление, о котором будет речь, легко выполнить на основании такой пропорции: синус падения луча  $IX$  (т. е. синус 90 град.) относится к синусу преломления (которое, положим, происходит по линии  $XR$ ), как  $XR$  к  $RG$ . Так, в стекле  $\frac{XR}{GR} = \frac{106}{68 \frac{1}{2}}$ ;  $\frac{XP}{PG} = \frac{106}{68}$ ;  $\frac{XT}{TG} = \frac{106}{69}$ .

Отсюда можно вывести, что  $GP : GR : GT = 39 : 39 \frac{1}{2} : 40$ . Эти пропорции, один раз полученные, могут служить для определения с их помощью преломлений в других средах помимо стекла. Положи для любой среды  $XE = 40$ ,  $DE = \frac{1}{2}$  и  $CD = \frac{1}{2}$  и восставь перпендикуляры  $CP$ ,  $DR$ ,  $ET$ . Тогда, если дана пропорция синусов преломления лучей средне преломляемых, т. е. если дана пропорция  $Xr : XD$ , получается точка  $r$  и длина  $Dr$ , которая равна  $Cp$  и  $Et$ . Если же даны  $r$  и  $t$ , то даны и отношения  $Xr$  и  $Xc$ , т. е. синусов падения и преломления для наиболее преломляемых лучей, а также  $Xt$  и  $XE$ , т. е. синусов падения и преломления лучей наименее преломляемых. Так, для поверхности, разделяющей воду и воздух, синусы эти относятся, как 68 к 90, для наименее преломляемых лучей и, как 68 к 91, для наиболее преломляемых приблизительно.<sup>41</sup>

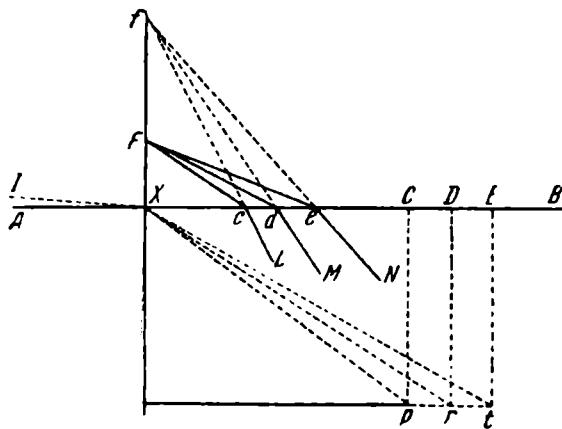
## XLV

*Другая теорема для той же цели*

Получив таким образом пропорции линий  $XC$ ,  $XD$  и  $XE$ , можно, кроме того, определить не без изящества меру преломлений из воздуха в какую-либо предложенную среду при любом падении при помощи другой теоремы. Возьми на линии  $FX$  (фиг. 24), перпендикулярной преломляющей плоскости  $AB$ , какую-нибудь точку  $F$ , которую надо вообразить светящейся. Проведи линию  $Fd$ , пересекающую  $AB$  в  $d$  и представь себе, что это — луч средней преломляемости, преломление коего из воздуха в предложенную среду происходит по линии  $dM$ , которая при продолжении

назад пересекает  $FX$  в  $f$ . Затем пусть будет  $Fd : Fe = XD : XE \left( = \frac{39 \frac{1}{2}}{40} \right)$  и  $Fd : Fc = XD : XC \left( = \frac{39 \frac{1}{2}}{39} \right)$ .

Из  $F$  как из центра интервалами  $Fe$  и  $Fc$  опиши затем круги, пересекающие  $AB$  в  $e$  и  $c$ . Соедини  $Fe$ ,  $Fc$ ,  $fe$ ,  $fc$  и продолжи  $fe$  и  $fc$  неопределенно к  $N$  и  $L$ . Я утверждаю, что если наименее преломляемый луч



Фиг. 24.

падает по линии  $Fe$ , то он преломится по линии  $eN$ , и если наиболее преломляемый луч падает по  $Fc$ , то он преломляется по  $cL$  и также какие угодно лучи промежуточных родов, исходящие из точки  $F$  и падающие в соответственные точки между  $c$  и  $e$ , преломляются в данной среде так, как будто бы все они исходили из точки  $f$ . Соответственными надо считать те точки между  $C$  и  $E$ , а также между  $c$  и  $e$ , расстояния которых от  $X$  и  $F$  находятся в том же отношении, как  $DX$  и  $dF$ . Для доказательства этой теоремы предполагаются две следующие леммы.

## XLVI

## ЛЕММА I

Для доказательства этой теоремы

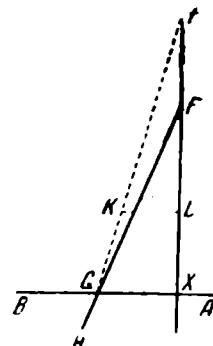
Возьми две точки  $c, d$  на какой-нибудь линии  $AB$  (фиг. 24) и две другие  $f$  и  $F$  на ее перпендикуляре  $FX$ . Соедини  $fd$ ,  $Fd$ ,  $fc$  и  $Fc$ ; тогда разность квадратов

двух линий  $fd$  и  $Fd$ , встречающихся в  $d$ , будет равна разности квадратов двух других линий  $fc$  и  $Fc$ , встречающихся в  $c$ . Ибо так как<sup>42</sup>  $fdq = fXq + Xdq$  и  $Fdq = FXq + Xdq$ , то разность  $fdq - Fdq = fXq - FXq$ , и по той же причине разность  $fcd - Fcd = fXq - FXq$ . Посему, сказанные разности, равные порознь третьей, равны между собою. Ч. Т. Д.

## XLVII

## ЛЕММА II

Если некоторый луч  $FG$  (фиг. 25) падает на поверхность  $AB$  и преломляется в  $H$ , то при продлении линии  $GH$  назад до пересечения перпендикуляра  $FX$  в  $f$ ,  $fG$ , утверждаю я, относится к  $FG$ , как синус падения к синусу преломления. И наоборот, если  $fG$  и  $FG$  относятся, как синусы падения и преломления, то  $fGH$  будет преломленным лучом  $PG$ . Ибо, положим  $fK = FG$  и опустим  $KL$  перпендикулярно на  $FX$ . Поскольку  $GFX$  равен углу падения и угол  $GfX$  углу преломления, то  $GX$  будет синусом падения, а  $KL$  синусом преломления (если принять во внимание круг, полу диаметр коего будет  $FG$  или  $fK$ ), или  $fG : fK = GX : KL$ , т. е.  $fG : FG = GX : KL$ . Ч. Т. Д.



Фиг. 25.

## XLVIII

## ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

Предполагая это, предложенную теорему доказывают так. На фиг. 24 проводится наиболее отлогая линия  $IX$ , по которой лучи всех форм предполагаются падающими из воздуха в  $X$  и преломляющимися. Средне преломляемые идут к  $r$ , наиболее преломляемые — к  $p$  и наименее преломляемые — к  $t$ . Линии, восставленные нормально в точках  $D$ ,  $C$  и  $E$ , пере-

секают эти лучи в точках  $r$ ,  $p$  и  $t$ , как пояснено на фиг. 23. Поскольку теперь установлено, что синусы падения и преломления этих лучей относятся, как  $Xr$  к  $XD$ ,  $Xp$  к  $XC$  и  $Xt$  к  $XE$ , если, кроме того, доказано, что  $fd$  относится к  $Fd$ ,  $fc$  к  $Fc$  и  $fe$  к  $Fe$  так же (т. е.  $fd : Fd = Xr : XD =$  синус падения к синусу преломления лучей средне преломляемых;  $fc : Fc = Xp : XC =$  синус падения к синусу преломления наиболее преломляемых), то предложение вытекает из леммы второй. Что касается лучей средне преломляемых, то поскольку  $fd$  предполагается преломленным лучом  $Fd$ , то (по лемме второй)  $fd$  относится к  $Fd$ , как синус падения к синусу преломления, т. е. как  $Xr$  к  $XD$ . Но теперь предполагается доказать ту же пропорциональность для некоторых родов лучей, например, что  $fc : Fc = Xp : XC$ . По гипотезе  $Fc : Fd = XC : XD$ , так же как  $Fd : fd = XD : Xr$ . Посему при перемещении и соединении равных отношений получаем  $Fc : XC = Fd : XD = fd : Xr$ . Возводя в квадрат, находим:  $Fcq : XDq = Fdq : XDq = fdq : Xrq$ . Уменьшая на члены равного отношения,<sup>43</sup> имеем:  $Fcq : XCq = fdq - Fdq$  (или, по лемме I,  $fcq - Fcq : Xrq - XDq$  (или  $Cpq$ ). Увеличивая на члены равного отношения, имеем  $Fcq : XCq = fcq : Cpq + Xcq (Xrq)$ , наконец, извлекая корни из членов и перемещая их, находим  $fc : Fc = Xp : XC$ . Поэтому  $fc$  является преломлением  $Fc$  по второй лемме. Ч. Т. Д.

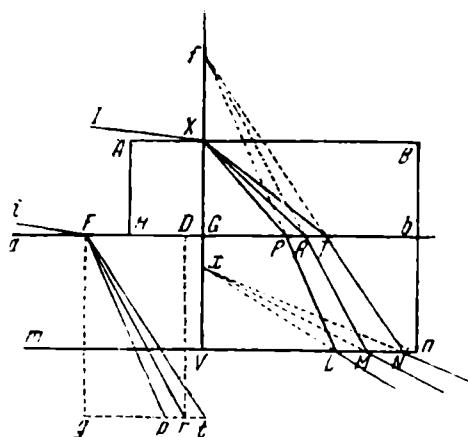
Из такого же рассуждения следует, что  $eN$  является преломлением  $Fe$ . То же следует разуметь и в отношении других лучей, занимающих по различным степеням преломления промежуточные пространства.

#### XLIX

*Преломления разнородных лучей на поверхностях, нигде не соприкасающихся с воздухом, также определяются теоремой*

Этого достаточно для измерения преломлений на поверхностях, соприкасающихся с воздухом. Пусть желательно сделать то же самое для других поверхностей, нигде не соприкасающихся с воздухом. Пусть  $AbH$  и  $abm$  (на фиг. 26) суть две любые среды, соприкасающиеся по плоской поверхности  $Hb$  и окруженные воздухом. Пусть  $AB$  параллельна плоскости  $Hb$ ; возьмем на ней точку  $X$ , через которую проведем

перпендикуляр  $XV$  и  $IX$ , линию наибольшего наклона, по которой (как и раньше) падают лучи всех форм и по степени преломляемости преломляются в  $P$ ,  $R$ ,  $T$  и в другие промежуточные места. Преломления этих лучей, падающих так на поверхность  $ab$ , теперь нужно исследовать. Преломления лучей средне преломляемых на любой поверхности были изложены перед сим; преломленным луча  $XR$  будет  $RM$ , который при про-



Фиг. 26.

должении назад пересечет перпендикуляр  $XV$  в  $f$ . Кроме того, проведи  $fP$ ,  $fT$ , продолжив их до  $L$  и  $N$ . Я утверждаю, что  $PL$  есть преломление луча  $XP$ , а  $TN$  — преломление  $XT$ , и все лучи других форм, падающие между  $P$  и  $T$ , преломляются так, что после этого сходятся в точке  $f$ . Ибо, вообрази, что среда  $ab$  простирается к  $am$  дальше, чем среда  $ABbH$ , так чтобы часть ее поверхности  $aHb$  между  $H$  и  $a$  соприкасалась с воздухом. В какой-нибудь ее точке  $F$  провели перпендикуляр  $Fg$ , а также линию наибольшего наклона  $iF$ , по которой падают лучи всех форм, преломляясь по степени преломления в  $p$ ,  $r$ ,  $t$  и промежуточных местах, как это было сделано на поверхности другой среды  $AB$ . Помимо того, возьми  $FD = GR$  и проведи линию  $Dr$  параллельно  $Fg$ , пересекающую луч  $Fr$  в  $r$ . Опусти отсюда  $rg$  нормально на  $Fg$ ; тогда другие лучи  $Fp$  и  $Ft$  пересекутся в  $p$  и  $t$ .

Теперь, так как  $gr = GR$ , то также  $gp = GP$  и  $gt = GT$  из рассмотрения фиг. 23. Кроме того, поскольку преломление в среду  $abnm$  лучей, падающих по линиям, параллельным  $IX$  и  $iF$ , одинаково, входят ли они непосредственно из воздуха, как в  $F$ , или же сначала проникают через другую среду  $Ab$  в  $H$ , ограниченную параллельными плоскостями, постольку из показанного на фиг. 18 следует, что лучи, преломляющиеся тем или иным способом в сказанной среде  $abnm$ , параллельны однородным лучам, преломленным другим способом в той же среде, т. е., что  $Fp$  параллельна  $PL$ ,  $Fr$ ,  $RM$  и  $Ft$ ,  $TN$ . Посему, если продолжить преломляемые лучи  $PL$ ,  $RM$  и  $TN$  до встречи с перпендикуляром  $GX$ , то с ним и с основаниями  $GP$ ,  $GR$  и  $GT$  образуются треугольники, подобные треугольникам  $gpF$ ,  $grF$  и  $gtF$ , и более того, им равные, так как основания их  $gp$  и  $GP$ ,  $gr$  и  $GR$ ,  $gt$  и  $GT$  между собою соответственно равны. Поэтому, поскольку вершины одних треугольников сходятся в той же точке  $F$ , вершины других будут сходиться в некоторой точке  $f$ , т. е. лучи  $PL$ ,  $RM$  и  $TN$ , являющиеся преломленными лучами  $XP$ ,  $XR$  и  $XT$ , расходятся все из той же точки  $f$ .

Ч. Т. Д.

## L

Показав это, нужно еще заметить следующее.

1. Пропорции синусов падения и преломления на поверхности  $Hb$  отсюда легко определяются, ибо для лучей наиболее преломляемых синусы их находятся в отношении  $fP$  к  $PX$  и для наименее преломляемых, как  $fT$  к  $XT$ , и т. д.

2. Если даны пропорции синусов преломления из воздуха в какие-либо две предложенные среды при одинаковых падениях, то пропорции синусов преломления из одной среды в другую получаются легко делением синуса второй среды на соответственный синус первой. При преломлении из воздуха в стекло сказанные синусы суть  $68$ ,  $68\frac{1}{2}$ ,  $69$ , а из воздуха в воду  $90$ ,  $90\frac{1}{2}$ ,  $91$ . Следовательно, для преломления из воды

*Дополнение  
той же теории  
некоторыми  
замечаниями*

в стекло они равны  $\frac{68}{90}$ ,  $\frac{68\frac{1}{2}}{90\frac{1}{2}}$ ,  $\frac{69}{91}$ , т. е. относятся, как  $281, 281\frac{1}{2}, 282$  приблизительно.

3. Если наложить на *abnm* какую-либо третью среду, плотнее воздуха, прикасающуюся по поверхности *mn*, предполагаемой плоской и параллельной *AB* и *ab*, и если лучи, расходящиеся из точки *f* (как было показано), падают на эту среду в точках *L*, *M* и *N*, то они преломляются в ней затем, расходясь от некоторой точки *x* сзади, которая расположена на перпендикуляре *XG*. И так далее до бесконечности, сколько бы ни было сред, разделенных параллельными плоскостями, следующих друг за другом в порядке. Если, однако, воздух непосредственно следует за средой *abnm*, то точка *x*, к которой стремятся выходящие лучи, будет расположена у *V* на той же преломляющей поверхности, потому что лучи выходят параллельными наиболее наклонной линии *IX*, по которой они сначала падали из воздуха, если говорить о выходе в отношении лучей, расстилающихся по преломляющей поверхности.

4. Если лучи, расходящиеся от некоторой точки *F*, расположенной в воздухе, стремятся к точкам *c*, *d*, *e* по способу, который я объяснил на схеме 24, и затем проходят через различные плоские преломляющие среды, параллельные *AB*, они все всегда расходятся от той же точки, которая расположена на перпендикуляре к плоскостям, проходящим через *F* не иначе, как если бы они падали в плоскости *AB*, проходя по наиболее наклонной линии *IX*. Длины лучей между точками преломления и сказанным перпендикуляром относятся, как синусы падения и преломления на каждой плоскости, которой соответствуют. Поскольку доказательства этих утверждений легко вывести из высказанного, я опускаю их, чтобы не задерживаться более на этих вещах.

---

# ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

---

## РАЗДЕЛ ТРЕТИЙ



### О ПРЕЛОМЛЕНИЯХ ПЛОСКОСТЕЙ

После установления законов преломления лучей, проходящих через различные среды, надлежит теперь изложить другие явления. Прежде всего я опишу преломления плоскостей для учения о цветах, которое придется объяснять позднее. Затем я изложу свойства сферических и других поверхностей как для обнаружения явлений цветов, отсюда происходящих, так и для того, чтобы лучше было известно устройство инструментов, служащих для оптических надобностей.

Сначала же я рассмотрю преломления на отдельных плоскостях, а затем последовательные преломления на плоскостях.

*О преломлении  
одной плоско-  
сти*

Что касается лучей одного какого-либо рода, то свойства их сообщаются в лекциях д-ра Барроу (на такой основе: лучи света в однородной среде прямые; их преломление происходит в плоскости, перпендикулярной преломляющей поверхности; синусы падения постоянно пропорциональны синусам преломления в какой угодно однородной среде). Об этом достаточно изложить в форме лемматических предложений без доказательств.

*Падающий луч некоторого преломленного обратно становится преломленным падающим* \*<sup>44</sup>

**ПРЕДЛОЖЕНИЕ I**

*Равному или большему углу падения соответствует равный или больший угол преломления и преломленный угол и обратно\*\*<sup>45</sup>*

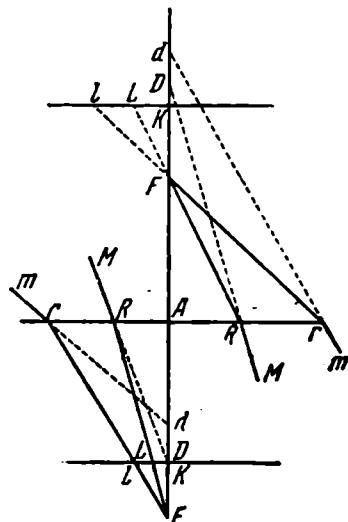
**ПРЕДЛОЖЕНИЕ II**

*Представить преломление падающих лучей\*\*\**

**ПРЕДЛОЖЕНИЕ III**

Возьми случай лучей, расходящихся из среды более разреженной в более плотную.

На фиг. 27 пусть  $F$  будет точкой, выбрасывающей лучи  $FR$ ,  $Fr$  и бесчисленные другие к преломляющей



Фиг. 27.

\* И. Барроу. Лекции по оптике. Лекция III, раздел 3.

\*\* Ibid. Лекция III, разделы 4 и 6.

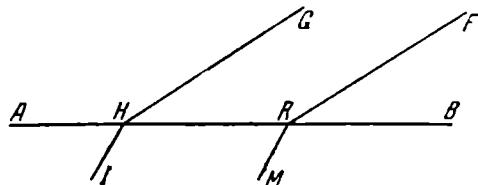
\*\*\* Ibid. Лекция IV, раздел 5.

поверхности  $AR$ . И пусть  $FA$  есть перпендикулярный луч, который продолжи до  $K$  так, чтобы  $AF$  относилось к  $AK$ , как синус преломления к синусу падения. В  $K$  восставь перпендикуляр  $KL$ . Сделав это, продолжи какие-нибудь падающие лучи  $FR$ ,  $Fr$  назад до встречи со сказанной  $KL$  в  $L$  и  $l$ . В угле  $FAR$  впиши  $RD=RZ$  и  $rd=rl$ . Продолжи их к  $M$  и  $m$ , получишь преломленные лучи  $RM$  и  $rm$ ; таким же способом можно быстро провести много других лучей.

#### ПРЕДЛОЖЕНИЕ IV

На фиг. 28 пусть  $AB$  есть преломляющая поверхность,  $M$ — данная точка и  $GH$ — прямая, которой должен быть параллелен падающий луч. Прежде всего

*Начертить луч, параллельный данной прямой, преломленный луч которого проходит через данную точку*



Фиг. 28.

проведи к лучу, падающему по  $GH$ , преломленный луч  $HI$  по предл. III, затем параллельный к нему  $MR$ , тогда  $FR$ , проведенный параллельно  $GH$ , будет падающим лучом.

*Начертить луч, идущий из данной точки, так чтобы преломленный луч его шел параллельно прямой с данным положением*

#### ПРЕДЛОЖЕНИЕ V

Решается по способу четвертого предложения, причем наименование лучей взаимно меняется (по предл. I).

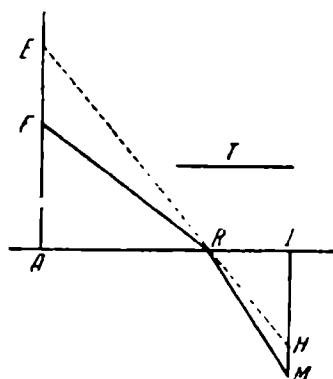
*Начертить луч, идущий из данной точки F,*

#### ПРЕДЛОЖЕНИЕ VI

Через  $F$  и  $M$  (фиг. 29) проведи перпендикуляры к преломляющей поверхности (луч падает в более плотную среду), и пусть  $AE$  и  $AF$  относятся, как синус падения к корню из разности квадратов синусов

*преломленный  
луч коего про-  
ходит через ка-  
жую-либо дан-  
ную точку*

падения и преломления. Пусть также  $T$  относится к  $MI$ , как синус преломления к тому же корню. В углу  $AIM$  впиши прямую  $RH$ , проходящую через  $E$  и равную  $T$ . Соедини  $FR$ ,  $RM$ , ибо они и являются исконными лучами.



Фиг. 29.

Когда луч падает в более разреженную среду, то, переменив наименования (по предл. I), решишь, как раньше.

Впрочем, способ проведения в прямом угле данной прямой, проходящей через данную точку, показан в лекции V\* д-ра Барроу посредством пересечения гиперболы и круга.

*У лучей, расхо-  
дящихся к пло-  
ской поверхно-  
сти, параллель-  
ных или сходя-  
щихся, прелом-  
ленные лучи  
также будут  
расходящими-  
ся, параллель-  
ными или схо-  
дящимися и об-  
ратно \*\**

#### ПРЕДЛОЖЕНИЕ VII

\* Раздел 7. Но д-р Барроу сделал это более обще и изящнее

в „Лекциях по геометрии“. Лекция VI, раздел 2.

\*\* И. Барроу. Лекции по оптике. Лекция IV, раздел 2 и пр.

## ПРЕДЛОЖЕНИЕ VIII

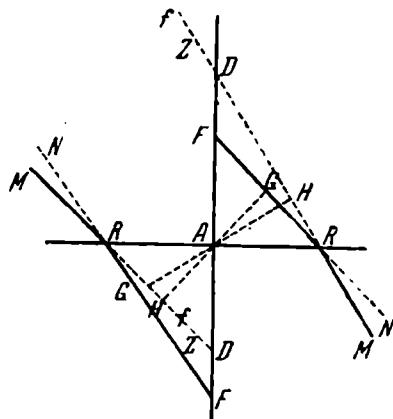
## СЛУЧАЙ I

*Найти точку, от которой расходятся или в которой сходятся эти лучи*

Если наклон лучей определен, то надо провести преломленные лучи по предл. III, IV, V или VI, и пересечение найдется.

## СЛУЧАЙ II

Если наклон неопределенно меньше любого данного, то проблема решается так же, как если бы спрашивалась точка на наклонном преломленном луче, которая определяет пересечение лучей, лежащих по обе



Фиг. 30.

стороны, и падает между ними. Эта точка должна рассматриваться как центр излучения или место изображения относительно глаза, через центр зрачка коего проходит сказанный луч. Этот вывод получается так. На фиг. 30 пусть  $DRM$  есть преломленный луч некоторого падающего  $FRN$  и пусть  $F$  есть центр падающего излучения (расходящихся или сходящихся лучей).  $FA$ , восстановленная нормально к преломляющей поверхности прямая, пересекает  $RM$  в  $D$ . Теперь опусти из  $A$  перпендикуляры  $AG$  и  $AH$  к этим лучам. Пусть  $RF : Rf = FG : DH$ . Центром излучения  $RM$  и других лучей, преломляющихся по обе стороны вблизи  $RM$  и лежащих по обе стороны, будет  $f$ .\*

\* См. Барроу. Лекции по оптике. Лекция V, раздел 15 и пр.

**ПОУЧЕНИЕ**

Однако эта точка  $f$  существует только для лучей, лежащих в плоскости  $FAR$ , ибо преломленные лучи других, лежащих вне плоскости  $FAR$ , не пересекают лучей  $Rf$  и в точке  $f$  и нигде-либо вообще за исключением только тех, падающие лучи коих лежат на конической поверхности с осью  $AF$ , вершиной  $F$  и полууглом  $AfR$ , ибо таковые все пересекают сказанную  $Rf$  в точке  $D$ , расположенной на оси  $FA$ . Таким образом, центров излучения этой  $Rf$  в основном два, один  $f$ , получающийся от преломленных лучей, лежащих в плоскости  $FAR$ , и другой  $F$  от преломленных лучей, лежащих на конических поверхностях, описанных осью  $FA$  и углами  $AfR$  и  $ADR$ . Что касается остальных лучей, иначе расположенных повсюду вокруг  $FR$ , то их преломленные лучи максимально приближаются к лучу  $Rf$ , где-нибудь между  $D$  и  $f$ , так что для глаза, через центр зрачка коего проходит луч  $RM$ , место изображения должно рассеиваться по всему пространству  $fD$ . Или лучше, поскольку пространство  $fD$  есть изображение только единственной точки  $F$ , мы должны принять за чувственное изображение одну какую-нибудь точку на нем, которая занимает середину всего света, идущего от этого пространства к глазу, и лежит приблизительно посередине между точками  $D$  и  $f$ . Точное определение истинной точки этой, когда надо учитывать все лучи, преломляющиеся от  $F$  к глазу, является труднейшей для решения задачей, если не опереться на какую-нибудь гипотезу, по крайней мере правдоподобную, если не точно справедливую. Итак, поскольку лучи кажутся льющимися к глазу в равном множестве от границы  $D$  и от других соседних точек и от границы  $f$  и от других подобных же соседних точек, место изображения должно положить в середине этих границ. Угол, составляемый двумя лучами, сходящимися от  $D$  и  $f$  в одной точке зрачка, всегда пересекается почти пополам лучом идущим от этого места видения к сказанной точке зрачка. Приняв эту гипотезу, не нужно делать ничего другого, кроме допущения, что  $Mf + Md:MD = fD:DZ$  и что  $Z$  будет искомым местом видения точки  $F$ . Положи, действительно, что  $M$  есть место-

глаза. Так как принято, что  $MF + MD : MD = fD : DZ$ , при делении найдем:  $Mf : MD = fZ : ZD$ . Проведи затем три линии из  $f$ ,  $D$  и  $Z$  к  $M$ , или лучше к точке, неопределенной близкой к этой  $M$ . Угол, образуемый двумя внешними линиями, будет всегда почти точно делиться пополам между лежащей линией (*по З. б. Элем.*).

Здесь отмечается для дальнейшего лишь немногое относительно однородных лучей. Для более глубокого знания советую осведомиться в лекциях, пространнее составленных почтенным мужем д-ром Барроу, о том же. Я же перехожу немедленно к изложению сведений о неоднородных или разно преломляемых лучах.

*Из лучей различного рода, текущих из светящейся точки, могут преломляться в фокусе или в другой общей точке только те, которые лежат в плоскости, проходящей через обе точки и перпендикулярной к преломляющей плоскости*

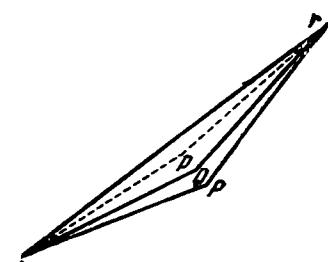
*Из лучей различного рода, текущих от данной точки, преломленные лучи которых сходятся в другой данной точке, больше всего отходят от прямой линии, лежащей между точками схождения или центрами излучения, т.е., которые наиболее преломляются*

#### ПРЕДЛОЖЕНИЕ IX

Ибо преломление лучей всегда происходит в плоскости, перпендикулярной к поверхности преломляющей среды, и две такие плоскости не могут проходить через обе точки.

#### ПРЕДЛОЖЕНИЕ X

Пусть  $FPf$ ,  $FQf$  (фиг. 31) разнородные лучи, сходящиеся в  $F$  и  $f$ ; ясно, что они не полностью совпадают, потому что иначе, вопреки гипотезе, преломление было бы равным. При этом более преломляемый луч не может быть ближе к прямой  $Ff$ . Ибо вследствие большего наклона со стороны более плотной среды преломление его будет больше по предл. II и гипотезе; т. е. угол  $Fpf$  был бы меньше  $FQf$ , вопреки



Фиг. 31.

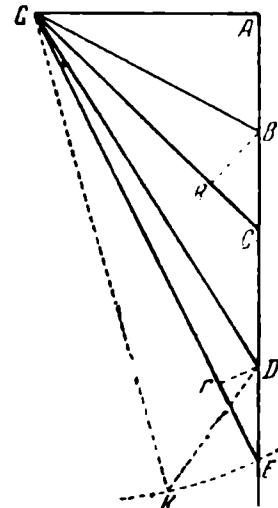
21. I. Элем. Следовательно, более преломляется  $FPf$ , который больше отходит от прямой  $Ff$ .

## ЛЕММА I

Пусть из данной точки  $G$  (фиг. 32) к данной линии  $ER$  проведены четырьеследующие линии  $GB$ ,  $GC$ ,  $GD$ ,  $GE$  так, чтобы  $GB : GC = GD : GE$ . Тогда угол  $BGC$ , составленный наименьшей линией  $GB$  с одной из промежуточных  $GC$ , будет больше, чем угол  $DGE$ , составленный другой промежуточной линией  $GD$  и наибольшей  $GE$ .

Опиши из центра  $G$  лучом  $GE$  окружность  $EK$ , проведи луч  $GK$ , составляя угол  $DGK$ , равный углу  $BGC$ , и соедини точки  $K$  и  $D$ . Треугольники  $GDK$  и  $GCB$  подобны вследствие равенства углов при  $G$  и пропорциональности между их сторонами (б. б. Элем. и гипотеза). Поэтому  $GB : GC = GD : (GE) GK$ . Вследствие этого угол  $KDG$  равен углу  $GBC$ . Но угол  $EDG$  (16. I. Элем.) больше угла  $CBG$ , следовательно, линия  $KD$  больше, чем  $ED$  (7.3. Элем.), и угол  $KGD$  превосходит угол  $DGE$  (25. I. Элем.), т. е. угол  $CGB$  больше угла  $EGD$ .

Ч. Т. Д.



Фиг. 32.

## ЛЕММА II

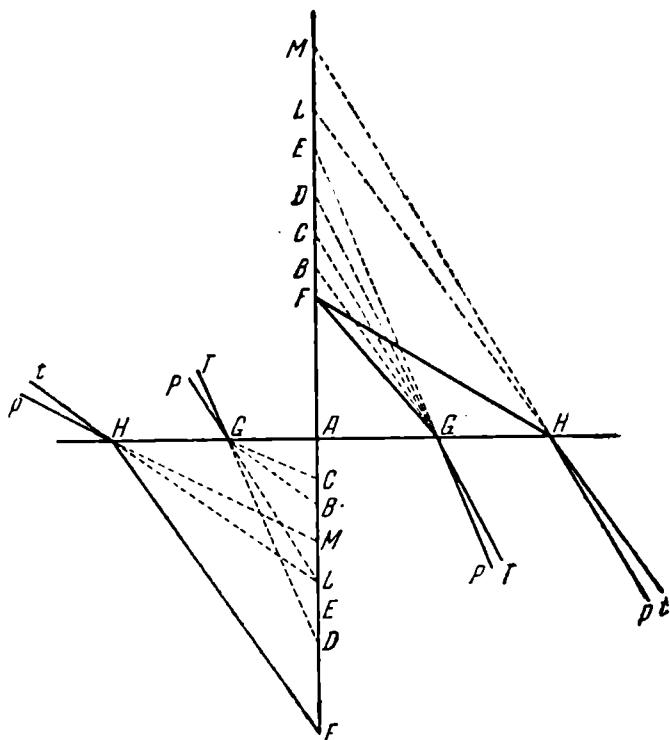
Если эти углы положить бесконечно малы и опустить на линию  $EB$  перпендикуляр  $GA$ , то угол  $EGD : \text{угол } CGB = BA : DA$

Опусти из  $B$  и  $D$  на линии  $GC$ ,  $GE$  нормали  $BR$  и  $Dr$ ; вышесказанные углы будут относиться, как  $\frac{Dr}{DG}$  к  $\frac{BR}{BG}$ , если положить линии  $BR$  и  $Dr$  равносильными бесконечно малым дугам, которые стягивают эти углы. Но, по гипотезе,  $BG : CG = DG : EG$  и раздельно<sup>46</sup>  $BG : CR = DG : Er$ . Также, вследствие подобия треугольников  $BGA$ ,  $CRB$ ,  $BA : AG = CR : BR$ . По равной причине  $EA$ , или  $DA : AG = Er : Dr$ ,<sup>47</sup> или  $AG : DA = Dr : Er$ . Посему, перемножая равные отношения, имеем:  $BA : AG \times AG : DA = BA : DA$ <sup>48</sup>  $= CR : RB \times Dr : Er$  (перемещая члены последнего отношения)  $= CR : Er \times Dr : BR$  (подставляя равносильное отношение вместо  $CR : Er$ )  $= BG : DG \times Dr : Br$  (и переставляя члены)  $= \frac{Dr}{Dg} : \frac{BR}{BG}$ . Итак,  $BA : DA = \frac{Dr}{DG} : \frac{BR}{BG}$ , т. е. как углы  $EGD$  и  $CGB$ . Ч. Т. Д.

## ПРЕДЛОЖЕНИЕ XI

При падении разнородных лучей по той же линии, чем наклоннее падение, тем при прочем постостоянном больше будет разница преломления

Пусть  $FG$  на фиг. 33 буде линия, по которой падают два луча, из коих один, наиболее преломляемый, идет к  $P$ , а наименее преломляемый к  $T$ , и пусть угол  $PGT$  есть разность преломления. Также пусть  $FH$  есть линия, более наклонная, чем  $FG$ , по которой падают других два луча того же рода, причем наиболее преломляемый преломляется к  $p$ , а наименее преломляемый



Фиг. 33.

к  $t$ ; угол  $pHt$  подобным же образом будет их разностью преломления. Я утверждаю теперь, что угол  $pHt$  больше, чем  $PGT$ . Ибо опусти  $FA$ , линию нормальную к преломляющей плоскости, она пересечет преломленные лучи при продолжении их назад в  $D$  и  $E$ ,  $L$  и  $M$ ; проведи из  $G$  к  $FA$  две линии  $GB$ ,  $GC$  параллельно  $HL$ ,  $HM$ . Теперь, поскольку три линии  $GP$ ,  $GD$ ,  $GE$  (по природе преломления, изложенной

ранее в §§ XXV, XXVI и след.) находятся в данном отношении и три другие  $HF$ ,  $HL$ ,  $HM$  — в том же отношении, то имеется пропорция  $HL : HM = GD : GE$ , но  $HL : HM = GB : GC$  вследствие подобия треугольников  $LHM$  и  $BCG$ . Посему,  $GB : GC = GD : DE$ , и отсюда угол  $BGC$  больше угла  $DGE$  по лемме I, т. е. угол  $LHM$  превосходит угол  $DGE$ , или угол  $rHt$  больше угла  $PGT$ . Ч. Т. Д.

Однако для более полного определения пропорций обоих углов  $PGT$  и  $rHt$  (фиг. 33) я утверждаю, кроме того, что они относятся друг к другу весьма близко, как линии  $AB$  и  $AD$ , сегменты оснований равновысотных треугольников, из коих один построен из лучей  $GP$  и  $GT$ , встречающихся с перпендикуляром  $AF$ , а другой  $CGB$  подобен треугольнику  $MHL$ , построенному подобным же образом лучами  $Hp$  и  $Ht$ . Ибо углы  $EGD$  и  $CGB$ , если бы они были бесконечно малыми, то относились бы между собою, как  $AB$  и  $AD$  по лемме II. Но, по гипотезе, эти углы равны углам  $PGT$  и  $rHt$ . Посему  $PGT$  и  $rHt$ , если бы они были бесконечно малыми, то относились бы друг к другу, как  $AB$  к  $AD$ . Подобным же рассуждением можно установить, что они относятся очень близко, как  $AC$  к  $AE$ . Стало быть, их отношение всегда лежит между двумя этими отношениями, и поэтому мы подойдем ближе к истине, приняв промежуточное отношение, т. е.  $PGT$  относится к  $rHt$ , как  $AB + AC$  к  $AD + AE$  или как  $\sqrt{AB \times AC}$  к  $\sqrt{AD \times AE}$  приблизительно.

*Начертить  
лучи различ-  
ных родов, ис-  
текающие из  
данной точки,  
преломленные  
лучи коих про-  
ходят через  
какую-нибудь  
данную точку*

#### ПРЕДЛОЖЕНИЕ XII

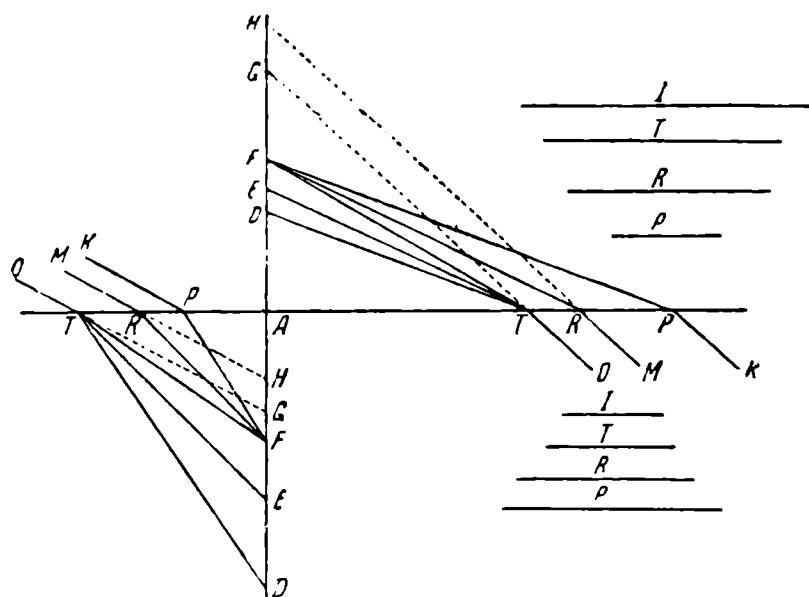
Если одна из точек находится на бесконечном расстоянии, так что лучи с ее стороны параллельны, то задача решается по предл. IV и V и по предл. VI, когда обе точки бесконечно удалены.

#### ПОУЧЕНИЕ

Заслуживает изложения легкий способ определения по данному положению какого-либо луча всех прочих.

## СЛУЧАЙ I

Пусть  $FT, FR, FP$  на фиг. 34 суть лучи, идущие от  $F$ , преломленные коих  $TO, RM, PK$  становятся параллельными. Синус падения луча  $FT$  пусть относится к синусу преломления, как  $I$  к  $T$ , а синусы лучей  $FR$  и  $FP$ , как  $I$  к  $R$  и  $P$ . Теперь, если для одного из лучей  $FT$  положение дано, то можно сразу начертить



Фиг. 34.

прочие. Проведи  $FA$ , нормаль к преломляющей поверхности, и в углу  $FAT$  впиши  $TE, TD$  по такому закону, чтобы  $T:R:P=TF:TE:TD$ , и проведи параллельно  $TE$  и  $TD$ ,  $FR$  и  $FP$ . Я утверждаю, что дело сделано.<sup>49</sup> Ибо, так как  $TO, RM$  при преломлении встречаются с перпендикуляром  $DA$  в  $G$  и  $H$ , то  $I:T=TG:TF$ , и далее, поскольку  $T:R=TF:TE$  (по гипотезе), то из равенства  $I:R=TG:TE$ . Но  $I:R=RH:RF$ , следовательно,  $TG:TE=RH:RF$ . Отсюда, так как (по гипотезе)  $TE$  и  $RF$  параллельны, то параллельны также  $TG$  и  $RH$ . Подобным же образом обоснован параллелизм луча  $PK$ .

*СЛУЧАЙ II*

Если при параллельных падающих лучах преломленные сходятся в данной точке, предложение выполняется не иначе, чем следует из предл. I.

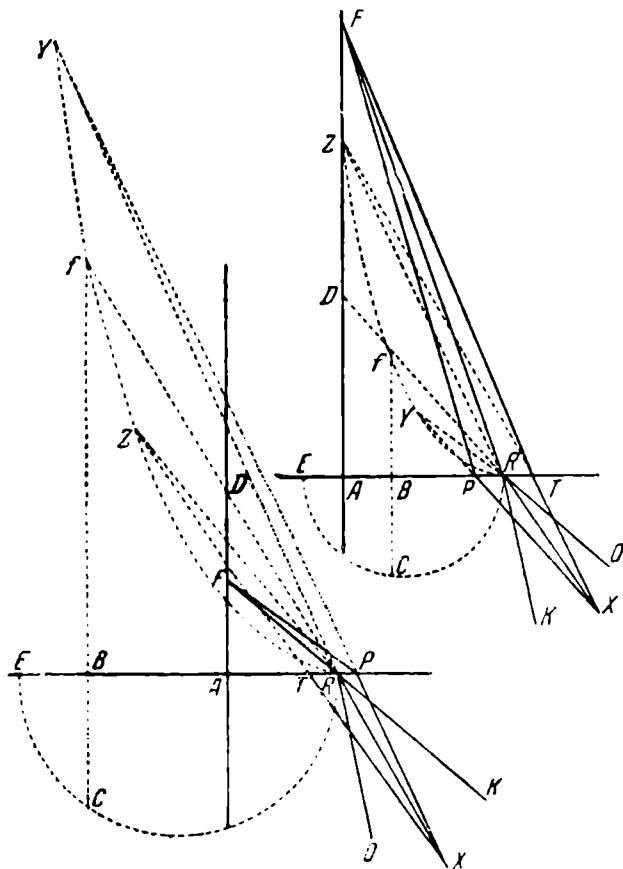
*СЛУЧАЙ III*

Наконец, если падающие лучи расходятся, а преломленные сходятся, то задача становится телесной,<sup>50</sup> но ее можно свести в некотором отношении к плоской, представив себе, что разность преломлений бесконечно мала. Я не без удовольствия изложу решение на основе этой гипотезы, так как разность преломлений всегда очень мала.

Прими, что  $FRX$  (фиг. 35) есть луч данного положения, и лучи  $FPX$ ,  $FTX$  (для коих даны отношения синусов падения и преломления) пересекаются в точках  $F$  и  $X$ . Теперь вообрази также другие лучи, равно преломляющиеся, как лучи  $FP$  и  $FT$ , и падающие по линии  $FR$ . Начерти их преломленные лучи  $RO$ ,  $RK$  (при помощи предл. третьего), найди центры излучения  $Y$  и  $Z$  (по предл. VIII) и соедини  $YX$  и  $ZX$ , пересекающие преломляющую поверхность в  $P$  и  $T$ . Я утверждаю, что задача решена, так как  $FPX$  и  $FTX$  суть лучи, которые требуется начертить. Ибо, поскольку, согласно гипотезе, разность преломлений, и поэтому расстояние точек  $T$ ,  $R$  и  $P$  бесконечно малы, постольку однородные лучи  $RO$ ,  $PX$  суть взаимно ближайшие и, следовательно, расходятся от одной и той же точки излучения; поэтому правильно будет определить луч  $PX$  как проходящий через центр излучения луча  $RO$ ; для луча  $TX$  рассуждение одинаковое.

Однако для определения угла  $PXT$  нужно знать, насколько смешаны предметы, видимые посредством преломления, вследствие неравных преломлений разнородных лучей. Насколько простирается область выходящих цветов, явствует из того, что если в  $F$  есть светящаяся точка, то для глаза, помещенного в  $X$ , точка  $F$  кажется расширенной и рассеянной по всему угловому пространству  $PXT$ , образуемому лучами  $PX$  и  $TX$ , наиболее и наименее преломляемыми. Я добавлю

немногое о величине этого угла. Вообрази описанной кривую линию  $YfZ$ , на которой лежат центры излучения лучей всех родов, падающих по линии  $FR$  и так преломляющихся в точке  $R$ , что они расходятся по всему углу  $KRO$ . Эта кривая должна неплохо сход-



*Fig. 35.*

ствовать со светящимся предметом, видимый угол коего, либо кажущаяся величина для глаза, помещенного в  $X$ , есть  $YXZ$ , а расстояние от глаза, оцененное от его средины,  $fX$ . А отсюда следует:

1. Что (поскольку кажущаяся величина видимого предмета почти обратна расстоянию от него), взяв постоянную точку  $F$  и приняв точку  $X$  где-либо на

линии  $RX$ , найдем, что угол  $PXT$ , или  $YXZ$ , почти обратно пропорционален длине  $fX$ . Отсюда, если промежуток  $RX$  уменьшается, то угол  $PXT$  растет, и величина его дается для любого расстояния точки  $X$ , если только она была дана для какого-либо одного расстояния.

2. Также, зная угол  $ORK$ , можно узнать какой угодно угол  $PXT$ , предполагая, что он находится к  $ORK$  в отношении, которое имеет  $Rf$  к  $Xf$ ; ибо  $YRZ$  (равный  $ORK$ ) есть кажущаяся величина  $YfZ$  на расстоянии  $fR$ .

3. Коль скоро, таким образом, угол  $ORK$  определяется по поучению к предл. XI для любого наклона лучей, падающих рядом с  $RF$ , и не трудно найти точку  $f$ , постольку, составляя по предл. VIII пропорцию  $RF : Rf = \frac{AFq}{RF} : \frac{ADq}{RD}$ , можно установить способ нахождения угла  $PXT$ .

4. Из многое прочего отмечу, что указанная ранее кривая  $YfZ$ , на которой расположены центры излучений лучей всех родов, преломляющихся в  $R$ , есть обычная циссоида, или *диоклея*, приспособленная к кругу,<sup>51</sup> диаметр коего  $RE$  относится к  $AR$ , как  $RFq$  и  $FAq$ .

На диаметре  $RE$  начерченного сказанного круга  $RCE$  проведи какую-нибудь прямую  $fBC$ , нормальную к  $RE$  и кончающуюся на круге в  $C$  и на кривой в  $f$ . Вследствие подобия сторон подобных треугольников  $RAD$ ,  $RBf$  найдешь  $ADq : AR \times DR = Bfq : BR \times fR$ . Переписывая последнюю часть иначе относительно  $BR$ , найдешь  $ADq : AR \times Dr = \frac{Bfq}{BR} : fR$ ; далее, преобразуя относительно  $Rf$  и  $AR$ , получишь  $ADq : DR \times Rf = \frac{Bfq}{BR} : \frac{Rfq}{AR}$ . Так же  $\frac{AFq}{FR} : \frac{Adq}{DR} = RF : Rf$ , как раньше. Перенося  $DR$  и  $FR$ , получишь  $AFq : ADq = FRq : DR \times Rf$  и затем  $AFq : FRq = ADq : DR \times Rf$ .

Отсюда, связывая отношения, согласующиеся с одним и тем же третьим, найдешь  $\frac{Bfq}{BR} : \frac{Rfq}{AR} = AFq : FRq$ . Вынося из предшествующего отношения  $BR$  и последующего  $AR$ , получишь  $Bfq : Rfq = AFq \times BR : FRq \times AR$ . Перемещая, сверх того, в последнем отношении  $AFq$ , найдешь  $Bfq : Rfq = BRi : \frac{FRq \times AR}{AFq}$ . Но, положив

$RE : AR = FRq : AFq$ , получишь  $\frac{FRq \times AR}{AFq} = RE$  и отсюда  $Bfq : Rfq = BR : RE$  и раздельно  $Bfq : Rfq = Bfq (BRq) = BR : BE$ .<sup>53</sup>

По природе круга  $BC$  есть среднее пропорциональное между  $BR$  и  $BE$ ; отсюда  $BR : BE = BRq : BCq$  и, следовательно,  $Bfq : BRq = BRq : BCq$ , или  $Bfq : BR = BR : BC$ ; это указывает, что кривая есть циссоида, как я и хотел показать.<sup>53</sup>

Разобрав преломления на поверхности, определяющей две данные среды, я обращаю мысли к исследованию того, что происходит при изменении разреженности или плотности обеих сред, или к влиянию различных сред, соприкасающихся между собою.

Если провести от двух точек  $D, G$  (фиг. 36), расположенных на некоторой линии  $AD$ , к двум другим точкам  $L, N$ , расположенным на перпендикуляре к ней, четырем прямых  $DN, DL, GN, GL$ , то отношение линий, проведенных к более удаленной точке  $N$ , более стремится к равенству, чем отношение прямых, проведенных к ближайшей точке  $L$ , или  $GN : DN$  находится в отношении большем, чем  $GL : DL$ .



Фиг. 36.

## ЛЕММА III

Ибо, пусть  $GN : DN = GL : R$  и  $GNq : DNq = GLq : Rq = GNq - GLq : DNq - Rq$ . Посему, поскольку  $DN$  больше  $GN$ , или  $DNq$  больше  $GNq$ , то  $DNq - Rq$  больше, чем  $GNq - GLq$ . Но  $GNq - GLq = DNq - DLq$  (§ XLVI), откуда  $DNq - Rq$  больше, чем  $DNq - DLq$ , т. е.  $DLq$  превосходит  $Rq$ , или  $DL$  превосходит  $R$ . Следовательно, так как по предположению  $GN : DN = GL : R$ , то  $GN : DN$  находятся в большем отношении, чем  $GL : DL$ . Ч. Т. Д.

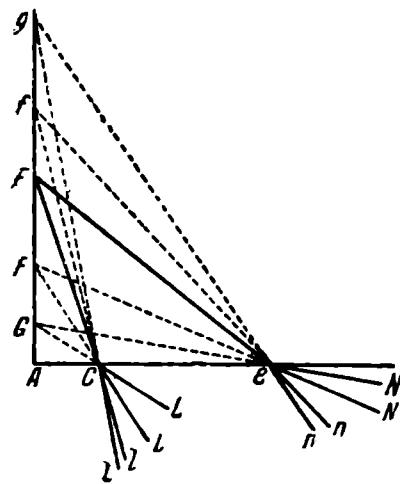
## ПРЕДЛОЖЕНИЕ XIII

Пусть  $Fc$  на фиг. 37 есть один из лучей с наименьшим преломлением, падающих отовсюду на поверхность  $Ac$ , преломленный луч его пусть будет  $cl$ , пересекающий при продолжении назад перпендикуляр  $FA$

Если принять общим синус падения лучей

различных родов, то, чем больше различается плотность сред, тем больше будет неравенство отношений синусов преломления

в  $f$ . Затем возьмем  $Ae$  так, чтобы  $Fe$  и  $Fc$  находились в некотором данном отношении, как изложено ранее (§ XLIV, XLV и XLIX), т. е. при том условии, что если бы  $Fe$  был наиболее преломляемым лучом, то его преломленный расходился бы из той же точки  $f$ . Если сделать это, то при замене второй среды какой-либо сколь угодно плотной или разреженной два подобных луча, падающих по прямым  $Fe$  и  $Fc$ , должны всегда



Фиг. 37.

преломляться так, как будто бы они подобно исходили из одной и той же некоторой точки этого перпендикуляра (§ XLV, XLIX), как от  $g$  к  $l$  и  $n$ , если положить, что вторая среда больше отличается по плотности от первой, чем прежняя вторая среда, при которой лучи расходились от  $f$ . Поэтому следует заключить, что неравенство отношения синусов во втором случае больше, чем в первом, именно синус падения луча  $Fcl$  относится к синусу преломления, как  $fc$  к  $Fc$  (§ XLVII), т. е. как  $1$  к  $\frac{Fc}{fc}$ . Для луча  $Fen$  эти синусы относятся, как  $1$  к  $\frac{Fe}{fe}$ , откуда синусы преломления этих лучей относятся между собою, как  $\frac{Fc}{fc}$  к  $\frac{Fe}{fe}$ . Из подобного же рассуждения явствует, что подобные же синусы преломленных, соответствующих лучам  $cl$ ,  $en$ , относятся,

как  $\frac{Fc}{gc}$  к  $\frac{Fe}{ge}$ . Остается, следовательно, доказать, что между  $\frac{Fc}{gc}$  к  $\frac{Fe}{ge}$  существует большая диспропорция, чем между  $\frac{Fc}{fc}$  к  $\frac{Fe}{fe}$ , т. е. остается доказать (поскольку  $\frac{Fe}{fe}$  больше, чем  $\frac{Fc}{gc}$  по лемме III), что  $\frac{Fe}{ge} : \frac{Fc}{gc}$  больше, чем  $\frac{Fc}{gc} : \frac{Fe}{fe}$ . По лемме III,  $ge : fe$  меньше, чем  $gc : fc$ , или, если взять обратное отношение, то  $\frac{1}{ge} : \frac{1}{fe}$  будет больше, чем  $\frac{1}{gc} : \frac{1}{fc}$ . Внося первое отношение в  $Fe$  и второе в  $Fc$ , найди  $\frac{Fe}{ge} : \frac{Fe}{fe}$  больше, чем  $\frac{Fc}{gc} : \frac{Fc}{fc}$ . Или, перемещая, имеешь:  $\frac{Fe}{ge} : \frac{Fc}{gc}$  больше, чем  $\frac{Fe}{fe} : \frac{Fc}{fc}$ . Ч. Т. Д.

#### ПОУЧЕНИЕ

Так же получается доказательство и для заглавных букв (которыми я обозначил преломления в случае второй среды, более разреженной, чем первая), если только вместо „больше“ понимать всюду „меньше“ и вместо „меньше“ — „больше“. Заметь, кроме того, что в этом доказательстве я положил, что меняется только плотность второй среды; однако к тому же сводится случай, когда предполагается меняющейся первая среда, вторая же не меняется, или (что то же самое) если преломления вообразить происходящими из второй среды в первую. Ибо отношения синусов у лучей, падающих на поверхность с обеих сторон, одинаковы. Об исследовании точного отношения этих синусов для каких угодно предложенных сред я говорил ранее, и я бы не касался предложения, если бы этого не требовало предл. XV, которое скоро придется излагать.

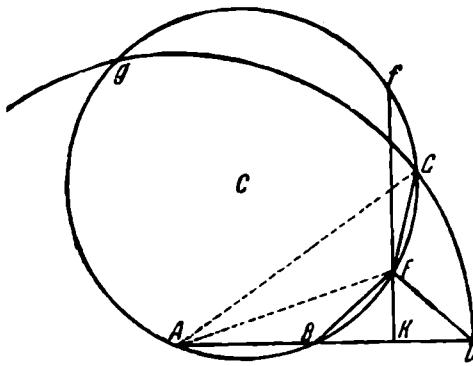
#### ЛЕММА IV

Соедини, в самом деле,  $AF$ ,  $AG$ ,  $BF$ ,  $FG$  и  $FD$ . В треугольниках  $AFG$  и  $AFD$  углы при  $A$  равны вследствие равенства дуг  $BF$  и  $FG$ , которыми они стягиваются; также равны стороны около этих углов,  $AD$  и  $AG$ , как радиусы того же круга; другая сторона  $AF$

*Из центра A.  
на некотором  
расстоянии AD*

(фиг. 38) опиши круг  $DGg$ ; затем из произвольного центра  $C$  на расстоянии  $AC$  опиши другой круг, пересекающий прямую  $AD$  в  $B$  и ранее описанный круг в  $G$ . Затем раздели пополам дугу  $BG$  в  $F$  и опусти  $FK$  перпендикулярно на  $BD$ . Я утверждаю относительно этого построения, что  $FK$ , опущенное перпендикулярно, делит пополам сказанный отрезок  $BD$

общая. Поэтому и трети стороны  $FG$  и  $FD$  равны. Но  $BF$  равно  $FG$  вследствие равенства дуг, которые



Фиг. 38.

они стягивают. Отсюда  $FB = FD$  и треугольник  $FKB$  равен треугольнику  $FKD$ , а следовательно,  $BK = KD$ .

#### КОРОЛЛАРИЙ I<sup>и</sup>

Отсюда прямая  $KF$ , делящая пополам  $BD$  и перпендикулярная к ней, будет также делить пополам дугу  $BG$  всех окружностей, проходящих через две данные точки  $A$  и  $B$  и пересекающих где-либо в  $G$  данный круг  $DG$ , описанный из центра  $A$  отрезком  $AD$ . Прямая  $KF$  будет делить пополам и дугу  $BGg$  в другой точке пересечения  $f$ .

#### КОРОЛЛАРИЙ II

То же произойдет, если  $A$  и  $B$  совпадают, т. е. когда круги  $AFG$  касаются прямой  $AD$  в точке  $AB$ .  $B$  можно даже взять по другую сторону от  $A$ . Мимоходом следует также отметить, что углы  $BFK$ ,  $FGD$ , составляемые кругом  $ABF$  с прямой  $FK$  и дугой  $GD$ , равны.

#### ЛЕММА V

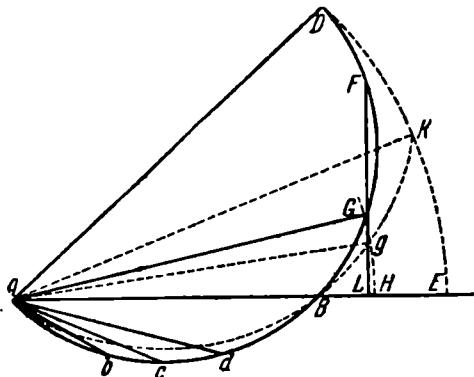
Ибо, опиши другой круг  $ABG$ , пересекающий первый в точках  $A$  и  $B$ , диаметр коего относится к диаметру  $ABG$ , как  $AB$  к  $Ab$ , причем центры обоих лежат по ту же сторону  $AB$ . Засим, из центра  $A$ , расстоя-

Проведи четыре линии  $Ab$ ,

*AB, Ac, AG  
(фиг. 39) в ка-  
ком-либо кру-  
ге из точки его  
окружности  
так, чтобы*

*Ab : AB =  
= Ac : AG, из  
коих Ab наи-  
меньшая; я ут-  
верждаю, что  
угол BAG боль-  
ше, чем угол  
bAc*

нием  $AG$  опиши третий круг  $GH$ , встречающийся со вторым в  $g$ ;  $g$ , по построению, будет лежать где-нибудь между  $G$  и  $H$ . Отсюда, если провести  $Ag$ , то угол  $BAG$  будет больше угла  $BAg$ . Но угол  $BAg =$



Фиг. 39.

углу  $bAG$  потому, что  $AB$  и  $Ag$  вписаны в круг  $Abg$  так же, как  $Ab$  и  $Ac$  в  $Abc$ , т. е. находятся в том же отношении ( $Ab : Ac = AB : AG$  или  $Ag$ ) между собою и к диаметрам кругов, в которые они вписаны. Поскольку, следовательно,  $BAG$  больше, чем  $BAg = bAc$ ,  $BAG$  больше, чем  $bAc$ . Ч. Т. Д.

#### КОРОЛЛАРИЙ I

Отсюда для каких угодно лучей того же рода, чем больше преломление, тем больше преломленный угол. На фиг. 27, где  $FR : RD = Fr : rd$ , угол  $Fr d$  больше угла  $FRD$ .

#### КОРОЛЛАРИЙ II

Отсюда же, если  $AG : AB$  находится в большем отношении, чем  $Ac : Ab$ , тем много более угол  $bAc$  превосходит  $bAc$ , т. е. вообще, чем больше хорды и также чем больше неравенство их отношения, тем больше будет разница углов, которые они стягивают. То же следует разуметь о синусах и их углах или о половинах хорд и их углах.

#### ЛЕММА VI

*Сверх того,  
если дугу cd*

Из центра  $A$  лучом  $AD$  опиши круг  $DKE$ , встречающийся с кругом  $Abg$  в  $K$  и прямой  $AB$  в  $E$ , и про-

(фиг. 39) взять равной  $bc$  и вписать  $AD$  в круг  $ABD$ , так чтобы  $AD$  относилась к  $Ad$ , как  $AG$  к  $Ac$  при прочем неизменном, то я утверждаю, что дуга  $DG$  будет больше дуги  $GB$

веди  $AK$ . Теперь, поскольку  $AK$ ,  $Ag$  и  $AB$  также вписаны в круг  $ABgK$ , как  $Ad$ ,  $Ac$  и  $Ab$  в  $Abc$ , дуга  $gK$  — дуге  $Bg$ . Посему, опустив  $gL$  перпендикулярно на  $BE$  и продолжив до пересечения дуги  $BD$  в  $F$ , найдешь, по лемме IV, что  $gL$  делит пополам как прямую  $BE$ , так и дугу  $DB$ . Но, так как  $gF$ , по построению, лежит вне круга  $gG$ , то точка  $F$  находится между  $G$  и  $D$ . Посему  $DG$  больше  $DF$  и больше  $FB$  и на много превосходит  $GB$ . Ч. Т. Д.

### КОРОЛЛАРИЙ I

Отсюда, если дуга  $bd$  состоит не из двух, а из какого угодно числа равных частей, соответствующие части дуги  $bD$  от конца  $b$  до конца  $D$  будут постепенно превосходить одна другую по длине. И потому, если дуга  $bc$  находится с дугой  $cd$  в некотором соизмеримом отношении, то дуга  $GD$  будет находиться к дуге  $BG$  в большем отношении, чем дуга  $cd$  к дуге  $bc$ , ибо числу равных частей, измеряющих дуги  $bc$  и  $cd$ , соответствует такое же число неравных частей, составляющих дуги  $BG$  и  $GD$ , причем части  $GD$  все больше, чем самая большая часть  $BG$ . Даже, если  $bc$  находится к  $cd$  в некотором несоизмеримом отношении,  $GD : BD$  будет также большим отношением, чем  $cd : bc$ . Ибо подобия отношений,<sup>55</sup> неопределенно близко сходящихся к соизмеримым количествам, сходятся также к несоизмеримым, как можно показать по эвклидову определению подобных отношений. Но это легче понять, представляя себе, что количества, называемые несоизмеримыми, могут быть исчислены в неопределенно малых<sup>56</sup> частях и таким образом сведены к природе соизмеримых, особенно в свойствах, отношений.

Таким образом, нужно вообразить дугу  $bc$  разделенной на неопределенно многие части, из них надо взять столько, чтобы число их меньше чем на одну часть (т. е. неопределенно малую) отличалось от дуги  $cd$ , поэтому они, по обычаю, считаются равными. Вообрази также, что  $BD$  разделено на равные части, соответствующие, как я прежде определил, частям разделенной  $bd$ . Вследствие же неравенства частей, боль-

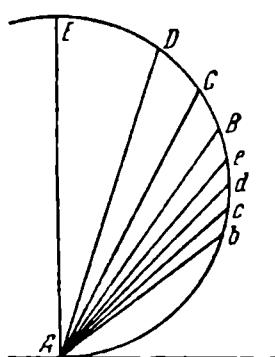
ших в  $GD$  и меньших в  $BG$ , и равных в  $cd$  и  $bc$ ,  $GD : BG$  будет большим отношением, чем  $cd : bc$ .

### КОРОЛЛАРИЙ II

Отсюда, кроме того, при сложении следует, что  $BD : BG$  находится в большем отношении, чем  $bd : bc$ , и также, что  $GD : BD$  больше, чем  $cd : bd$ .

### КОРОЛЛАРИЙ III

Наконец, такое следствие. Проведи как угодно хорды  $Ab$ ,  $Ac$ ,  $Ad$ ,  $Ae$  (фиг. 40) и другие четыре,  $AB$ ,  $AG$ ,  $AD$ ,  $AE$ , из коих каждая находится к каждой предшествующей в том же отношении (именно  $AB : Ab : AG : Ac = AD : Ad = AE : Ae$ ). Если  $AE$  наибольшая и  $Ab$  наименьшая из всех, то отношение дуги  $ED$  к дуге  $GB$  больше, чем отношение дуги  $ed$  к дуге  $cb$ . Ибо, по королл. I этого предложения, отношение  $ED : DG$  больше, чем  $ed : de$ , и  $DG : GB$  больше, чем  $dc : cb$ , и еще в большей мере  $ED : GB$  больше  $ed : cb$ . Не иначе следует, что



Фиг. 40.

отношение дуги  $EG$  к дуге  $DB$  больше, чем отношение дуги  $ec$  к дуге  $db$ , т. е., по королл. II этого предложения,  $EG : DG$  больше, чем  $ec : dc$ , и  $DG : DB$  больше  $dc : db$  и во много большей мере  $EG : DB$  больше  $ec : db$ . Наконец, сказанное о хордах и их дугах можно подразумевать также о синусах и их дугах или углах.

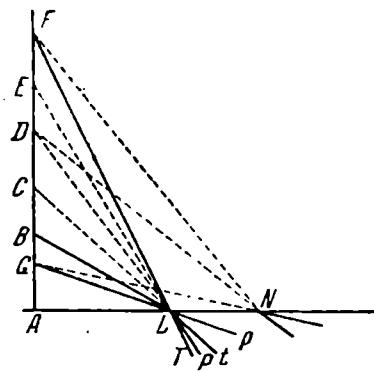
### ПРЕДЛОЖЕНИЕ XIV

Пусть на фиг. 41  $FL$  есть линия, по которой два луча падают на поверхность  $AL$ , причем наиболее преломляемый преломляется в  $P$  и наименее преломляемый в  $T$ . Я утверждаю, что если разреженная среда будет разрежаться еще больше, так что наиболее прелом-

*Если неоднородные лучи падают из более плотной среды в более*

разреженную по некоторой той же данной линии на поверхность с данным положением, то, чем разреженное среда, в которую лучи преломляются, тем большая разница преломления

ляемый луч преломится в  $p$  и наименее преломляемый в  $t$ , то угол  $pLt$  будет больше угла  $PLT$ . Опустите  $FA$ , нормаль к преломляющей поверхности, которая пересекает преломленные лучи, продолженные назад в  $G, C, D, E$ . Затем вообрази на преломляющей поверхности такую точку  $N$ , чтобы  $FN:DN=FL:EL$  и чтобы продолжение  $DN$  было преломлением луча, наименее преломляемого, падающего из  $F$  в  $N$  (§ XLVII). Теперь прими, что положение  $FL$  и  $FN$  таково, что при наиболее преломляемых лучах, падающих по  $FL$ , а наименее преломляемых — по  $FN$ , преломленные лучи



Фиг. 41.

$DL$  и  $DN$  расходятся из точки  $D$ , находящейся на перпендикуляре  $FA$ . По этой причине, если разреженность среды, в которой происходит преломление, будет иною, чем предположено, то преломленные лучи сказанных лучей, падающих по линиям  $FN$  и  $FL$ , всегда все же будут расходиться от какой-либо точки, расположенной на той же  $FA$ , как это было показано ранее (§ XLIX). Итак, если разреженность сказанной среды предположена такой, чтобы лучи, наиболее преломляемые и падающие по  $FL$ , преломлялись от некоторой точки  $G$ , то лучи, наименее преломляемые, падающие по  $FN$ , будут преломляться от той же  $G$ . Однако предположено, что луч наименее преломляемый преломляется от точки  $G$ , а наименее преломляемый, падающий по той же линии  $FL$ , — от точки  $C$ . Посему  $GN:FN=CL:FL$  (§ XXV и XLVII), и, кроме того, поскольку

я положил  $FN:DN = FL:EL$ , то вследствие равенства будет  $GN:DN = CL:EL$ .

Но, по лемме III,  $GN:DN$  больше, чем  $GL:DL$ , откуда  $GL:EL$  больше, чем  $GL:DL$ . Посему, если проведена некоторая линия  $BL$  так, чтобы  $CL:EL = BL:DL$ , то  $BL$  будет больше  $GL$  вследствие большего отношения, в котором оно находилось к  $DL$ ; сверх того,  $CL$  больше  $BL$ , так как  $EL$  больше  $DL$ ; так как точка  $B$  падает между  $G$  и  $C$ , угол  $GLC$  больше угла  $BLC$ . Но так как  $CL:EL = BL:DL$ , или, соответственно,  $BL:CL = DL:EL$ , то угол  $BLC$  будет больше угла  $DLE$  (лемма I) и во много большей мере угол  $GLC$  больше  $DLE$ . Ч. Т. Д.

*Если неоднородные лучи падают из более плотной среды в более разреженную по некоторой той же данной линии на поверхность с данным положением, то, чем плотнее среда, из которой лучи падают, тем больше будет разница преломления*

#### ПРЕДЛОЖЕНИЕ XV

Ибо (вследствие больших преломлений), чем больше синусы преломлений в данном круге, к которому они относятся, тем равным образом будет больше неравенство отношения этих синусов по предл. XIII. Отсюда, тем больше будет разница углов, которые они стягивают по королл. II к лемме V, т. е. тем больше разница преломлений. Ч. Т. Д.

#### ПРЕДЛОЖЕНИЕ XVI

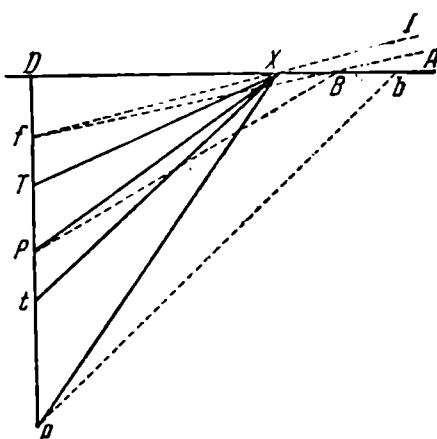
*Если неоднородные лучи падают из более разреженной среды в более плотную по некоторой той же данной линии при данном положении, то, чем разреженнее среда, из которой падают лучи, тем больше будет разница преломления*

Пусть  $AD$  (фиг. 42) есть поверхность, на которую падают два луча по той же данной линии  $IX$ ; один из лучей, наиболее преломляемый, преломляется к  $P$ , а другой, наименее преломляемый, к  $T$ . Я утверждаю, что если среда, из которой падают лучи, будет еще разреженнее, так, чтобы сказанные лучи преломлялись еще больше, наиболее преломляемые, положим, к  $p$  и наименее преломляемые к  $t$ , то угол  $pXt$  будет больше, чем  $PXT$ . Это я последовательно доказываю так:

нии поверхности, то, чем разреженное среда, из коей падают лучи, тем больше будет разность преломления

## СЛУЧАЙ I

Положи, во-первых, что прямая  $IX$ , по которой падают лучи, проходит наиболее наклонно к преломляющей поверхности, и проведи некоторую прямую  $PD$ , восставленную нормально к сказанной поверхности в  $D$  и пересекающую преломленные лучи в точках  $T, P, t, p$ ; продолжи  $IX$  до пересечения с  $PD$  в  $f$ . Затем найди на линии  $AD$  некоторую точку  $B$ , лежащую так, чтобы при проведении  $Bf$  и  $BP$   $Xf:XT =$



Фиг. 42.

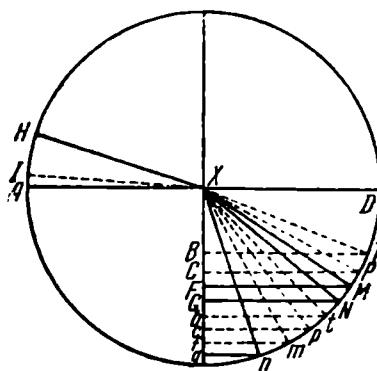
$= Bf: BP$ . Отсюда вытекает, что если в  $B$  падает наименее преломляемый луч, стремясь к  $f$ , то он должен преломиться к  $P$ , ибо, поскольку, по гипотезе,  $BP:Bf = XT:Xf$ , то синусы падения и преломления относятся, как синусы падения и преломления другого, наименее преломляемого луча  $IXT$ . Поэтому, если предположить, что лучи эти идут назад, именно — один из наименее преломляемых от  $T$  к  $X$ , а другой от  $P$  к  $B$ , а наиболее преломляемый от  $P$  к  $X$ , то преломленные всех их идут от точки  $f$ , ибо известна теорема, что для лучей, у которых падение происходит обратно по преломленному, падающий ведет себя, как преломленный. Теперь, пусть разнородные лучи  $PB, PX$ , выходящие из той же точки  $P$ , преломляются к одной и той же точке  $f$ , расположенной на перпендикуляре  $PD$ , и известна один раз пропорция между  $PX$  и  $PB$ .

Если провести из какой-либо другой точки на том же перпендикуляре две линии к преломляющей поверхности, находящиеся в том же отношении, т. е. так, что одна, представляющая наиболее преломляемый луч, относится к другой, представляющей наименее преломляемый луч, как  $PX$  к  $PB$ , тогда преломленные их (по ранее доказанному в § XLV) расходятся от какой-либо точки, расположенной на том же перпендикуляре  $PD$ , как бы ни была разрежена среда со стороны луча  $IX$ , если только другая среда со стороны луча  $PX$  сохраняет ту же плотность. Так, если наиболее преломляемый луч падает по  $pX$  и преломляется к  $f$ , т. е. среда со стороны  $IX$  полагается более редкой, чем прежде, тогда, проведя прямую  $pb$ , так чтобы  $PX : BP = pX : pb$ , найдешь, что наименее преломляемый луч  $pb$  должен преломиться к той же  $f$ . Отсюда следует, что  $pb$  относится к  $fb$ , как синус падения лучей, наименее преломляемых, к синусу преломления (§ XLVII). Но в отношении тех же синусов находятся также  $tX$  и  $fX$ , так как ломаная  $IXt$  обозначает луч, равно преломляемый, коего продолженная часть  $IX$  проходит через ту же  $f$ . Посему  $pb : fb = tX : fX$ . Но, поскольку луч  $IX$  предположен наиболее наклонным к преломляющей поверхности или составляющим с нею бесконечно малый угол, так что прямая  $Df$  должна почиться бесконечно малой или равной нулю, постольку следует, что  $DX = Xf$ ,  $DB = Bf$  и  $Db = bf$ ; подставляя эти величины вместо  $Xf$ ,  $Bf$  и  $bf$  в вышеизложенные пропорции  $BP : Bf = TX : Xf$  и  $pb : fb = tX : fX$ , найдешь  $BP : BD = XT : XD$  и  $pb : Db = tX : DX$ . Из сего явствует, что прямая  $BP$  параллельна  $XT$ , а  $bp$  к  $Xt$ , углы же  $BpX$  и  $PXT$  и  $bpx$  и  $pXt$  равны. Но, по гипотезе,  $PX : BP = pX : pb$ , отсюда угол  $bpx$  больше угла  $BpX$  по королл. I, лемме V, т. е. угол  $pXt$  превосходит угол  $PXT$ . Ч. Т. Д.

#### СЛУЧАЙ II

Когда лучи образуют с преломляющей поверхностью угол определенной величины, то предложение явствует так. Путь  $NX$  (фиг. 43) есть прямая, по которой падают лучи. Когда они приходят из среды менее раз-

реженной, то пусть  $XM$  есть наименее преломленный и  $XN$  наиболее преломленный луч. Когда же они приходят из среды более разреженной, то пусть  $Xm$  есть наименее преломленный, а  $Xn$  наиболее преломленный; прими, что наиболее наклонные падающие лучи  $IX$  имеют преломленными  $XT$ ,  $XP$ ,  $Xt$  и  $Xp$ , как описано. Итак, если разреженность первой среды такова, что лучи  $HX$  наклоняются к  $M$  и  $N$ , то того же рода лучи  $IX$  наклоняются к  $T$  и  $P$ . Но если разреженность будет



Фиг. 43.

больше, так что эти собираются к  $m$  и  $n$ , то те собираются к  $t$  и  $p$ . Пусть, кроме того,  $APD$  есть круг с центром  $X$ , описанный каким-нибудь промежутком  $AX$ ; он пересекает сказанные преломленные лучи в  $T$ ,  $P$ ,  $M$ ,  $N$ ,  $t$ ,  $p$ ,  $m$ ,  $n$ , из которых опусти на перпендикуляр  $BX$  синусы преломления  $TB$ ,  $PC$ ,  $MF$ ,  $NG$ ,  $tb$ ,  $pc$ ,  $mf$ ,  $ng$ . Из закона преломления следует, что  $TB : PC = MF : NG$ ;  $tb : pc = mf : ng$ , и, кроме того, по гипотезе и построению ясно, что  $TB$  есть наибольший синус и  $ng$  наименьший. Отсюда, по королл. III, лемме VI, отношение угла  $TXP$  к углу  $MXN$  больше, чем отношение угла  $tXp$  к углу  $mXn$ , или, перемещая, отношение угла  $TXP$  к углу  $tXp$  больше, чем отношение угла  $MXN$  к углу  $mXn$ . Но, по показанному, в первом случае угол  $TXP$  меньше угла  $tXp$ . Посему и еще в большей мере угол  $MXN$  будет меньше угла  $mXn$ . Ч. Т. Д.

### ПРЕДЛОЖЕНИЕ XVII

*Если разнородные лучи падают из более разреженной среды в более плотную по той же линии на поверхность с определенным положением, то, чем плотнее среда, в которой лучи падают, тем больше будет разница преломлений до некоторого предела, после чего она будет постоянно меньшее*

Ибо, если вторая среда по своей плотности очень мало превосходит первую, так что преломления неопределенно малы, то и разница преломлений будет неопределенно малой и потому меньшей, чем она была бы, если предположить вторую среду плотнее, так, чтобы преломления были большими. Посему при увеличении плотности второй среды будет умножаться сказанная разность преломлений; если плотность ее будет бесконечно возрастать, то будут увеличиваться и преломления, насколько возможно, т. е. до тех пор, пока все преломленные лучи будут выходить перпендикулярно, и углы преломления, а также их разница будут исчезающими. Поэтому разница преломлений снова уменьшится, пока не исчезнет в ничто.

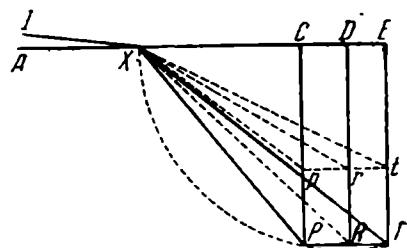
### ПОУЧЕНИЕ

Хотя определение предела, при котором разница преломления выходит наибольшей, может доставить больше скуки и труда, чем пользы, однако, поскольку случайно может явиться важным знать плотность среды, которая наиболее проявляет цвета преломленных в ней лучей, постольку нелишне изложить, помимо прочего, и это и прежде всего, когда падение наиболее наклонно.

### СЛУЧАЙ I

Пусть *IX* (фиг. 44) есть общий путь лучей, падающих наиболее наклонно на поверхность *AX*, разделяющую какие-нибудь среды. Преломленные этих лучей, как раньше, пусть будут *Xp* и *Xt*. Проведи некоторую прямую *pt*, параллельную сказанной поверхности и пересекающую лучи в *p* и *t*, и опусти перпендикуляры отсюда на *AX*, *pC* и *tE*; раздели *CE* пополам в *D* и из центра *D* расстоянием *DX* опиши круг, пересекающий *Cp* в *P* и *tE* в *T*, и проведи *XP* и *XT*. Я утверждаю, что если плотность второй среды такова, что при падении лучей по *IX* наиболее преломляемые преломляются к *P*, а наименее преломляемые к *T*, то угол *PXT* будет наибольшим. Ибо, сколь бы плотной ни положить вторую среду, преломленные лучи будут пересекать линии

$CP$  и  $ET$  в точках  $p$  и  $t$  так, что прямая  $pt$  будет параллельной  $AX$ . Посему, если провести линию  $Dr$ , которая пересекает все линии  $pt$ , центр всякого круга, проходящего через  $p$  и  $t$ , всегда будет лежать на том же  $Dr$ . Но угол  $pXt$  есть угол в сегменте круга, проходящего через точки  $p$ ,  $t$  и  $X$ ; он будет наибольшим, если круг такого рода наименьший, так как отношение хорды  $pt$  к размерам круга тогда получается наибольшим. Но этот круг делается меньше всех, когда его



Фиг. 44.

центр находится в  $D$ , так как тогда полудиаметром он имеет  $XD$ , наименее преломляемый луч, который можно провести от  $X$  к  $RD$ . Итак, угол  $pXt$  есть наибольший, когда центр круга, проходящего через точки  $p$ ,  $t$  и  $X$ , находится в  $D$ ; отсюда, поскольку круг  $XPT$  и угол  $PXT$  такого рода, вытекает предложение.

Отсюда, между прочим, явствует, что угол  $PXT$  получается наибольшим, когда плотность второй среды такова, что угол преломления лучей средней преломляемости при наиболее отлогом падении по  $IX$  полу-прямой. Угол  $PXT$  становится все меньше, чем больше отклоняется сказанный угол преломления от полу-прямого (избыточно или по недостатку). Если сравнить, таким образом, преломления из воздуха в воду, в стекло и в хрусталь,<sup>57</sup> то из расчета следует, что при угле падения приблизительно 90 град. угол преломления в воду больше полуправмого, а в стекло меньше. Отсюда следует, что вода менее плотна и стекло более плотно, чем нужно для наибольшего угла  $PXT$ .

И поскольку хрусталь еще плотнее,  $PXT$  получается меньше, чем у стекла. Итак, стекло, хотя оно

и меньше преломляет, однако в этом случае при преломлении разнородных лучей рассеивает их больше, чем хрусталь, и таким способом будет отбрасывать более отчетливые цвета на противоположной его поверхности. Однако такие опыты чрезвычайно трудны, так как стекло и хрусталь мало отличаются по плотности и их трудно получить достаточно толстыми, а если и можно, то вследствие большой толщины они не будут достаточно прозрачными.

### *СЛУЧАЙ II*

Если линия, по которой падают лучи, не наиболее отлогая, то проблема становится телесной.<sup>60</sup>

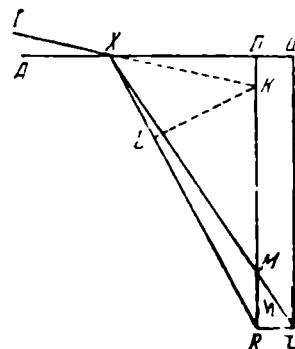
Но мне хочется указать способ, коим при некотором изменении условий ее можно привести к плоской. Следует знать, что между крайними или наиболее разнородными лучами имеются бесчисленные промежуточные, которые по последовательным и бесконечно малым степеням преломляются одни больше других, и разница крайних лучей слагается из подобных малых разностей, по числу и малости бесконечных. Теперь, зная свойства этих бесконечно малых разностей, можем получить суждение обо всех подобных соединениях или о конечных малых разностях, составляемых преломлениями крайних, особенно поскольку эти разности очень малы. Так, узнав, что бесконечно малые разности увеличиваются, уменьшаются или равным образом становятся наибольшими или наименьшими, следует заключить, что сумма всех поэтому уменьшается, убывает, или же есть наибольшая или наименьшая. Если же не все одинаково наибольшие или наименьшие, то можно считать за наибольшее или наименьшее сумму соответственно происходящему в промежуточной части. Так, можно судить о наибольшей ширине всех цветов по происходящему в зеленой части.

Предложенная задача телесная,<sup>30</sup> если дело идет о малых конечных разностях, но может быть сведена к плоской, если действовать с бесконечно малыми разностями. Однако я не хочу на это тратить силы и покажу только кратко, каким способом произвести расчет для этого случая и других такого же рода, чтобы получить

уравнение, из коего можно извлечь наибольший из углов бесконечно малых. И кроме того, на том же основании я определяю пропорции разностей преломления в отношении разных сред, которые я описал в общем в предыдущих четырех предложениях.

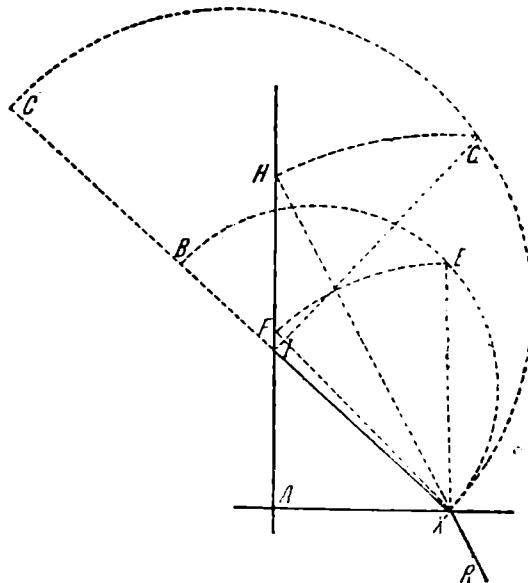
Итак, во-первых, следует найти правило или уравнение, при помощи которого по одному какому-либо линному преломленному лучу можно знать другой преломленный луч, образующий с ним бесконечно малый угол. Если лучи падают из среды с данной плотностью в среду какой угодно плотности по наиболее отлогой линии  $IX$  (фиг. 45), как прежде, то пусть  $XR$  и  $Xr$  суть два преломленных луча, из коих один  $XR$  немного больше преломляется, чем  $Xr$ , причем разность бесконечно мала. Проведи затем некоторую линию  $Rr$ , пересекающую лучи в  $R$  и  $r$  и параллельную преломляющей поверхности. Опусти к этой поверхности нормали  $RD$ ,  $rd$ , которые находятся на конечном расстоянии от  $X$ , но должны быть представлены отстоящими друг от друга бесконечно мало.

Но вообрази, что линия  $Rr$ , через которую лучи проходят в  $R$  и  $r$ , приближается больше или меньше к  $XD$  (как раньше) соответственно разной принятой плотности второй среды. Теперь, пусть прямая  $DR$  пересекает луч  $Xr$  в  $M$  и  $IX$  в  $K$ ; бесконечно малый треугольник  $RMr$  подобен треугольнику  $DMX$ , от которого треугольник  $KRX$  отличается бесконечно малыми разностями  $RMX$  и  $DXK$ , не нарушающими подобия. Поэтому треугольники  $RMr$  и  $KRX$  должны считаться подобными, и если опустить перпендикуляры  $KL$  и  $RN$ , то  $KX:LR=Rr:MN$ . Отсюда, поскольку  $LR=\frac{XRq-XKq}{XR}$ , ибо  $XR:KR(\sqrt{XRq-XKq})=KR:RL$ , то  $MN=\frac{XRq-XKq}{XR \times XK} \times Rr$ .  $MN$  есть разность между  $XN$  или  $XR$  и  $XM$ . Отсюда  $XM=XR-$



Фиг. 45.

$\frac{XRq - XKq}{XR \times XK} \times Rr$ . Таким образом найдено соотношение между  $XK$ ,  $XM$  и  $XR$ , если угол  $IXA$  бесконечно мал. Более того, сколь бы отлогим ни был  $IX$ , сказанные  $XK$ ,  $XM$  и  $XR$  соблюдают то же отношение, ибо они относятся взаимно, как синусы падения и преломления. Отсюда находится соотношение между ними для какой угодно отлогости падающего луча  $IX$ .



Фиг. 46.

Итак, зная или приняв произвольно  $XK$  и  $XR$ , можно вместе с тем знать  $XM$ . Это первое, что я предполагал определить.

Отсюда, пусть линия  $IX$  образует некоторый данный угол  $AXI$  с преломляющей поверхностью при прочем постоянном, тогда  $MN = \frac{XRq - XKq}{XR \times XK} \times Rr$ . Кроме того,  $RD (= \sqrt{XRq - XDq}) XD = MN : NR$ , а отсюда  $NR = \frac{XRq - XKq}{XR \times XK \times \sqrt{XRq - XDq}} XRr \times XD$ . Но, если разделить  $NR$  на  $XR$ , то получится синус угла  $RXN$  относительно круга с полудиаметром, равным единице. Посему, поскольку угол этот и его синус суть наи-

большие, для определения наибольшего угла требуется наибольшее количество  $\frac{NR}{XR}$ , т. е. наибольшее значение

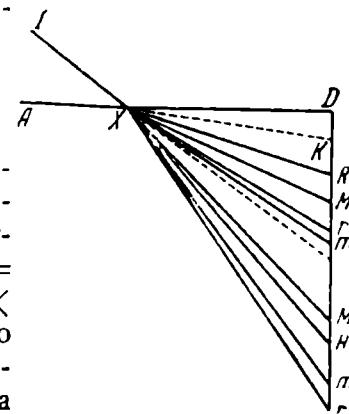
$\frac{(XRq - XKq) Rr \times XD}{XRq \times XK \times \sqrt{XRq - XDq}}$ , или (если разделить на данное  $\frac{Rr \times DX}{XK}$ ) нужно найти наибольшее

$$\frac{XRq - XKq}{XRq \times \sqrt{XRq - XDq}},$$

что может быть сделано достаточно известными методами *максимумов и минимумов*. Получается  $XRqq = 3XKq \times XRq - 2XKq \times \times XDq$ . Построение этого уравнения таково. Из какой-нибудь точки падающего луча  $IX$  (фиг. 46) опусти перпендикуляр  $IA$  и возьми на нем  $AF = AX$ . Продолжи  $XI$  до  $B$ ,

так чтобы  $IB = \frac{1}{2} IX$ ; на  $BX$  опиши полукруг  $BEX$ , в который впиши  $XE = XF$ ; затем продолжи  $XB$  до  $C$ , так чтобы  $BC = BE$ . На  $CX$  опиши полукруг  $CGX$ , который в  $G$  пересекает перпендикуляр  $IC$ , восставленный к его диаметру в  $I$ . Наконец, из центра  $X$  промежутком  $GX$  опиши дугу  $GH$ , пересекающую продолжение  $AI$  в  $H$ . Проведи  $HX$  и продолжи к  $R$ .  $RX$  и будет преломленным лучом  $IX$ , если плотность второй среды такова, что разность преломления  $RXM$  становится наибольшей. Найдя это, легко получить плотность второй среды, обладающей таким преломлением. Следовательно, если представить себе, что  $XR$  и  $Xr$  суть средне преломляемые лучи, однако в различной степени, то вторая среда, найденная таким образом, будет проявлять почти наибольшую разность преломлений, какую может, не только между сказанными лучами, но и между крайними, или наиболее разнородными.

Если желательно знать пропорции разностей такого рода при различной разреженности или плотности сред, то их легко определить из показанного, если положить



Фиг. 47.

бесконечно малыми. Пусть меняется только разреженность или плотность второй среды, так что лучи, падающие по  $IX$  (фиг. 47), преломляются то к  $M$  и  $R$ , то к  $m$  и  $r$ ; проведи где-либо  $DK$  нормально к  $DX$ , пересекающую лучи в  $K, M, R, m$  и  $r$ ; бесконечно малый угол  $MXR$  относится к подобному же углу  $mXr$ , как  $\frac{XRq - XKq}{XRq \times RD} : \frac{Xrq - XKq}{Xrq \times rD}$ . Но если меняется разреженность или плотность первой среды, а вторая среда не меняется, то аналитик легко найдет, что (фиг. 45)  $MN = \frac{XRq - XKq}{XKq} \times Rr$ , вследствие чего (фиг. 47) угол  $MRX$  относится к углу  $mXr = \frac{XRq - XKq}{XR \times RD} : \frac{Xrq - XKq}{Xr \times rd}$ , ибо одно и то же, меняется ли разреженность или плотность первой среды, или второй, как явствует из показанного.

Предшествующие предложения относились к рассеянию света, посыпаного издалека. В двух следующих разбирается преломление света, идущего с близкого расстояния.

*Если разнородные лучи преломляются из данной точки к данной точке через поверхность с данным положением, то, чем плотнее становится более плотная среда, тем больше будет наклон лучей между собою с обеих сторон от точки до некоторого определенного предела, после которого наклон будет меньше*

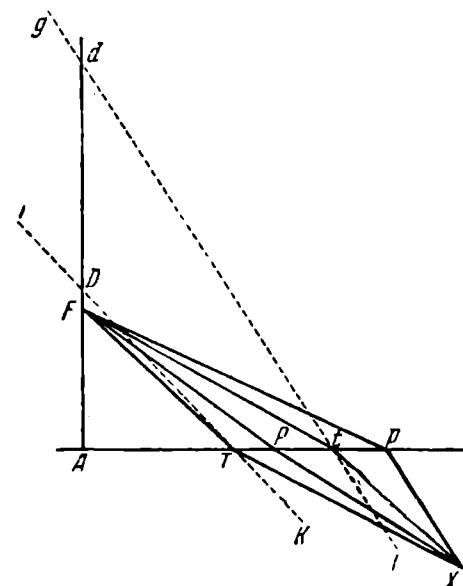
#### ПРЕДЛОЖЕНИЕ XVIII

Ибо, если плотность одной среды не больше, чем плотность другой среды настолько, что преломление бесконечно мало, то и разность преломления будет также бесконечно малой и поэтому будет возрастать при увеличении плотности. Но если плотность среды бесконечно увеличивается, то преломленные лучи ото всех падающих на нее выйдут перпендикулярно (§ XLII), и, обратно, только перпендикулярные лучи могут войти в более разреженные среды из более плотной (§ XLV). Начиная отсюда, все лучи, преломляемые от точки к точке, распространяются по тем же линиям или совпадают. Так, разность преломления исчезает.

## ПРЕДЛОЖЕНИЕ XIX

Если неоднородные лучи преломляются от данной точки к данной точке через поверхность с данным положением, то чем реже делается более разреженная среда, тем больше будет взаимный наклон лучей со стороны обеих сред

Пусть  $AT$  (фиг. 48) есть поверхность, так преломляющая разнородные лучи  $FTX$ ,  $FpX$ , что они, исходя из той же точки  $F$ , опять сходятся при  $X$ . Я утверждаю (если первая среда делается разреженнее, так что скаженные лучи преломляются больше, положим  $FTX$  по  $FtX$  и  $FpX$  по  $FpX$ ), что угол  $pXt$  будет больше угла  $PXT$  и угол  $pFt$  больше угла  $PFT$ .



Фиг. 48.

Для сокращения доказательства первого случая положи, что лучи разнородны в наименьшей степени и вследствие бесконечно малой разности преломления углы  $PXT$  и  $pXt$  суть бесконечно малые (сравни случай II поучения к предл. XVII). Затем проведи  $TK$ , преломленный луч, соседний к лучу  $FpX$ , так чтобы бесконечно малый угол  $KTX$  был разностью преломления лучей, падающих по  $FT$ ; равным образом проведи  $tk$ , преломленный луч, соседний с тем же  $FpX$ , так чтобы бесконечно малый угол  $ktx$  был разностью преломления лучей, падающих по  $tX$ . Отсюда вытекает,

следовательно, что поскольку луч  $Ft$  более отлог, чем  $FT$ , и падает также в более плотную среду, то  $ktX$  больше угла  $KTX$ . Засим продолжи  $KT$  и  $kt$  до пересечения в точках  $D$  и  $d$  линии  $FA$ , перпендикулярной к плоскости  $AT$ , и проведи дальше линии  $kf$  и  $g$  так, что  $\frac{FAq}{FT} : \frac{DAq}{DT} = TF : Tf$  и  $\frac{FAq}{FT} : \frac{dAq}{dt} = tF : tg$ .

Найденные так точки  $f$  и  $g$  будут фокусами лучей  $FTX$  и  $FtX$  по предл. VIII, случ. II. И затем  $Xf : Tf =$  — угол  $KTX$  к углу  $PXT$  и  $Xg : tg =$  угол  $ktX$  к углу  $pXt$  ( случ. III поуч., предл. XII). Эти пропорциональности совсем не верны, когда сказанные углы, определяемые разностью преломления, принятые имеющими некоторые определенные величины; они тем ближе к истине, чем меньше указанные углы, и для бесконечно малых углов должны почитаться точно справедливыми. Теперь, по гипотезе,  $At$  больше  $AT$ , поэтому  $Xt$  меньше  $XT$  и  $tg$  больше  $Tf$ , как явствует из определения точек  $g$  и  $f$  данного выше. Посему отношение  $tg : Tf$  больше  $tX : TX$ , или, при перемещении,  $tg : tX$  больше  $Tf : Xf$ ; складывая, найдешь, что отношение  $tg : Xg$  больше  $Tf : Xf$ , т. е., подставляя отношения, отсюда равные, получишь угол  $pXt$  к углу  $ktX$  больше, чем угол  $PXT$  к углу  $KTX$ . Перемещая, найдешь  $pXt : PXT$  больше  $ktX : KTX$ , как было сказано. А отсюда, в большей мере угол  $pXt$  больше угла  $PXT$ . Ч.Т.Д.

Отсюда можно рассудить и о том, что угол  $pFt$  всегда больше угла  $PFT$ , но для этого нужно доказательство многое более сложное. Это очень громоздко, ибо и без того уже затрачено много слов. Итак, ограничимся сказанным о преломлениях отдельных поверхностей.

*О свойствах  
дважды пре-  
ломленных лу-  
чей*

Если преломление двукратное, как это происходит в призмах, что я стремился объяснить особенно подробно, то ход преломляемых в них лучей настолько ясен из предшествующего, что о нем представляется мало существенным говорить. О параллельных же поверхностях нельзя отметить ничего другого, кроме того, что вторая поверхность настолько же распрямляет лучи, насколько первая их наклоняет. О наклонных поверхностях можно отметить следующее.

**ПРЕДЛОЖЕНИЕ XX**

*Однородные лучи, расходившиеся до призмы, продолжают расходиться после двух преломлений*

*Из разнородных лучей, расходящихся перед призмой, некоторые после двух преломлений будут сходиться*

*Из лучей, преломленных от точки к точке или от предмета к глазу, некоторые будут постепенно ближе к вершине призмы, чем другие, соответственно большему или меньшему преломлению*

*Чем больше вертикальный угол призмы, тем, при прочем равном, разница преломления будет больше, и отсюда видимость цветов отчетливее.*

Явствует из предл. VII.

То же следует разуметь и о параллельных или сходящихся лучах; они остаются после двух преломлений параллельными или сходящимися.

**ПОУЧЕНИЕ**

Если желательно знать точку, от которой сколько угодно бесконечно близко расходятся лучи после обоих преломлений, или место изображения, наблюдаемого сквозь призму, то нахождение их ясно из поучения к ранее изложенному предл. VIII. Но для того чтобы догадаться скорее, полезно применить следующую механическую<sup>7</sup> теорему: изображение должно появляться приблизительно на том же расстоянии за призмой, как и изображаемый предмет, если только преломления с той и другой стороны почти равны.

**ПРЕДЛОЖЕНИЕ XXI**

Это следует из предл. X и XII. Ибо из тех лучей, которые лежат в плоскости, перпендикулярной к обеим преломляющим, сильнее преломляемые с немного более отлогим падением сходятся с менее преломляемыми; то же касается и других бесчисленных почти плоских поверхностей.

**ПРЕДЛОЖЕНИЕ XXII**

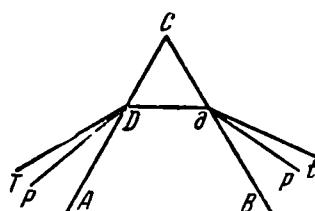
Из предл. X, в котором определяются порядки цветов, о чём позже.

**ПРЕДЛОЖЕНИЕ XXIII**

Это явствует из предл. II.

## ПРЕДЛОЖЕНИЕ XXIV

Чем плотнее материя призмы или чем разреженное окружжающая среда, тем, при прочем равном, больше будет разница преломления и тем яснее видимость цветов



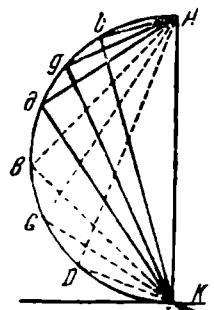
Фиг. 49.

Второй случай ясен из предл. XIV и XV. Первый же, для того чтобы он не вызвал сомнения, по предл. XVII, докажу так. Вообрази, что более преломляемый луч  $PD$  (фиг. 49) и наименее преломляемый  $TD$  так падают в одной и той же точке  $D$ , что преломленные выходят по той же линии  $Dd$  и, преломляясь снова в  $d$ , расходятся к  $p$  и  $t$ . Положив это по предл. XV, найдешь, что угол  $pdt$  при возрастании плотности призмы

увеличивается; рассуждение для угла  $PDT$  такое же, если вообразить подобные же лучи по тем же линиям уходящими назад. Это утверждение ясно также в отношении лучей, совпадающих в призме и также параллельных.

## ЛЕММА VII

Опиши некоторый круг  $ADG$ , касательный к преломляющей поверхности в  $I$ ; диаметр его пусть будет  $AI$ , и он пересекает сказанные лучи в  $b, g, d, B, D, G$ . Если углы  $bIg$  и  $gId$  равны, то равны также дуги  $bg$  и  $gd$ . Но если провести  $Ag$ ,  $Ab$  и пр., то  $Ab$ ,  $Ag$ ,  $Ad$  будут синусы падающих лучей и, следовательно, будут относиться друг к другу, как  $AB$ ,  $AG$ ,  $AD$ , синусы преломления. Посему (по лемме VI) дуга  $DG$  больше дуги  $GB$  и отсюда  $2gG$  меньше  $2gG + GD - GB = gD + gB = gD - gd + gb + gB =$



Фиг. 50.

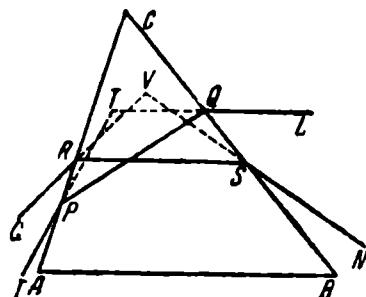
чами, будет  $=Dd + Bb$ , т. е.  $2gG$  меньше  $Dd + Bb$ , или угол  $Blb +$  угол  $dID$  превосходят 2 угла  $gIG$ . Ч. Т. Д.

будет  
больше двойно-  
го преломлен-  
ного угла, об-  
разованного  
промежуточ-  
ными лучами,  
т. е. если про-  
должить пре-  
ломленные лу-  
чи назад до  $B$ ,  
 $G$  и  $D$ , то, я  
утверждаю,  
что угол  
 $Blb + DId$  боль-  
ше 2 углов  $gIG$

## ПРЕДЛОЖЕНИЕ XXV

При преломле-  
нии однород-  
ных лучей в  
призме угол, со-  
ставляемый  
падающими и  
выходящими  
лучами, полу-  
чается наи-  
большим тогда,  
когда тут и  
там преломле-  
ние одинаково

Пусть  $ABC$  (фиг. 51) есть призма,  $GRSN$  луч, одинаково преломляемый с обеих сторон в  $R$  и  $S$ ,  $IPQL$  — другой луч, преломляемый не одинаково, больше в  $P$ , меньше в  $Q$ . Продолжи эти лучи до встречи  $IP$  и  $QL$  в  $T$ ,  $GR$  и  $NS$  в  $V$ . Я утверждаю, что угол  $RVS$  больше



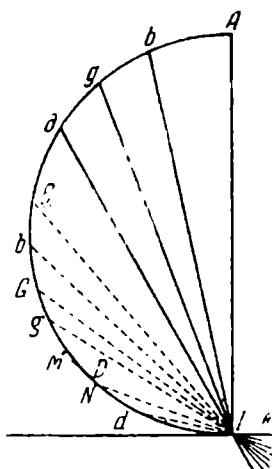
Фиг. 51.

угла  $PTQ$ . Для того чтобы это стало ясным, вообрази лучи, распространяющиеся по линиям  $PQ$  и  $RS$ , выходящие с обеих сторон из призмы и преломляющиеся из более плотной среды в более разреженную. В треугольниках  $CPQ$ ,  $CRS$  угол  $C$  общий, и поэтому суммы остальных углов равны. Отсюда, поскольку  $CRS$  равнобедренный треугольник, удвоенный угол  $CSR$  равняется углу  $CPQ + CQP$ . Откуда падение луча  $QP$  у  $P$  превосходит падение луча  $RS$  у  $S$ , тем больше, чем то же

падение больше падения  $PQ$  у  $Q$ . Итак, три разности преломлений равны, откуда, на основании сказанной перед сим леммы, сумма преломленных углов, получаемых при наибольшем и наименьшем падении, больше удвоенного угла преломления, получаемого при промежуточном падении, т. е. угол  $QPT +$  угол  $PQT$  превосходит 2 угла  $RSV$ , или больше угла  $RSV +$  угол  $VRS$ . Итак, поскольку в треугольниках  $PTQ$  и  $RVS$  сумма углов при основании  $PQ$  больше суммы их при основании  $RS$ , постольку вертикальный угол  $RVS$  больше вертикального угла  $PTQ$ . Ч. Т. Д.

#### ЛЕММА VIII

Пусть вдоль трех линий  $bI$ ,  $gI$ ,  $dI$  (фиг. 52), составляющих равные углы  $bIg, gId, dIb$ , падают три наименее преломляемых луча в  $I$  на поверхность  $IK$  и преломляются из более плотной среды в более разреженную. Продолженные назад преломленные лучи суть  $IB$ ,  $IG$ ,  $ID$ . Кроме того, по линиям  $bI$ ,  $gI$ ,  $dI$  падают три наиболее преломляемых луча; продолжения преломленных назад суть  $Ib$ ,  $lg$ ,  $lb$ . Разность преломления лучей, падение коих наименьшее, вместе с раз-



Фиг. 52.

Ибо, опиши круг  $ADI$ , касающийся до преломляющей поверхности в  $I$ , диаметр которого  $AI$  и который пересекает сказанные лучи в точках  $b$ ,  $g$ ,  $d$ ,  $B$ ,  $b$ ,  $G$ ,  $g$ ,  $D$ ,  $d$ ; вообрази проведенными хорды от  $A$  к этим точкам.  $Ab$ ,  $Ag$ ,  $Ad$  будут относиться друг к другу, как  $AB$ ,  $AG$ ,  $AD$  и так же как  $Ab$ ,  $Ag$ ,  $Ad$ . Отсюда следует, что  $AB$ ,  $AG$ ,  $AD$  относятся между собою, как  $Ab$ ,  $Ag$ ,  $Ad$ . И далее, по лемме VI, дуга  $GD$  больше дуги  $BG$  и дуга  $gd$  больше дуги  $bg$ . Пусть теперь дуга  $GM = BG$ ,  $GD$  будет больше  $GM$  и  $AD$  больше  $AM$ . Также на периферии  $AD$  возьми некоторую точку  $N$  при условии, что если вообразить хорды  $AM$ ,  $AN$ , то  $AB:Ab = AM:AN$  и  $AB$ ,  $AG$ ,  $AM$  будут относиться друг к другу, как  $Ab$ ,  $Ag$ ,  $AN$ .

Отсюда, поскольку дуги  $BG$  и  $GM$  равны, сумма дуг  $Bb + MN$  (по лемме VII) больше удвоенной дуги  $Gg$ . Но  $AM:AN = AB:Ab = AD:Ad$  или, обратно,  $AM:AD = MN:Dd$  и  $AD$  больше, чем  $AM$ ; поэтому дуга  $Dd$  больше дуги  $MN$ , и если приложить с обеих сторон дугу  $Bb$ , то дуга  $Bb +$  дуга  $Dd$  больше дуги  $Bb +$  дуга  $MN$ . Тем в

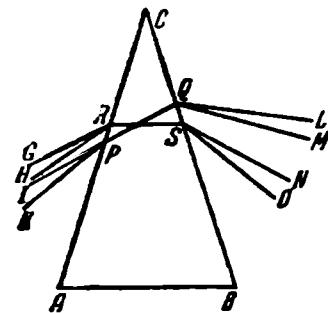
ностию преломления лучей с наибольшим преломлением больше, чем удвоенная разность преломления лучей, падение коих среднее, т. е. угол  $Bib + DId$  превосходит 2 угла  $Gig$

большей мере дуга  $Bb +$  дуга  $Dd$  больше удвоенной дуги  $Gg$  или угол  $Bib +$  угол  $DId$  больше 2 углов  $Gig$ . Ч. Т. Д.

### ПРЕДЛОЖЕНИЕ XXVI

*Когда в призме преломляются разнородные лучи, то разница углов, составляемых падающими с выходящими лучами, получается наименьшей при равенстве преломлений с обеих сторон*

В призме  $ABC$  (фиг. 53) прими  $CR$  равным  $CS$  и проведи  $RS$  и какую-нибудь другую линию  $PQ$ , не параллельную  $RS$ . Вообрази лучи, распространяющиеся в призме по линиям  $PQ$  и  $RS$ , выходящие в точках  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  и  $S$ , причем наиболее преломляемые преломляются к  $K$ ,  $M$ ,  $N$  и  $O$ , а наименее преломляемые к  $I$ ,  $L$ ,  $G$  и  $N$ . Я утверждаю, что разности неравных преломлений при  $P$  и  $Q$ , взятые вместе,  $IPK + LQM$ ; больше, чем  $HRG + NSO$ , вместе взятые разности одинаковых преломлений при  $R$  и  $S$ . Ибо разности падающих при  $P$ ,  $Q$  и  $S$  равны, как показано было в предшествующем предложении, откуда, по лемме VIII, разность преломления разнородных лучей при  $P$ , где падение наибольшее, вместе с такой же разностью при  $Q$ , где падение наименьшее, превосходит удвоенную такую же разность при  $S$ , где падение среднее. Т. е. угол  $IPK +$  угол  $LQM$  больше 2 углов  $NSO$ . Или, поскольку  $GRH$  и  $NSO$  равны углу  $IPK +$  угол  $LQM$ , они превосходят угол  $NSO +$  угол  $GHR$ . Ч. Т. Д.



Фиг. 53.

### ПОУЧЕНИЕ

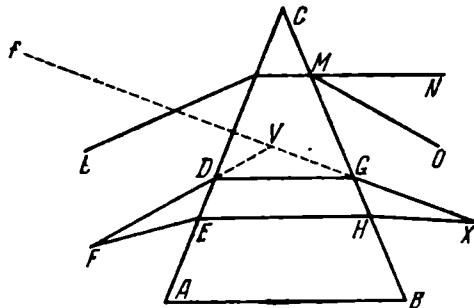
Я положил, что лучи исходят из призмы с обеих сторон, но если они распространяются от  $I$  и  $K$  через

*P* и *Q* к *L* и *M* и от *G* и *H* через *R* и *S* к *N* и *O*, то положение линий и количества углов при этом не изменяется, а посему предшествующее доказательство остается в силе. По тому же соображению оно сохраняется и для лучей, которые, расходясь перед призмой, идут в призме параллельными. Это можно понять также из доказательств предложений XXIV и XXV. Даже в других случаях, когда лучи расходятся перед преломлением, а после сходятся, или же падают на призму параллельными, они не настолько расходятся внутри призмы от параллельности, чтобы углы или разности углов, образуемых падающими лучами с выходящими, нельзя было считать такими, как будто бы лучи внутри призмы были параллельными. Поэтому сказанные предложения распространяются на всевозможные случаи.

#### ПРЕДЛОЖЕНИЕ XXVII

Эта проблема из числа тех, которые прежние авторы называли линейными; последующее механическое решение приближается к истине, насколько требует практика. Вообрази, что сумма углов  $DFE + GXH$  равна углу

*Требуется, начиная с конца, найти углы  $DFE$ ,  $GXH$ , составляемые неоднородными лучами, если лучи преломляются (фиг. 54) от данной точки *F* к данной точке *X* через призму *ABC* с данным положением*



Фиг. 54.

*NMO*, образуемому двумя лучами после двукратного преломления, подобными в отношении преломления  $FD$  и  $EF$ , падающими по некоторой линии  $LM$ , почти параллельной равноделящей прямого угла  $DFE$ . Из лучей, преломляемых в *X*, продолжи некоторый  $GX$ , встречающийся с падающим лучом  $FD$  в *V* до *f* так, чтобы *f* было местом изображения от предмета *F* для глаза,

находящегося в  $X$ . Затем пусть механически<sup>7</sup> найдены угол  $OMN$  расстояния  $fX$  и  $fV$ , так что  $fX:fV =$  = углу  $NMO$  к углу  $GXH$ ; тогда угол  $GXH$  будет близок к искомому, что явствует некоторым образом из доказанного в поучении к предл. XII. Если преломления с обеих сторон не слишком различны, вопрос решается скорее по поучению к предл. I, если вообразить, что  $VX:FV =$  угол  $DFE$  к углу  $GXH$ , или, при сложении  $(FV + VX):FV =$  угол  $NMO$  к углу  $GXH$ .

---

---

# ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

---

## РАЗДЕЛ ЧЕТВЕРТЫЙ



### О ПРЕЛОМЛЕНИЯХ КРИВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

На этом кончуя преломление плоскостей. Теперь следует перейти к кривым, особенно сферическим поверхностям, учение о коих для однородных лучей попытаюсь охватить следующими предложениями.

#### ПРЕДЛОЖЕНИЕ XXVIII

Преломление лучей на кривой таково же, как на плоскости, касательной к кривой в точке преломления. Следовательно, надо иметь луч, преломленный на касательной плоскости по предл. III.

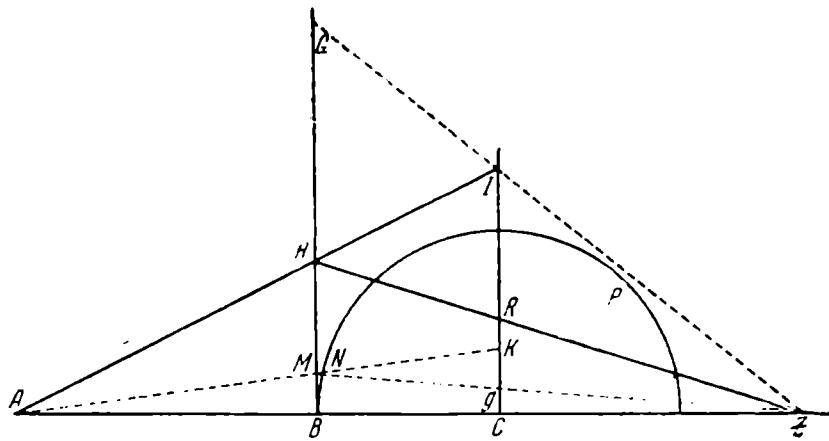
#### ПРЕДЛОЖЕНИЕ XXIX

*Начертить преломленные лучи при падении на кривую поверхность*

Пусть  $A$  (фиг. 55) есть точка, выбрасывающая лучи<sup>68</sup> к сферической поверхности  $BNP$ , описанной из центра  $C$ . Из вершины и центра восставь к оси  $AC$  перпендикуляры  $BH$  и  $CI$ ; проведи через  $A$  некоторую линию  $AI$ , пересекающую с перпендикулярами в  $H$  и  $I$ . Затем на пути от точки  $C$  к  $I$  возьми  $CR$ , которая относится к  $CI$ , как синус преломления к синусу падения. Проведи прямую  $HR$ , встречающую  $AC$  в  $Z$ , пусть  $Z$  будет схождение преломленных, которое нужно определить.

*дение лучей на оси или фокус \**

Пусть  $AN$  есть луч, ближайший к оси, падающий при  $N$  и пересекающий  $CI$  в  $K$ . Проведи  $NZ$ , встречающую  $CI$  в  $g$  и, как в обычном, вообрази бесконечно малую дугу  $BN$  равной  $BM$ , отрезку прямой  $BH$ , ограниченному лучом  $AK$ ; тогда  $CI : BH = CK : BN$  и  $BH : CR = BN : Cg$  и равным образом  $CI : CR = CK : Cg$ ,



Фиг. 55.

т. е.  $CK$  относится к  $Cg$ , как синус падения к синусу преломления. Отсюда, поскольку, по гипотезе, углы  $CAK$  и  $CZg$  бесконечно малы, поскольку  $CK$  перпендикулярно к  $AN$  и  $Cg$  к  $NZ$  или, по крайней мере, почти перпендикулярно. Поэтому  $NZ$  будет преломленным лучом  $AN$ . Ч. Т. Д.

### КОРОЛЛАРИЙ I

Положим, что  $I$  относится к  $R$ , как синус падения к синусу преломления. Тогда  $\frac{I}{R} AB : AC = BZ : CZ$ .

Ибо  $\frac{I}{R} AB : AB = I : R = CI : CR$  и  $AB : AC = BH : CR$  и из сочетания равенств  $\frac{I}{R} AB : AC = (BH : CR) = BZ : CZ$ .

\* Ср. И. Барроу. Лекции по оптике, Лекция XIV, в конце.

## КОРОЛЛАРИЙ II

Когда точка  $A$  бесконечно удалена или бросаются параллельные лучи, то, вследствие равенства  $BH$  и  $CI$ ,  $I:R = BZ:CZ$ . Также если параллельны преломленные лучи, то вследствие равенства  $BH$  и  $CR$ ,  $I:R = AC:AB$ .

## КОРОЛЛАРИЙ III

Если из четырех точек  $A, B, C$  и  $Z$  какие-либо три даны, можно найти четвертую, что явствует из следующих примеров.

## ПРИМЕР I

Даны  $A, B, C$  и ищется  $Z$ . Так как  $\frac{I}{R} AB:AC = BZ:CZ$ , то раздельно имеешь:  $\left(\frac{I}{R} AB - AC\right):AC = BC:CZ$ .

## ПРИМЕР II

Даны  $A, B$  и  $Z$ , ищется  $C$ . Так как  $\frac{I}{R} AB:AC = BZ:CZ$ , то соответственно:  $\frac{I}{R} AB:BZ = AC:CZ$ , и сложением получишь:  $\frac{I}{R} (AB + BZ):BZ = AZ:CZ$ .

## ПРИМЕР III

Даны  $A, C$  и  $Z$ , ищется  $B$ . Поскольку  $\frac{I}{R} AB:AC = BZ:CZ$  или  $AB:\frac{R}{I} AC = BZ:CZ$ , то соответственно будет:  $\frac{R}{I} AC:CZ = AB:BZ$ , или, при сложении,  $\frac{R}{I} (AC + CZ):CZ = AZ:BZ$ .

То же самое можно определить посредством проведения линий, как, например, если даны  $A, B$  и  $Z$ , найти  $C$ . Проведи к  $AZ$  нормаль  $BH$  произвольной длины и на ней возьми  $BG$ , относящуюся к  $BH$ , как  $I$  к  $R$ ; соедини  $AH$  и  $GZ$  до встречи в  $I$  и опусти  $IC$  нормально на  $AZ$ .  $IC$  и падает в исковую точку  $C$ .

*Примечания.* 1.  $Z$  есть место изображения предмета  $A$ , получаемого преломлением, если глаз наблюдателя находится на оси за  $Z$ .

2. Когда преломленные лучи расходятся, или падающие сходятся или параллельны, то построение задачи такое же, если только заменить надлежащим образом то, что нужно заменить.

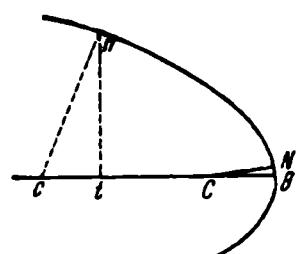
3. Если лучи, испускаемые точкой  $A$ , последовательно пропускаются через многие сферические поверхности, сохраняющие ту же ось  $AC$ , и нужно определить схождение после всех преломлений, то прежде всего найди схождение после первого преломления, затем схождение после второго преломления, так, как будто бы лучи первоначально испускались из точки предшествующего схождения и тем более до последнего схождения. Таким способом можно определить место изображения какого угодно предмета, видимого через телескоп или микроскоп.

4. При помощи королл. III можно изготавливать линзы со сферическими поверхностями, которые служат для построения каким-либо указанным образом телескопа. Из того же короллария явствует, что не только можно исследовать преломления данных линз, но и вычерчивать линзы, проявляющие данные преломления.

#### ЛЕММА IX

Определить  
для какой угод-  
но кривой пересечение оси и  
ближайшего  
перпендикуляра

На фиг. 56 пусть  $BNp$  есть кривая, к которой-либо произвольной точке  $p$  которой ищется перпендикуляр  $ps$  по известным методам проведения перпендикуляров к кривым; одновременно получится длина  $BC$ . Затем (опустив на  $BC$  нормаль  $nt$ ) вообрази, что  $Bt$  или  $nt$  бесконечно малы или равны нулю, тогда получается длина  $BC$ , конец которой находится при встрече оси с ближайшим перпендикуляром.



Фиг. 56.

## ПРИМЕР I

Пусть  $BNn$  парабола, *latus rectum*<sup>59</sup> которой есть  $r$ ; назови  $Bt$  через  $x$ , тогда  $Bc = x + \frac{1}{2}r$ , как известно. Теперь положи  $x=0$ , для длины  $BC$  до вершины остается  $\frac{1}{2}r$ .

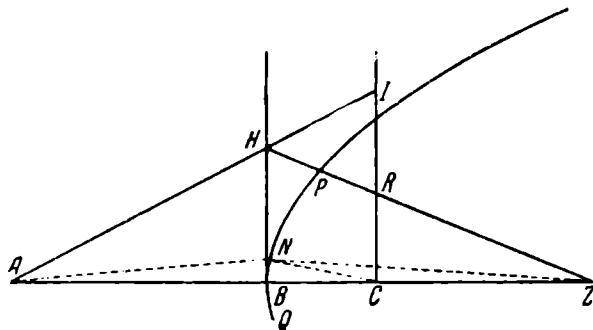
## ПРИМЕР II

Пусть  $BNn$  есть эллипс, *latus rectum* коего равен  $r$  и *transversum*,<sup>59,60</sup> как известно, будет  $BC=x-\frac{rx}{9}+\frac{1}{2}r$ . Положи теперь  $x=0$  и снова для длины  $BC$  до вершины остается  $\frac{1}{2}r$ . Так же следует поступать и для кривых, более сложных.

## ПРЕДЛОЖЕНИЕ XXX

Пусть  $PQB$  (фиг. 57) есть некоторая кривая,  $A$  общая точка, или схождение падающих лучей,  $AB$  перпендикулярный луч, или ось, и  $AN$  луч, очень близ-

определить  
схождение пре-  
ломленных лу-  
чей, или фокус,  
когда лучи па-  
дают на какую-  
нибудь кривую  
поверхность  
весьма близко  
к перпендику-  
ляру



Фиг. 57.

кий к перпендикуляру или к оси. Пусть также  $NC$  есть перпендикуляр к кривой, встречающийся с осью в точке  $C$ . Найдя, по лемме IX, точку  $C$ , восставь в  $B$  и  $C$  перпендикуляры  $BH$  и  $CI$ , пересекаемые в  $H$  и  $I$  какой-нибудь линией  $AI$ . В направлении к  $I$  возьми  $CR$ , относящуюся к  $CI$ , как синус преломления к синусу

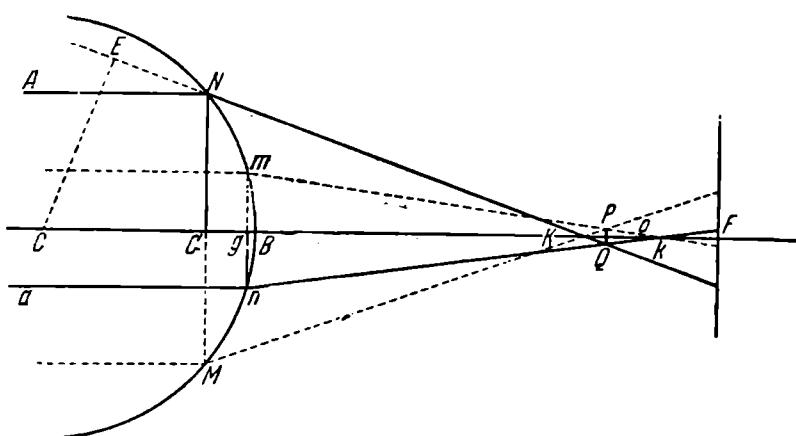
падения. Тогда прямая  $HR$  пересечет  $AB$  в искомом месте схождения преломленных  $Z$ .

Доказывается по способу предшествующего предложения; сюда же относятся соответствующие королларии и примечания.<sup>61</sup>

### ПРЕДЛОЖЕНИЕ XXXI<sup>62</sup>

*Определить расхождение от главного фокуса преломленных лучей, удаленных от оси, когда на сферу падают параллельные лучи*

На схеме фиг. 58 пусть  $NBM$  есть сфера,  $C$  ее центр,  $CB$  полудиаметр, параллельный падающим лучам,  $AN$  падающий луч и  $NK$  его преломленный, пересекающий ось, или полудиаметр  $CB$ , в  $K$ . Положи, что  $F$  есть главный фокус, т. е. такой, в котором собираются



Фиг. 58.

лучи, лежащие близко к оси. Спрашивается, какова ошибка  $FK$ . Для сего опусти перпендикуляры  $CE$  на  $NK$  и  $NG$  на  $CK$  и пусть  $CB=a$ ,  $Gb=x$  и  $CK=z$ . По природе круга  $NGq=2ax-xx$ , прибавь к этому  $GKq$ , т. е.  $zz+2xz-2az+xx-2ax+aa$ , получится  $NKq=zz+2xz-2az+aa$ . Теперь, так как  $NG$  относится к  $CE$ , как синус падения к синусу преломления, или как  $I$  к  $R$ , а также потому, что вследствие подобия треугольников  $CEK$  и  $NGK$ ,  $NK$  и  $CK$  находятся в том же отношении.  $I:RR (=NKq:CKq)=zz+2xz-2az+aazz$ .

Отсюда  $Izz = zz + 2xz - 2az + aaRR$ . Сделав приведение, найдешь  $zz = \frac{2RRaz - 2RRxz - RRaa}{RR - II}$  и по извлечении корня:

$$z = \frac{RRa - RRx + R\sqrt{IIaa - 2RRax + RRxx}}{RR - II}.$$

При разложении корня в бесконечный ряд получишь:

$$z = \frac{Ra}{R - 1} - \frac{RRx}{IR - II} - \frac{R^3x^3}{2I^3a} - \frac{R^6x^6}{2I^6a^3} \text{ и т. д.}$$

Теперь, по королл. II или III к предл. XXIX,  $\frac{Ra}{R - 1} = CF$  (что ясно из только что полученного значения  $z$ , если вообразить, что  $x = 0$ ). Из этого  $CF$  вычти найденное значение  $z$ , остаются  $\frac{RRx}{IR - II} + \frac{R^3x^3}{2I^3a} + \frac{R^6x^6}{2I^6a^3}$  и т. д. для значения искомой ошибки  $KF$ .

### КОРОЛЛАРИЙ I

Если  $BG$ , или  $x$ , положить очень малым, то  $KF$  будет приближенно равняться  $\frac{RRx}{IR - II}$ , так как количества  $\frac{R^3x^3}{2I^3a} + \frac{R^6x^6}{2I^6a^3}$  и пр. очень малы вследствие повышающихся степеней  $x$  и по отношению к члену  $\frac{RRx}{IR - II}$  могут рассматриваться как нули.

### КОРОЛЛАРИЙ II

Кроме того, если положить  $NG = y$ , то приблизительно будет  $\frac{RRuy}{2IRa - 2IIa} = KF$ , ибо  $NGq = BG \times BC + CG$  или  $= BG \times 2BC$  приблизительно, т. е.  $yy = 2ax$  приблизительно, или  $\frac{yy}{2a} = x$ ; подставляя  $\frac{yy}{2a}$  вместо  $x$  в значение  $KF$ , получишь  $\frac{RRuy}{2IRa - 2IIa} = KF$ .

### КОРОЛЛАРИЙ III

Отсюда ошибки  $KF$  относятся как сагитты<sup>63</sup>  $GB$  или как квадраты полухорд  $NG$ .

## КОРОЛЛАРИЙ IV

Пусть луч  $ANK$  дан по положению, проведи какой-нибудь преломленный луч  $nk$  луча  $an$ , параллельного и близкого к оси и падающего с другой стороны оси. Пусть преломленный луч пересекает ось в  $k$ , а преломленный  $NK$  в  $Q$ . Опусти на ось нормаль  $Qo$ . Линия  $Ko$  будет наибольшей, когда луч  $an$  отстоит от оси приблизительно вдвое меньше, чем другой луч  $AN$ . Ибо, опусти на ось нормаль  $ng$  и положи  $ng=v$ ,  $Ko=s$ ,  $GK=f$ ,  $KF=n$ . По коралл. III сего предложения будет  $uy : vv = KF : Fk$ .

Отсюда  $kF = \frac{hv v}{uy}$ , или при вычитании из  $KF$  остается  $\frac{hy u - hv v}{uy} = Kk$ .

Кроме того,  $Gk : GN = Ko : Qo$ , откуда  $Qo = \frac{ys}{f}$ .  
Также  $gn : GK$  (приближенно  $= gk$ )  $= Qo : ok$ , поэтому  $ok = \frac{ys}{v}$ . Прибавив к этому  $Ko$ , снова получишь  $Kk = \frac{vs + ys}{v}$ .

Отсюда  $\frac{vs + ys}{v} = \frac{hy u - hv v}{uy}$ ; разделив на  $v + u$  и приведя уравнение, найдешь  $s = \frac{hv u - hv v}{uy}$ .

Теперь для нахождения наибольшего  $s$  помножь члены по методу Гуддения<sup>64</sup> на размеры неопределенного количества  $v$ , получается  $o = \frac{hv u - 2hv v}{uy}$ , или  $u = 2v$ , т. е.  $NG = 2ng$ .<sup>65</sup>

## КОРОЛЛАРИЙ V

Отсюда, если  $Ko$  наибольшее, оно равняется приблизительно четверти  $KF$ , ибо если в найденном перед сим выражении написать  $2v$ , вместо  $u$ , оказывается  $\frac{1}{4} h = s$ .

## КОРОЛЛАРИЙ VI

Также  $oQ = \frac{Ry^3}{8Iaa}$ . Ибо  $GK$  (приближительно  $= BF$ ) :  $GN = Ko : oQ$ , т. е.  $\frac{Ra}{R-1} y = \frac{RRyy}{8IRa - 8Ia} \left( = \frac{1}{4} kF \right) \frac{Ry^3}{8aa}$ .

## КОРОЛЛАРИЙ VII

Если дугу  $BM$  положить равной  $BN$  и  $Bm = Bn$  и провести лучи, преломляемые в точках  $M$  и  $m$  до пересечения в  $P$ , то оказывается, что пространство  $PQ = \frac{Ry^3}{4laa}$ <sup>66</sup>, т. е. удвоенное  $oQ$ . Кроме того, преломленные всех лучей, падающих на сферическую поверхность между  $N$  и  $M$ , сходятся в сказанном пространстве  $PQ$  и, что то же,  $PQ$  есть наименьшее круговое пространство, в котором могут сойтись все лучи. Поэтому оно есть фокус, или место изображения предмета при падении параллельных лучей на линзу, открытую до пределов  $M$  и  $N$ , т. е. никакие лучи не могут пройти мимо этого пространства, так как, поскольку  $oQ$  находится в данном отношении к  $Ko$  и вместе с тем  $oQ$  есть наибольшее,  $Q$  будет наиболее удаленной от оси точкой из всех, лежащих в сторону  $F$ , в которой какой-либо луч встречается с внешним лучом  $NK$ . Лучи не могут также собраться в меньшем пространстве, так как лучи  $nk$  и  $mk$  пересекают внешние лучи в тех же самых точках  $P$  и  $Q$ , которые ограничивают пространство  $PQ$ .

## КОРОЛЛАРИЙ VIII

Если отверстие круга  $NBM$  будет увеличиваться или уменьшаться, то боковая ошибка<sup>67</sup> будет относиться как  $y^3$ , или как куб длины отверстия  $MN$ . Также если отверстие неизменно, но меняется величина круга, то ошибка  $PQ$  будет обратно пропорциональной  $aa$  или  $CBq$ , или как  $BFq$ , так как  $CB$  и  $BF$  находятся в данном отношении. Если же меняется величина круга и отверстие, то ошибка эта,  $PQ$ , будет меняться, как  $\frac{y^3}{aa}$  или как  $\frac{NM \text{ cub.}}{BFb \text{ quad.}}$ ; так из  $\frac{Ry^3}{4laa}$ <sup>68</sup> можно найти значение  $PQ$ .

## ПОУЧЕНИЕ

Почти таким же способом, как мы определили ошибки  $KF$  и  $PQ$  для параллельных падающих лучей, можно определить с помощью более трудного расчета ошибки для расходящихся или сходящихся лучей.

## ПРЕДЛОЖЕНИЕ XXXII

*Пусть лучи, параллельные или наклоненные к одной общей какой-либо точке, падают на преломляющую сферу. Определить схождение преломленных вне оси, как можно более близких между собою и лежащих в той же плоскости, как и падающие лучи*

На фиг. 59 пусть  $AN$  есть падающий луч.  $NK$  его преломленный и  $NV$  прямая линия, касающаяся сферы при  $N$  в плоскости треугольника  $ANK$ . Проведем к  $AN$  перпендикуляр  $NR$ , пересекающий ось  $AC$  в  $R$ , а также  $RV$ , параллельную  $AN$  и встречающую касательную  $NV$  в  $V$ . Далее, проведем к  $NK$  перпендикуляр  $NQ$  и  $VQ$  параллельную сходящуюся с ним в  $Q$ . Пусть  $QC$  пересекает  $NK$  в  $Z$ . Тогда  $Z$  будет схождением лучей, ближайших к  $AN$ . Ибо пусть  $An$  будет другой из падающих лучей, бесконечно близкий прежнему  $AN$  и пересекающий  $NR$  в  $G$ . Проведем  $nZ$ , пересекающую  $NQ$  в  $H$  и опустим на  $AN$  и  $NK$  из центра сферы нормали  $CD$  и  $CE$ , пересекающие  $An$  и  $nZ$  в  $d$  и  $e$ . Теперь, поскольку  $AN$  расположено бесконечно близким  $An$ , можно считать бесконечно малую дугу  $Nn$  за прямую, совпадающую с касательной  $NV$ , и треугольники  $NGn$ ,  $NRV$ ,  $NHn$ ,  $NQV$  за подобные. Поэтому  $DC:Dd (= NR : NG = NV : Nn = NQ : NH) == EC : Ee$ . Откуда (по разделении и перестановке)  $DC : EC = dC : eC$ .<sup>69</sup>

Но  $DC$  относится к  $EC$ , как синус падения к синусу преломления, вследствие чего  $NK$  есть преломленный луч  $AN$ , откуда  $dC$  относится к  $eC$ , как синус падения к синусу преломления. И затем, поскольку углы  $DAd$  и  $EZe$  бесконечно малы, а также потому, что  $Cd$  перпендикулярно или почти перпендикулярно к  $An$ , а  $Ce$  к  $nZ$ , поскольку  $nZ$  будет преломленным того же луча  $An$ . Ч. Т. Д.<sup>70</sup>

## КОРОЛЛАРИЙ I

$ND : NE$  (или  $NP : NF$ )  $= NR : NQ$ . Ибо если провести  $NC$ , то, вследствие подобия треугольников  $NRV$  и  $NDC$ ,  $NEC$  и  $NQV$ , имеем  $ND : NR = NC : NV = NE : NQ$  и при перестановке  $ND : NE = NR : NQ$ .

Отсюда быстро следует решение задачи. Проведи именно к лучам  $AN$ ,  $NK$  нормали  $NR$ ,  $NQ$ , из коих  $NR$  пересекает ось  $AC$ , и пусть  $NQ$  относится к  $NR$ , как  $NF$  к  $NP$ . Затем провели  $QC$ , которая пересекается с  $NK$  в искомой точке  $Z$ .<sup>\*71</sup>

## КОРОЛЛАРИЙ II

Имеешь также  $AN \times DC \times NE : AD \times EC \times ND = NZ : EZ$ , ибо  $AD : AN = DC : NR$ , откуда  $NR = \frac{AN \times DC}{DC}$ . Также  $ND : NE = NR : NQ$ , откуда  $NQ = \frac{AN \times DC \times NE}{AD \times ND}$ , вследствие чего  $AN \times DC \times NE : AD \times EC \times ND = NQ : EC = NZ : EZ$ .

## КОРОЛЛАРИЙ III

Если излучающая точка отстоит бесконечно далеко или падают параллельные лучи, то, положив, что  $I$  относится к  $R$ , как синусы падения и преломления, найдешь  $I \times NF : R \times NP = NZ : EZ$ . Ибо в сем случае  $AN$  и  $AD$  бесконечно длинны, а посему должны почтаться равными. Также отсюда по королл. II к сему предложению будет  $DC \times NE : EC \times ND = NZ : EZ$ . Но по гипотезе  $DC : EC = I : R$ , откуда  $I \times NE : R \times ND = NZ : EZ = I \times NF : R \times NP$ .

Впрочем об этом подробнее смотри в лекциях д-ра Барроу.

Заметь также: 1. Что, *mutatis mutandis*, решение задачи легко находится, расходятся ли падающие лучи от некоторой точки, или сходятся в ней, или падают параллельно.

2. Лучи, близкие к  $ANK$ , лежащие в плоскости  $ANK$ , сходятся в  $Z$ , лучи же, лежащие на конической поверхности, образуемой приращении треугольника  $ANK$  вокруг стороны  $AK$ , сходятся в  $K$ . Наибольшее скопление лучей отовсюду, близких к  $ANK$ , будет приблизительно в середине пространства  $KZ$ , положим в  $Y$ . Поэтому, если поместить глаз на линии  $NK$  за  $K$ , то местом ощущаемого изображения предмета  $A$ , видимого посредством преломления сферической поверхностью  $BN$ , будет  $Y$ , или по крайней мере оно будет между пределами  $K$  и  $Z$ , ибо место сие точно неопределено.

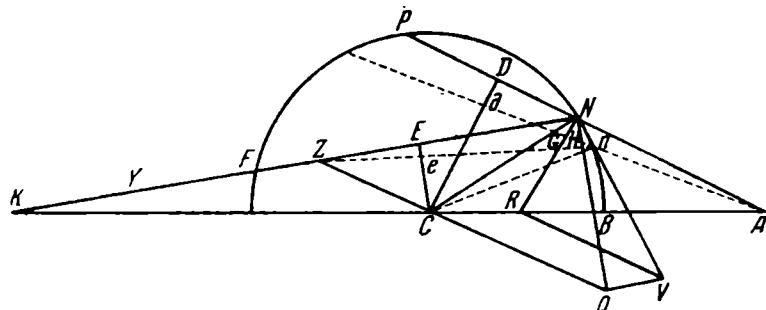
3. Если лучи преломляются последовательно во многих поверхностях, то для определения места схождения соседних лучей после всех преломлений нужно отыскать, во-первых, схождение после первого преломления,

затем схождение после второго, как будто бы лучи исходили из точки предшествующего схождения, и так далее, как сказано в предл. XXIX.

#### ПРЕДЛОЖЕНИЕ XXXIII

*Начертить схождение преломленных лучей, наиболее близких друг к другу и лежащих в одной плоскости с падающими, когда лучи падают на какую-нибудь кривую поверхность*

Вообрази, что  $BNP$  на фиг. 59 не сфера, а какая-либо иная кривая и пусть  $A$  есть общая точка, или схождение падающих лучей,  $AN$  какой-нибудь из падающих,  $NK$  его преломленный и  $NC$  перпендикуляр к кривой в преломляющей точке. Найди на  $NC$  пересечение с каким-либо ближним перпендикуляром



Фиг. 59.

(как  $NC$ ), восставленным к другой ближней преломляющей точке (о чем должно быть изложено в другом месте).<sup>72</sup> Пусть это пересечение происходит в  $C$ . Проведя теперь  $AC$ , опусти на лучи  $AN$ ,  $NK$  нормали  $CD$ ,  $CE$  и восставь  $NR$  и  $NQ$ , причем  $NR$  встречает  $AC$  в  $R$ . Пусть  $NQ$  относится к  $NR$ , как  $NE$  к  $ND$ . Если провести  $QC$ , то она сходится с преломленным лучом  $NK$  в искомом схождении ближайших преломленных  $Z$ . Доказывается по способу предшествующего предложения, и с ним связаны подобные же королларии и примечания.

#### ПРЕДЛОЖЕНИЕ XXXIV

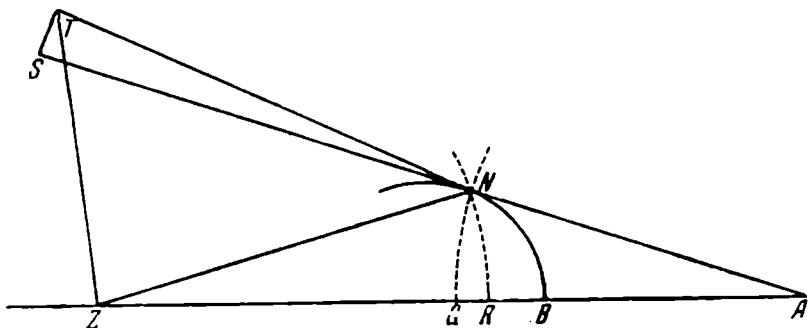
*Определить фигуру, которая так преломляет одн-*

Пусть  $A$  на фиг. 60 есть схождение падающих лучей, а  $Z$  преломленных; примы произвольно некоторую точку  $B$  на прямой  $AZ$  за вершину кривой. От этой точки  $B$  возьми на линии  $BZ$ , в сторону

*родные лучи, параллельные или кончающиеся в какой-либо общей точке, чтобы все преломленные точно сошлись в другой данной точке*

более плотной среды,  $BG$  какой-либо длины и  $BR$ , находящуюся к  $BG$  в отношении, в котором находится синус преломления к синусу падения. Из центров  $A$  и  $Z$  промежутками  $AG$  и  $ZR$  опиши окружности, пересекающиеся в  $N$ . Место этого  $N$  и будет кривой, которая дает искомое преломление.

Для того чтобы это стало ясным, продолжи  $AN$  до  $S$  так, чтобы  $NS:NZ = BG:BR$ . К  $NS$  и  $NZ$  вос-



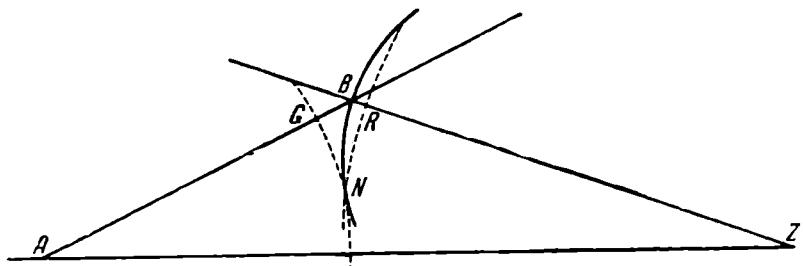
Фиг. 60.

ставь перпендикуляры  $ST$  и  $ZT$ , встречающиеся в  $T$ ; если провести  $NT$ , она будет касаться  $N$ , как это явствует из метода проведения касательных, изложенного в другом месте.<sup>72</sup> Поскольку теперь  $NS$  и  $NZ$  относятся, как  $BG$  и  $BR$ , т. е. как синусы падения и преломления и при учете синуса целого, т. е. полудиаметра  $NT$ ,  $NS$  будет синусом угла  $NTS$ , равняющимся углу падения луча  $AN$ , и  $NZ$  — синусом угла  $NTS$ , равняющимся углу преломления луча  $NZ$ . Отсюда ясно, что  $NZ$  есть преломленный луч  $AN$ . Ч. Т. Д.

*Примечания.* 1. Можно провести кривую, служащую для этой цели, проходящую через какую-либо данную точку, вне оси  $AZ$ . Проведи (фиг. 61)  $AB$  и  $ZB$  и возьми на них  $BG$  и  $BR$  в отношении синусов падения и преломления. Из центров  $A$  и  $Z$  промежутками  $AG$  и  $ZR$  опиши круги, встречающиеся в  $N$ ;  $N$  и будет находиться на кривой, которую требовалось провести.

2. Сказанное решение задачи *mutatis mutandis* распространяется на все случаи, когда падающие или пре-

ломленные лучи сходятся, расходятся или остаются параллельными и происходит ли преломление из более редкой среды в более плотную, или из более плотной в более редкую. Если именно лучи не параллельны ни с какой стороны, т. е. если ни расстояние  $A$ , ни расстояние  $Z$  не удалены в бесконечность, то кривая  $BN$  будет какая-либо из четырех эллипсов, которые для этой цели описал *Картезий* в „Геометрии“.<sup>73</sup>



Фиг. 61.

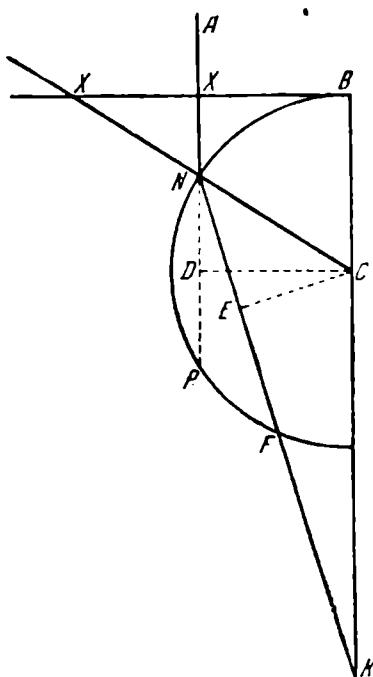
Если же  $A$  и  $Z$  с обеих сторон отстоят бесконечно, так что лучи в отношении этой точки выходят параллельными, то кривая будет коническим сечением, как известно. В этом случае круг  $RN$  или  $GN$  вследствие бесконечного расстояния центра обращается в прямую линию, перпендикулярную  $AZ$  в  $R$  или  $G$ .<sup>74</sup>

## ЛЕММА X

*Из параллельных лучей, преломляемых кругом, определить тот луч, часть коего, включаемая кругом, находится в данном отношении к части его преломленного, также включенной в круг*

На фиг. 62 пусть  $AN$  есть падающий луч,  $NK$  преломленный,  $NP$  и  $NF$  части их, включенные в круг,  $CD$  и  $CE$  перпендикуляры к этим частям, опущенные из центра  $C$ ,  $BC$  полудиаметр, проведенный параллельно  $AN$ . Пусть  $CD, CE = I : R$  и  $NP : NF = p : q$ . Положив это, для нахождения точки  $N$ , определяющей лучи  $AN$  и  $NK$ , восставь к  $BC$  нормаль  $BX$ , квадрат которой относится к квадрату  $BC$ , как  $\frac{qq - pp}{pp}$  к  $\frac{II - RR}{II}$ ; если провести  $CX$ , то она пересечет круг в искомой точке  $N$ . Ибо, по гипотезе,  $p : q (= NP : NF) = ND : NE$  и  $I : R = CD : CE$ , поэтому  $\frac{q}{p} ND = NE$  и  $\frac{R}{I} CD = CE$ . Затем,

поскольку  $NDq + CDq (= NCq) = NEq + CEq$ , вычти отсюда  $NDq + CEq$ , останется  $CDq - CEq = NEq - NDq$ , т. е., подставляя найденные значения  $CE$  и  $NE$ , найдешь



Фиг. 62.

$CDq - \frac{RR}{II} CDq = \frac{qq}{pp} NDq - NDq$ . Сделав приведение, получишь:  $\frac{II - RR}{II} CDq = \frac{qq - pp}{pp} NDq$ . При разрешении в виде пропорции найдешь:  $\frac{qq - pp}{pp} : \frac{II - RR}{RR}$   
 $(= CDq : NDq) = BXq : BCq$ . Ч. Т. Д.

## ПРЕДЛОЖЕНИЕ XXXV

Определить  
наибольшее  
наклонение к  
оси лучей Солн-

Пусть  $BNK$  на фиг. 63 есть предполагаемая сфера,  $BCQ$  диаметр, параллельный падающим лучам,  $AN$  какой-нибудь из падающих лучей.  $NF$  — его преломленный,  $FG$  — отраженный и  $GR$  — снова преломленный. Спрашивается наибольший угол, который  $RG$  может

ца, выходя-  
щих после од-  
ного отраже-  
ния из прозрач-  
ной сферы, ос-  
вещаемой  
*Солнцем*<sup>76</sup>

образовать с осью  $BQ$ . Для этой цели нужно преду-  
ведомить, что только в том случае, когда  $RG$  наиболее  
наклонен к  $BQ$ , лучи, ближайшие к  $AN$ , могут выхо-  
дить параллельными  $RG$ . Ибо в других случаях из выхо-  
дящих лучей, ближайших друг к другу, одни накло-  
нены больше, другие меньше к  $BQ$ , почему несколько  
наклонены друг к другу. Кроме того, нужно предуве-  
домить, что лучи сходящиеся к точке отражения, выхо-  
дят параллельными. Ибо, проведи луч  $an$ , параллель-  
ный  $AN$ , и весьма близкий к нему; преломленным его  
пусть будет  $nf$ , отраженным  $fg$  и вторично преломлен-  
ным  $gr$ . При совпадении точек  $F$  и  $f$ , поскольку углы  
 $NFn$  и  $GFG$  равны и преломления при  $N$ ,  $n$ ,  $G$ ,  $g$   
подобны, постольку выходящие лучи  $gR$  и  $gr$  будут  
также параллельными, как и падающие лучи  $AN$  и  $an$ .

Итак, нужно найти луч  $AN$ , преломленный коего  
встречается с преломленным ближайшего луча  $an$  в  $F$ .  
По королл. III, предл. XXXII (если опустить из центра  
сферы к лучам нормали  $CD$  и  $CE$  и положить  $I:R = CD:EC$ ), если эти лучи сходятся в какой-нибудь  
точке  $Z$ , то  $I \times NF : R \times NP = NZ : EZ = NF : EF$   
(точка  $Z$ , по гипотезе, падает на  $F = 2:1$ . Посему  
 $I \times NF = 2R \times NP$  и  $I:2R = NP:NF$ . Итак, дано  
отношение  $NP$  к  $NF$ , и отсюда, по лемме X, дается  
точка  $N$ . Проведи, стало быть, к вершине круга каса-  
тельную  $BX$ , квадрат которой относится к квадрату  
полудиаметра  $BC$ , как  $4RR - II$  к  $II - RR$ , и проведи  
 $CX$ , она пересечет круг в  $N$ ; зная же  $N$ , без труда  
можно определить остальное.

### КОРОЛЛАРИЙ I

Отсюда  $3RR:(II - RR) = CNq : NDq$ . Так как  
 $(4RR - II):(II - RR) = BXq : BCq$ , то, складывая, полу-  
чиши  $3RR:(II - RR) = (BXq + BCq) : BCq = Cxq : BCq =$   
 $= CNq : NDq$ .

### КОРОЛЛАРИЙ II

Имеешь  $I:2R = ND : NE$ . Ибо выше найдено, что  
 $I:2R = NP : NF$ , откуда быстро следует решение  
задачи.

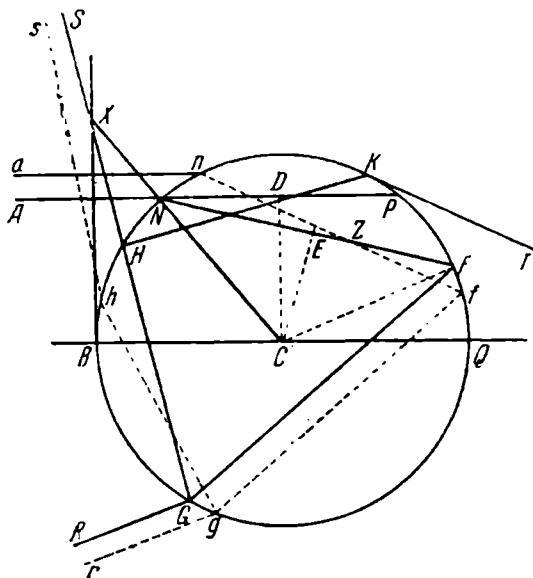
## ПОУЧЕНИЕ

Вместе с лучом наибольшего наклона  $RG$  дается наибольшая дуга  $FQ$ , кончающаяся у преломленного  $NF$ . Ибо угол  $FCQ$ , стягиваемый  $FQ$ , равен углу, который образуют  $CF$  и  $AN$ , т. е. равен половине угла, образуемого  $RG$  и  $AN$  или  $BQ$ . Отсюда из дуг  $FQ$  и равным образом из углов, образуемых  $BG$  и  $BQ$ , наибольшие те, которые определяются лучом  $AN$ , падающим в найденную точку.

## ПРЕДЛОЖЕНИЕ XXXVI

*Определить луч с наименьшим отклонением к оси из лучей, выходящих после двух отражений, когда Солнце освещает прозрачную сферу (фиг. 63)*

Пусть  $AN$  и  $ap$  суть два весьма близких луча, которые после двух отражений в  $F$ ,  $f$ ,  $G$ ,  $g$  выходят по  $HS$  и  $hs$ . Ясно, что только в том единственном случае, когда острый угол, образуемый  $BQ$  и  $SH$ ,



Фиг. 63.

наименьший, лучи  $HS$  и  $hs$  могут быть параллельными, как сказано было выше о лучах  $GR$  и  $gr$ , и, где это происходит, лучи  $FG$  и  $fg$  будут также параллельными. Отсюда 2 дуги  $Ff$  = дуг.  $Ff + Gg$  = дуг.  $FG - fg$  = дуг.  $NF - nf$  = дуг.  $Nn - Ff$ . Поэтому 3 дуги  $Ff$  =

= дуг.  $Nn$ . И так как  $NF$  делится  $Z$  в отношении этих дуг, то ясно, что  $NZ = 3ZF = 3EZ$ . Поскольку, по королл. III, предл. XXXII  $I \times NF : R \times NP = NZ : EZ = 3 : 1$ , найдешь  $I \times NF = 3R \times NP$ , или  $I : 3R = NP : NF$ . Таким образом, дано отношение  $NP$  к  $NF$ , и отсюда, по лемме X, найдется точка  $N$ . Ибо, проведи  $BX$ , касающуюся круга в вершине  $B$ , и квадрат которой относится к квадрату  $BC$ , как  $GRR - II$  к  $II - RR$ , и  $CX$ , она пересечет окружность в  $N$ . Найдя  $N$ , легко определить остальное.

#### КОРОЛЛАРИЙ I

Отсюда  $8RR : (II - RR) = CNq : NDq$ . Ибо ( $GRR - II$ ) : ( $II - RR$ ) =  $BXq : BCq$ ; складывая, получаешь  $8RR : (II - RR) = CXq : BCq = CNq : NDq$ .

#### КОРОЛЛАРИЙ II

Имеешь также  $I : 3R = ND : NE$ , так как ранее имел  $I : 3R = NP : NF$ .

#### ПОУЧЕНИЕ

Таким же способом находится наибольшее наклонение луча  $KT$ , выходящего после трех отражений, а вместе с тем наибольшая из дуг  $QG$ . В этом случае  $FG$  и  $fg$  сходятся в  $G$  и дуга  $Ff$  = дуг.  $FG - fg$  = = дуг.  $Nf - nf = Nn - Ff$ . Отсюда 2 дуги  $Ff$  = дуг.  $Nn$  и  $NZ = 2ZF$ . Следовательно,  $4 : 1 = NZ : EZ$  = (по королл. III к предл. XXXII)  $I \times NF : R \times NP$ , или  $I : 4R = NP : NF$ . Посему, по лемме X ( $16RR - II$ ) : ( $II - RR$ ) =  $BXq : BCq$ . Отсюда следует, что  $15RR : (II - RR) = CNq : NDq$  и  $I : 4R = ND : NE$ .

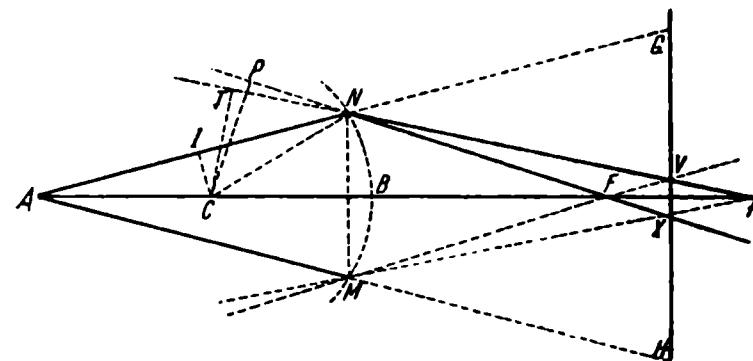
Также, если желательно знать минимальное наклонение луча, выходящего после четырех отражений, то оно определяется, если сделать так, чтобы  $(25RR - II)(II - RR) = BXq : BCq$ , или  $24RR : (II - RR) = CNq : NDq$  и  $I : 5R = ND : NE$  и так далее до бесконечности.

После изложения преломлений однородных лучей нам остается теперь сообщить о разнородных. В отношении преломлений на плоскостях о них мы уже гово-

рили довольно пространно, чтобы узнать свойства призм (которые придется позднее применять чрезвычайно часто для опытов). Главное, что нужно определить в отношении кривых поверхностей, это величину ошибки лучей, вследствие чего происходит смешение или неотчетливая видимость предметов, что обычно случается в телескопах благодаря большим стеклам, принимающим предмет. Для этой цели, отсылая к предл. XXXI, где определяются ошибки, происходящие на сферических поверхностях вследствие несоответствия их фигуры, присоединим теперь следующее предложение, с помощью коего можно определить ошибки, проистекающие от неравной преломляемости разных лучей.

#### ПРЕДЛОЖЕНИЕ XXXVII

*Определить для разнородных лучей, падающих на сферу, ошибки, порождаемые неравными преломлениями одинаково падающих лучей*



Фиг. 64.

являются  $NF$  и  $Nf$ , пересекающие ось в  $F$  и  $f$ . Опусти на эти лучи перпендикуляры  $CI$ ,  $CP$  и  $CT$ . Если теперь желательно точное решение, то нужно вычислить преломления лучей  $NF$  и  $Nf$  в отдельности. Но если считать  $NM$  очень малой частью круга, то приближенно достигнешь истины, полагая, что углы  $CNI$ ,  $CNP$  и  $CNT$  относятся приближенно, как их синусы. Пусть, следо-

вательно,  $I$  есть общий синус падения,  $P$  синус преломления лучей наиболее преломляемых и  $T$  синус наименее преломляемых. Тогда угол  $CNI$  будет относиться к углу  $CNP=I:P$  и угол  $CNP$  к углу  $CNT==P:T$ . По разделении имеем: угол  $INP$  относится к углу  $CNP=(P-I):P$  и угол  $CNP$  относится к углу  $PNT=P:(P-T)$  и вследствие равенства угол  $INP$  к углу  $PNT=(P-I):(P-T)$ .

Возьми теперь дугу  $BM$ , равную дуге  $BN$ , и проведи второй падающий луч  $AM$  и два преломленных  $MF$  и  $Mf$ , встречающих первые у  $V$  и  $X$ . Проведи  $VX$ , продолжив до встречи с падающими лучами в  $G$  и  $H$ . Ясно, что  $VX$  есть ширина наименьшего пространства, в котором могут собраться все лучи. Имеешь  $GH:VX=\text{угол } GNX \text{ к углу } VNX \text{ приближенно}=\text{угол } INP \text{ к углу } PNT=(P-I)(P-T) \text{ и } GH+VX(=2GX):VX=(2P-2I)(P-T) \text{ и раздельно}$

$$GH:VX=(P+T-2I)(P-T).$$

Откуда, если даны  $P$ ,  $T$ ,  $I$ , будет дано и отношение  $GH$  к  $VX$ .<sup>76</sup>

*Пример.* Выше я определил, что если стекло граничит с воздухом, то  $I:P=44\frac{1}{2}:69\frac{1}{2}$  и  $I:T=44\frac{1}{2}:68\frac{1}{2}$ .

Если примешь  $I=44\frac{1}{2}$ , то  $P=69\frac{1}{2}$  и  $T=68\frac{1}{2}$ ;  $P+T-2I=49$ ,  $P-T=1$ . Отсюда приближенно  $GH:VX=49.1$ .

#### ПОУЧЕНИЕ <sup>77</sup>

При помощи сего и XXXI предложения можно сопоставить ошибки однородных лучей, происходящие на сферических поверхностях вследствие несоответствия фигуры, с ошибками разнородных; ясно, что они много больше в малых частях сфер. Поэтому причина того, что телескопы не продвинулись до большего совершенства, не есть несоответствие сферической фигуры, а неоднородность света.

Вообрази для примера, что  $NMB$  на фиг. 58 и 64 соответствуют стеклянному объективу телескопа, перед-

няя поверхность коего  $CB$  плоская, так что лучи преломляются только на следующей, т. е. сферической поверхности  $NBM$ . Положим, что  $CB$  полудиаметр этой сферы равен 10 футам, что определяет длину телескопа в 20 футов, или 240 дюймов, и пусть отверстие  $NM$  равно 2 дюймам, наибольшее, применяемое в телескопах такого рода, увеличивающих предмет в 70 или 80 раз, для того чтобы можно было видеть достаточно отчетливо. Пусть синус падения относится к синусу преломления на границе стекла и воздуха приблизительно как 11 к 17, как мы определили выше. Положив это, следует написать 120 вместо  $a$ , 1 вместо  $Y$ , 11 вместо  $I$  и 17 вместо  $R$  в значении  $PQ$ , полученном в королл. VII, предл. XXXI, т. е. в члене  $\frac{Ry^8}{4Iaa}$ .

$$\text{Получаешь } \frac{17 \text{ дюймов}}{4 \times 11 \times 120 \times 120}, \text{ или } \frac{17 \text{ дюймов}}{633600} = PQ;$$

такова боковая ошибка однородных лучей, возникающая из-за несоответствия сферической фигуры. Далее, вообрази, что лучи  $AN$  и  $AM$  на фиг. 64 параллельны оси, причем  $GH = NM = 2$  дюйма, откуда  $VX$ , боковая ошибка неоднородных лучей, собирающихся в этом месте, будет  $\frac{2}{49}$  дюйма. Сравни теперь эти ошибки, получишь, что  $VX$  относится к  $PQ$  (или  $\frac{2}{49}$  к  $\frac{17}{633600}$ ), как 1 267 200 к 833, или как 1521 к 1 приблизительно.

Отсюда  $VX$  почти в тысячу пятьсот раз больше  $PQ$ . Это столь большая диспропорция, что  $PQ$  в отношении  $VX$  можно считать нулем. Эта ошибка  $VX$ , равная  $\frac{2}{49}$  дюйма, такова, что удивляюсь, как можно видеть предметы столь отчетливо через телескопы такого рода. Другого рода ошибка,  $PQ$ , или  $\frac{17}{633600}$ , т. е.  $\frac{1}{372711}$  дюйма, приблизительно, много меньше того, что можно почувствовать, и потому ею можно пренебречь, приписывая неотчетливость видения ошибкам, происходящим из-за неоднородности света. Отсюда явствует, что усовершенствование телескопов следует искать не в конических сечениях; сферические фигуры в равной мере

могут служить для этой цели. В микроскопах, однако, ошибки однородных лучей вследствие очень большой апертуры сферической поверхности стекла объектива выходят огромными и очень ощутимыми, так что если эти стекла изготовить должным образом по какому-либо коническому сечению, то получится только небольшое улучшение. Но мне известен метод исправления ошибок без конических сечений,<sup>78</sup> в котором можно применять стекла со сферическими поверхностями, преломляющими однородные лучи достаточно точно, не говоря уже о том, что они много лучше преломляют пучки косых лучей, чем стекло, ограниченное какой-либо иной фигурой. Поэтому я думаю, что сферические поверхности более других прочих приспособлены для нужд диоптрики.

ОПТИКИ  
ЧАСТЬ ВТОРАЯ



О ПРОИСХОЖДЕНИИ  
ЦВЕТОВ



---

## ЧАСТЬ ВТОРАЯ

---

### РАЗДЕЛ ПЕРВЫЙ



#### ИЗЛАГАЕТСЯ УЧЕНИЕ • ЦВЕТАХ И ИСПЫТЫВАЕТСЯ НА ОПЫТАХ С ПРИЗМОЙ

Занимающиеся телескопами жалуются на цвета, которые обычно окрашивают предметы, наблюдаемые посредством стекол. Окраска эта тем больше и заметнее, чем из меньших сфер сделано окулярное стекло или чем с большей шириной открывается для входящих лучей объективное стекло. Поэтому два переплетающиеся неудобства мешают довести перспективы<sup>28</sup> до желаемой степени совершенства, ибо нельзя взять окулярное стекло меньшее определенной степени для большего увеличения предметов и нет возможности открыть объективное стекло за некоторые пределы для того, чтобы сделать предметы более яркими и заметными. Увеличение степени одного и пределов другого, без испытания наблюдением, может привести к тому, что предметы облекаются цветами и станут менее отчетливыми, чем при рассматривании в меньшем виде, и не столь яркими, как через менее выпуклый окуляр с уменьшенным отверстием перспективы. Поскольку теперь главные желаемые улучшения в перспективах суть такие, которые позволили бы увеличивать предметы больше и делать их ярче, постольку

стоит потрудиться над исследованием природы цветов, чтобы выяснить причину их появления и неотчетливости, вносимой ими в предметы. Незнание этих причин приводит к немалой, но бесполезной работе, которую с усердием затрачивают верующие в то, что несовершенство телескопов проистекает от неправильной фигуры стекол, и стремящиеся отполировать в стеклах лучшие фигуры. Если бы они достаточно разобрали причину цветов и вместе с тем узнали о неодинаковом преломлении различных лучей, то установили бы, что недостаток телескопов происходит не от несоответствия сферической фигуры к преломлениям, как обычно думают. Хорошо поняв это, без сомнения мы переменили бы привычки, расположили бы труд свой по другому методу и довели бы оптику до более совершенной степени, чем достигнутая.

Учившие о цветах до сих пор делали это либо только на словах, как перипатетики, либо стремились исследовать природу их и причины как эпикурейцы и другие более новые авторы.<sup>79</sup> То, что передавалось о цветах перипатетиками, если и верно, то не имеет никакого значения для нашей цели, ибо они не касались ни способа, коим цвета возникают, ни причин их разнообразия. Споря о происхождениях и различных видах вещей, они приписывали причинам, изменяющим существование и различие вещей, различные формы, но о причинах и основаниях какой-либо отдельной формы или о том, насколько она отлична от других, об этом никто никогда не говорил.

Итак они пропускали то, объяснение чего есть высшее дело философов и что единственно может удовлетворить разум, жадный до естественной науки.

Однако же, чтобы не излагать эту дурную философию, покажем, что рассуждения ее, такие как: у форм существуют другие формы и у качеств другие качества, весьма неразумны и смешны. Поскольку свет определяется как качество или форма, дающая светящееся, то не следует ожидать, что мы услышим что-либо о причинах света или на каком основании свет различен, производя разные цвета. Говорят также, что у некоторых цветов примешано больше света, чем у других, но этого недостаточно для их получения, ибо

никакого цвета не возникает из белизны и черноты, смешанных вместе, кроме промежуточных темных, и количество света не меняет вида цвета.<sup>80</sup>

Красное же тело, для примера, кажется всегда красным как в сумерках, так и в ярчайший полдень. Далее, даже само определение, которое перипатетики приписывают цветам, настолько не соответствует природе их, что даже по названию их не выражает. Аристотель утверждает *χρῶμα δε ἐσὶ τῇ διαφανός ἐν εὑρατί ὅρμέου πέρας*.<sup>81</sup> Это скорее есть описание цветной поверхности, чем цвета. Ибо оно гласит, что цвет есть видимая граница в ограниченном теле. Но часто видны цвета, где нет никакой такой границы, как в радуге и призме, в стеклах и жидкостях, слегка окрашенных каким-либо цветом, в морской воде, которая часто кажется зеленою и порождает цвет не на границе воды, но по всей ее толщине, в воздухе, который особо прозрачен и не ограничен никаким плотным телом, однако в ясную ночь кажется синим, и в пламени, не менее ясном и проницаемом для света, чем воздух. Если жидкости глаза несколько окрашены цветом, то все кажется окрашенным в тот же цвет, хотя бы сказанная граница с прозрачным была иного цвета. Если посмотреть простым глазом на Солнце, то затем все светлое кажется красным, а черное часто является синим; цвет при этом заметен больше, если, закрыв глаз, тотчас перейти в какое-нибудь очень темное помещение. Более того, можно, нажав глаз в темноте, вызвать цвета. Требует ли этот цвет также границы с прозрачным? Впрочем здесь не место подробно опровергать мнения, которые, если бы даже они были верными, недостаточны и не противоречат моей цели. Таково утверждение, что цвет есть качество прозрачного и ясность — актуальное прозрачное,<sup>82</sup> а цвет его граница, а также другое, что говорят об этом.

Из этого едва ли можно понять, каким способом свет преломляется, почему цвета различны, в чем причина их появления в перспективах и на каком основании можно избежать этого неудобства.

Что касается мнения других философов, то они утверждают, что цвета рождаются либо от различного

смешения тени со светом,<sup>83</sup> либо от вращения шаров или их разного давления,<sup>84</sup> либо, наконец, из различных способов колебания некоторой эфирной среды, если считать свет получающимся от импульса колеблющейся среды, распространяющегося в сетчатой ткани.<sup>85</sup> Мне пришлось бы распространяться очень долго, если бы я стал опровергать эти мнения по отдельности. Я не буду этого делать, так как все сходятся в общей ошибке, именно в том, что модификация света, проявляющего отдельные цвета, не свойственна ему по происхождению его, а приобретается при отражении или преломлении.

До падения на какое-нибудь окрашенное тело, считают они, лучи света ничем не отличаются, а по предрасположению этого тела они отражаются или преломляются различными способами и соответственно роду модификации, приобретаемой при этом, они проявляют затем смотрящему различные фантазмы цветов. Смешение света и тени, вращение шаров либо различные колебания среды не предполагаются присущими лучам до их отражений и преломлений; считают, что они порождаются самими этими действиями. Также и перипатетики выводят происхождение цветов из тел, коих, утверждают они, цвета являются качествами. Насколько, однако, это противоречит истине, явствует с избытком из последующего. Я же нашел, что модификация света, от которой происходят цвета, врождена свету, а не происходит при отражении или при преломлении, или из качеств тел, или каким-либо иным образом и не может быть разрушена или каким-либо способом изменена.

Для того чтобы мнение мое было отчетливее, я утверждаю, что, во-первых, я нашел, что лучи, различно преломляемые, дают различные цвета, наиболее преломляемые — пурпуровый или фиолетовый цвет, а наименее преломляемые — красный, средние — зелень или, лучше, границу зеленого и зеленовато-синего, синий находится между пурпуровым и зеленью, желтый между зеленью и красным. Посему лучи, преломляемые все более и более, располагаются в такой порядок: лучи, порождающие красный, желтый, зеленый, синий и фиолетовый со всеми последовательными ступенями и промежуточными цветами.

Я нашел затем, что форма, или цветовое расположение любого рода лучей, не может быть изменена ни преломлением, ни какой-либо другой причиной (которую я мог заметить); единый свойственный себе цвет сохраняется и проявляется всегда, если только не происходит возмущения примесью лучей иного рода. Ибо цвета, которые порождаются преломлением, не создаются смешением различных разнородных лучей, но их разделением.

В-третьих, нашел я, цвет белый и черный, а также пепельный или более темные промежуточные цвета создаются беспорядочным смешением лучей всякого рода. Таким же образом прочие все цвета, не являющиеся первоначальными, производятся различными смесями этих лучей. Отсюда не удивительно, что при разединении разнородных лучей неравным преломлением мы видим, что снова возникают из них различные цвета.

Я нашел также, что первоначальные цвета при смешении лучей одного с другим могут проявлять смежные цвета; так, зеленый — из желтого и синего, желтый — из прилежащего зеленого и лимонного и также из других. Под первоначальными цветами я разумею не только пять помятых, но и какие угодно иные, проявляемые каким-либо однородным видом лучей.

Наконец, я нашел, что все цвета всех тел порождаются не иначе, как из некоего расположения, способствующего отражению одних лучей и пропусканию других.

Так, тело — красное потому, что оно наиболее отражает лучи, способные к красноте, а многие иные пропускает, тело — пурпурное потому, что оно отражает лучи, порождающие эти цвета, и пропускает иные, тело — белое потому, что отражает почти все лучи, и черное потому, что все пропускает и отражает ничтожную долю всех видов лучей.

Я не вижу препятствий для того, чтобы приступить к исследованию природы цветов, в которой ничто не считалось относящимся к математике. Не лишне еще раз напомнить основание этого: родство между свойствами преломлений и цветов таково, что их нельзя объяснить в отдельности. Кто хотел бы по привычке

знатъ одно из двух, необходимо должен знать и другое.

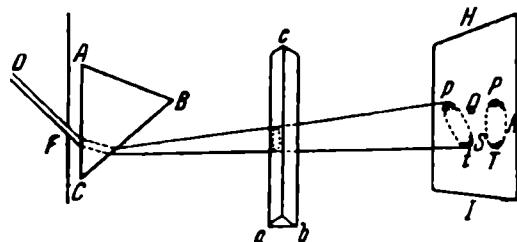
Если я не буду говорить о преломлениях и рассуждать о них, я не смогу вместе с тем начать и объяснение цветов. Происхождение цветов настолько охватывает геометрию и знание его настолько подтверждается очевидностью, что я могу с ними продвигаться, не мало умножая границы математики. Так же как астрономия, география, мореплавание, оптика и механика почитаются науками математическими, ибо в них дело идет о вещах физических, небе, земле, кораблях, свете и местном движении, так же точно и цвета относятся к физике, и науку о них следует почитать математической, поскольку она излагается математическим рассуждением. Точная наука о цветах относится к труднейшим из тех, кои желательны были бы философу. Я надеюсь на этом примере показать, что значит математика в натуральной философии, и побудить геометров ближе подойти к исследованию природы, а жадных до естественной науки сначала выучиться геометрии, чтобы первые не тратили все время на рассуждения, бесполезные для жизни человеческой, а вторые, старательно выполнявшие до сих пор свою работу превратным методом, разобрались бы в своих надеждах, чтобы философствующие геометры и философы, применяющие геометрию, вместо домыслов и возможностей, выхваляемых всюду, укрепляли бы науку о природе высшими доказательствами.<sup>86</sup> Теперь возвращаюсь к началу и начну разъяснять цвета согласно пяти ранее сказанным предложениям.

#### ПРЕДЛОЖЕНИЕ I

*Лучам с разной  
преломляемо-  
стью отвеча-  
ют разные цве-  
та*

Для первого доказательства повторим опыт с призмой, предложенный вначале. Пусть именно солнечные лучи входят в затемненный покой через отверстие *F* (фиг. 65) и призму *ABC*, расположенную близи этого отверстия, преломляясь и направляясь затем к противоположной стене *HI*, рисуя там изображение *PT*. Изображение это, как всем известно, окрашено цветами, из коих красный ча конце *T* отклоняется от прямого пути меньше, пурпуровый проходит к другому

наклонному концу  $P$ , синий же, зеленый и желтый — в промежуточные  $Q$ ,  $R$ ,  $S$ . Итак следует, что лучи, наиболее преломленные, проявляют пурпур, а наименее преломленные — красноту, прочие же, обладающие промежуточным преломлением, цвета в ранее указанном порядке. Однако для большей очевидности учения о разной преломляемости лучей, предложенного вначале, и учения о том, что известным степеням преломления отвечают известные цвета, убедимся и в обратном, в



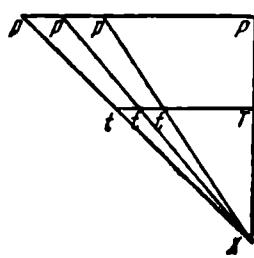
Фиг. 65.

соответствии разным цветам различного преломления, т. е. в том, что лучи, идущие к  $P$ , снова претерпят большее преломление, чем те, которые идут к  $T$ . Это можно проверить разными способами, из коих легчайшим и наиболее наглядным полагаю следующий.

Возьми другую призму  $abc$  (фиг. 65) и помести ее где-нибудь между первой призмой  $ABC$  и изображением  $PT$ , так чтобы она была поперечной призмой  $ABC$  или параллельной изображению  $PT$ , перехватывала лучи, идущие к  $PT$ , и преломляла к другому месту, положим к  $pt$ . Сделав так, увидишь изображение  $pt$ , получившееся посредством преломлений обеих призм и окрашенное, как раньше, но находящееся в другом положении. Оно не параллельно изображению  $PT$ , но со стороны красного конца заметно приближено. Поскольку теперь лучи, относящиеся к обоим цветам, красному  $T$  и пурпуровому  $P$ , одинаково падают на вторую призму  $abc$ , постольку, если бы они испытывали затем одинаковое преломление, изображения  $PT$  и  $pt$  должны бы быть параллельными. Поскольку же они не остаются параллельными, и  $p$ , пурпуровый

конец изображения  $pt$ , отнесен дальше от другого изображения  $PT$ , чем красный  $t$ , постольку необходимо согласиться, что лучи, идущие к пурпуровому концу  $P$ , преломляются больше, чем идущие к красному концу  $T$ , т. е. что лучи, порождающие пурпур, способны к большему преломлению, чем производящие красноту. То же рассуждение справедливо и для промежуточных цветов, как я предположил.

При выполнении сего опыта можно заметить, что, чем ближе поместить вторую призму  $abc$  к первой



Фиг. 66.

призме  $ABC$  или чем дальше от стены  $HI$ , тем изображения  $pt$  и  $PT$  больше расходятся друг от друга и тем больше они наклоняются друг к другу, до тех пор пока угол, составляемый ими, не станет полупрямым или немного меньше, когда призмы поставлены одна к другой ближе всего. Основание этого легче всего понять, если расстояния  $Pp$  и  $Tt$  находятся в некотором данном отношении. Так, на фиг. 66, если параллельные линии  $Pp$  и  $Tt$  находятся в данном отношении, то, чем оно больше, тем больше наклон всех линий  $pt$ . Отсюда ясно, что продолжения осей всех изображений сходятся в некоторой точке, общей с осью  $PT$ .

Если, может быть, желательно найти пересечение изображений, то для этого продолжи прямые лучи Солнца  $OF$  до встречи с плоскостью  $HI$ , на которую отбрасываются сказанные изображения; пусть это происходит в  $X$ . Чтобы сделать это, убери призму  $ABC$ , чтобы сияние, проходящее через  $F$ , прямо шло к  $X$ ; это  $X$  и будет местом, в котором сходятся изображения  $PT$  и  $pt$ . Ибо, поскольку наиболее преломляемые лучи падают в  $P$  и  $p$ , а наименее преломляемые в  $T$  и  $t$ , создавая удлиненные изображения  $PT$  и  $pt$ , постолику, если бы существовали, кроме того, иные, еще менее преломляемые, они упали бы по сю сторону от точек  $T$  и  $t$  на бумагу  $IH$ , и, таким образом, изображения стали бы несколько длиннее, удлинившись на концах  $T$  и  $t$ . Вообрази также, что существуют лу-

чи, постепенно менее и менее преломляемые, пока не придешь до лучей столь упрямых, что они совсем не преломляются, проходя через призму без всякого преломления. Эти лучи должны бы попадать в ту самую точку  $X$ , в которую, по нашему предположению, стремятся прямо идущие лучи Солнца. Итак, продолженные изображения  $PT$  и  $pt$  встречаются в  $X$  и потому сходятся к  $X$ . Впрочем можно сомневаться в том, являются ли эти изображения, которые, будучи продолженными, встречаются в  $X$ , точно прямыми, или слегка искривленными. Но едва ли стоит это определять, поскольку для сего нужна большая работа и получатся малые результаты.

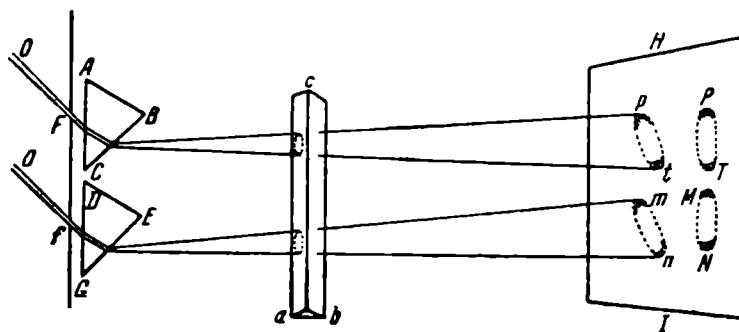
Достаточно, что по наблюдению они приблизительно сходятся в  $X$ .

Я уже вначале, в § XXIII, отметил, что этот опыт опровергает все возражения, которые могут быть сделаны против предложенного учения о неравной преломляемости. Из поперечного преломления второй призмы следует, что неравные преломления не случайны и не беспорядочны и не появляются вследствие какого-либо смешения или расширения лучей, или какой иной причины, кроме некоторого расположения лучей к преломлению в определенной и постоянной степени, причем преломление происходит в обеих призмах по тому же закону. Добавляю теперь, что из этого опыта следует также, что преломления отдельных лучей протекают по тем же законам, находятся ли они в смеси с лучами других родов, как в белом свете, или преломляются порознь при предварительном обращении света в цвета. Ибо на опыте получается, что преломления второй призмы одинаковы, ставится ли она вблизи первой призмы, прежде чем свет, пропускаемый ею, разойдется в цвета, или вдали за первой призмой, где свет выходит окрашенным.

Если в распоряжении есть какой-либо инструмент, готовый для точного измерения количеств преломлений, то нет никакого сомнения, что, измерив посредством него в отдельности преломления различных родов лучей, легко обнаружить их разницу. Однако я, убедившись полной ясностью ранее сказанного, не счел это стоющим труда, а произвел опыты другого рода.

Ибо, чтобы сделать каждому более ясным, насколько велика очевидность ранее сказанного, не бесполезно сообщать то, из чего бьет ключом достойное внимания.

Пусть  $Ff$  (на фиг. 67) стена или оконный ставень с двумя отверстиями  $F$  и  $f$  для прохождения света, сделанными на расстоянии двух дюймов друг от друга. Внутри расположим две призмы  $ABC$ ,  $DEG$ , по положению параллельные между собою и перпендикулярные к линии  $Ff$ , проведенной через центры отвер-

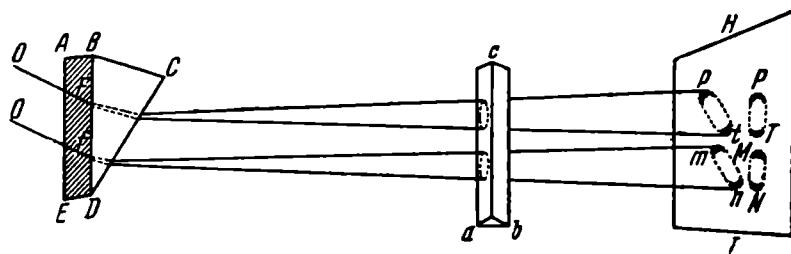


Фиг. 67.

стий. Эти призмы преломляют вошедший свет к двум изображениям  $PT$  и  $MN$ , отбрасываемым на противоположной стене, так же как в предыдущем опыте; кроме того, углы призм  $ABC$ ,  $DEG$  в плоскости преломления равны. Сделав так, увидишь изображения  $PT$  и  $MN$ , лежащие на прямой и соприкасающиеся концами их  $T$  и  $M$ . Если это не выходит, то надо слегка изменять положение одной из призм до тех пор, пока концы не прикоснутся или не будут почти совпадать. Расположив так рядом пурпур  $M$  и красноту  $T$ , возьми третью призму  $abc$ , поместив ее между первыми призмами и изображениями их параллельно по положению линии  $Ff$  или сказанным изображением  $PT$  и  $MN$ . Эта призма перехватывает в равной мере лучи обеих призм  $ABC$ ,  $DEG$ , идущие к  $PT$  и  $MN$ , и, преломляя их, отбрасывает в  $pt$  и  $mn$  так, что рядом с тем, что было сделано в первом опыте двумя призмами, здесь видишь сделанное тремя.

Подготовив и устроив это, увидишь изображения  $pt$  и  $mn$ , разъединенные между собою, хотя ранее в

$PT$  и  $MN$  они соприкасались и стояли прямо. Пурпур  $m$  отстоит теперь больше в конце изображения  $mn$ , от первоначальных изображений  $PT$  и  $MN$ , чем краснота  $t$  на конце изображения  $pt$ . Это не может произойти никоим способом, если лучи, порождающие пурпур, не преломляются несколько больше при равном падении, чем лучи, порождающие красноту. Ибо лучи обоих цветов одинаково падают на вторую призму  $abc$  и должны бы одинаково и выходить, если бы



Фиг. 68.

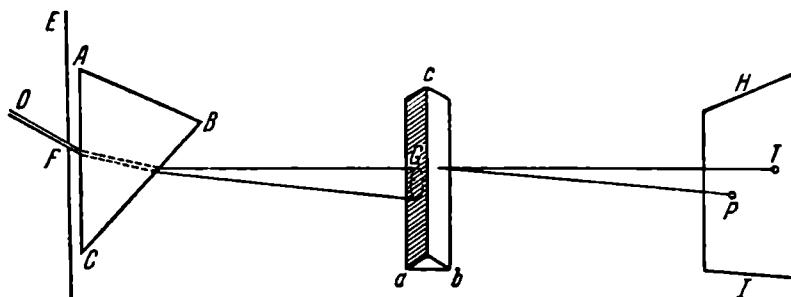
они одинаково преломлялись, рисуя поэтому изображения  $pt$  и  $mn$ , параллельные прежним  $PT$  и  $MN$  и лежащие на прямой. Я сказал, что лучи обоих цветов (пурпурового и красного) одинаково падают на вторую призму  $abc$ , так как видно, что они не могут падать иначе, ибо луч  $FT$  настолько же наклонен к концу призмы  $c$ , насколько луч  $fM$  — к другому концу  $ab$ ; итак, они падают одинаково или под теми же углами, хотя не параллельно. Если однако желательно сделать так, чтобы они падали параллельно, то для этого не нужно ничего иного, кроме небольшого поворота одной из первых призм  $ABC$  или  $DEG$  вокруг ее оси, до тех пор пока между  $T$  и  $M$ , внутренними концами изображений, не будет такого расстояния, как между отверстиями  $F$  и  $f$ , или, как достаточно ясно видно, пока не будет такого расстояния между изображениями, лежащими на прямой. Поместив затем в промежутке призму  $abc$ , легко видеть, что при падающих параллельных лучах выходящие наклонны и изображения не лежат больше на прямой, пурпур  $M$  переносится на большее расстояние, чем краснота  $T$ .

Если трех призм нет, то изложенный опыт можно сделать и с двумя, даже много скорее и легче. Пусть  $ABCDE$  (фиг. 68) есть призма, одна плоская сторона которой  $ABDE$  покрыта зажаренной бумагой с двумя малыми отверстиями  $F$  и  $f$ , пропускающими свет; положение этих отверстий поперечно длине призм. Расположи таким образом призму, чтобы лучи, проходящие через отверстия, оканчивались на какой-нибудь противоположной плоскости, например на бумаге  $Hl$ . Бумагу надо передвигать вперед и назад до тех пор, пока не увидишь изображений  $PT$  и  $MN$ , касающихся концами и расположенных по соединяющей прямой, как раньше. Затем помести в промежутке другую призму  $abc$  в положение, поперечное первой; ты увидишь, что изображения  $PT$  и  $MN$  так смешены в  $pt$  и  $tm$ , что они уже больше не лежат на прямой, краснота  $t$  и  $T$  смешается меньше, чем пурпур  $m$ ; так было и в предыдущем опыте.

Есть и другой опыт, происходящий из того же источника, но более трудный для выполнения и с меньшей очевидностью. Поставь призму  $ABC$  (фиг. 69) около отверстия  $F$ , как раньше; на подходящем расстоянии (около двенадцати футов) поставь другую призму  $abc$  в поперечном положении относительно первой или почти параллельном, или каком-либо ином, по произволу, так чтобы свет, преломленный в первой призме  $ABC$  и окрашенный, падал на какую-нибудь из плоских сторон  $ac$ . Затем закрой эту сторону зажаренной бумагой и сделай в ней в середине малое отверстие  $G$ , через которое некоторые из лучей, преломленных первой призмой, проходят во вторую. Здесь, снова преломившись, они идут к бумаге  $Hl$ , находящейся от призмы на расстоянии десяти футов или больше. Устроив и расположив так, закреши в таком положении бумагу  $Hl$  и вторую призму  $abc$ . Затем надо взять в руки первую призму  $ABC$ , не сдвигая ее с места, но наклоняя ее только немного угловым движением туда и сюда, чтобы через отверстие  $G$  последовательно проходили одни за другими цвета к противоположной бумаге  $Hl$ .

Увидишь, что всякий цвет идет к другому месту. Если положение призмы  $ABC$  таково, что на  $G$  падает крас-

ный цвет и преломляется другой призмой  $abc$  к  $T$ , то, изменив немного положение призмы  $ABC$  наклонением вокруг оси, до тех пор пока на  $G$  станет падать пурпур, увидишь, что этот цвет преломляется более отложо, положим в  $P$ . Равным образом, если на отверстие  $G$  падает некоторый промежуточный цвет, он преломляется к месту, лежащему между  $P$  и  $T$ . Отсюда, поскольку лучи какого-либо рода, проходящие через отверстие  $F$  с данным положением к отверстию  $G$  с данным положе-



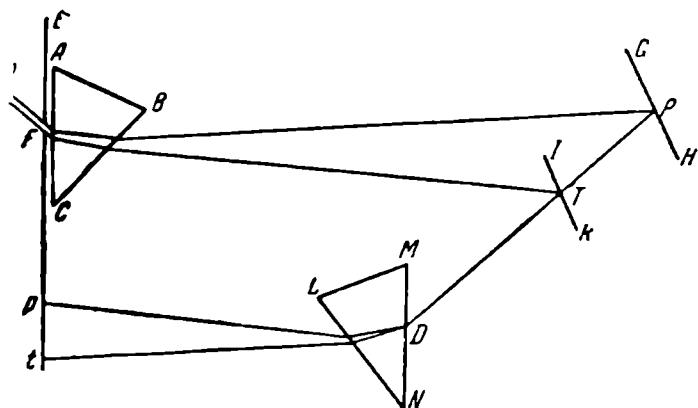
Фиг. 69.

нием и, следовательно, одинаково падающие на вторую призму  $abc$ , преломляются к разным местам  $P$ ,  $T$  и прочим промежуточным, постольку следует, что они преломляются не одинаково. Так как наблюено, что преломленный  $GP$  больше отклоняется от падающего  $FG$ , чем преломленный  $GT$ , то следует, что лучи проявляющие пурпур, преломляются больше, чем проявляющие красноту и прочие в промежуточном порядке.

Может быть, возникнет подозрение, что вследствие движения призмы  $ABC$  между отверстиями  $F$  и  $f$  падение лучей, производящих разные цвета, меняется настолько, сколько нужно для изменения мест  $P$ ,  $T$  и пр., к которым лучи преломляются. Хотя движение это мало и недостаточно для этого, однако для того, чтобы решительно устраниТЬ такое сомнение, помести первую призму  $ABC$  по другую сторону отверстия  $F$  к Солнцу, так чтобы лучи, падающие на отверстие  $G$ , шли прямо от этого отверстия  $F$ . Поскольку таким способом положение отверстий  $F$  и  $G$  определено,

определится и положение лучей для обоих проходящих, и падение всех лучей, проявляющих какие угодно цвета, будет точно тем же. Однако преломление различных цветов происходит попрежнему к различным местам  $R$ ,  $T$ , как было объяснено.

Наконец, из многоного хочется привести еще способ, коим можно проверить то же самое, ибо испытуемому обилие не мешает. Пусть многочисленные лучи, как и раньше, проходят через призму  $ABC$  (фиг. 70),



Фиг. 70.

и на каком-нибудь расстоянии, положим в двадцать футов, помести плоское зеркало  $IK$  или  $GH$ , отражающее лучи к некоторому месту  $D$ , где они проходят через другую призму  $LMN$  снова к  $p$  или  $t$ . Устроив это, помести зеркало в  $IK$ , так чтобы оно отражало красный цвет, и отметь место  $t$ , к которому стремятся эти лучи после прохождения через призму  $LMN$ . Затем поставь зеркало в  $GH$ , чтобы к призме  $LMN$  по той же линии  $PTD$  отразился фиолетовый или синий цвета, отметь место  $p$ , к которому преломляются эти лучи сказанной призмой  $LMN$ . Найдешь, что синий цвет, преломленный к  $p$ , больше отходит от падающих лучей  $PTD$ , чем красный, преломляемый к  $t$ , потому что лучи, порождающие синий, испытывают большее преломление, чем порождающие красный.

Установив таким образом справедливость предложенного, я заключу это предложение тем, что отмечу

связь и родство, существующие между цветами и преломлениями, ибо из показанного явствует не только, что различные роды цветов соответствуют определенным степеням преломляемости, но теми же опытами доказывается, что лучи, различно преломляемые, имеют различные цвета, доказывается и обратное, что лучи, разно окрашенные, по разному преломляются и, следовательно, есть лучи, разно преломляемые. То, чему я учил в первых лекциях о различном преломлении лучей, имело целью понимание цветов и многообразно объяснено, чтобы явствовала невозможность излагать одно без другого.

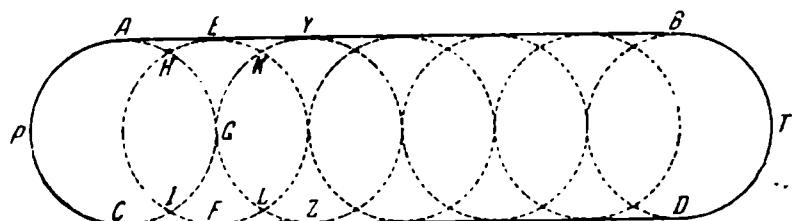
### ПРЕДЛОЖЕНИЕ II

*Формы, или цветовые расположения лучей, не меняются преломлением*

Закончив с утверждением, что разноцветные лучи разно преломляемы и обратно, посмотрим, возможно ли изменить цвет лучей какого-либо рода в отдельности преломлением, решая это до некоторой степени при помощи опыта, который был только что изложен. Ибо, если на отверстие  $G$  (фиг. 69) падает крайний пурпур, то лучи, преломляемые второй раз к  $P$ , снова являются пурпур без какой-либо желтизны, красноты или зелени; когда же на  $G$  отбрасываются крайний красный, то в  $T$  виден тот же красный без фиолетового, синего или зеленого.

Однако опыт еще не совершенен во всех отношениях, ибо если призма  $abc$  поставлена не поперечно, но параллельно другой призме  $ABC$ , то из пурпур появляется синий, а из красноты желтый, в особенности если через  $G$  пропускаются не самые концы цветов. Так, когда пропускается зелень, то возникают цвета, соседние с обеих сторон (именно синий и желтый); когда же — желтый и лимонный, то — краснота и зелень, синий — зелень и пурпур. По этому случаю надлежит вспомнить то, что я объяснял вначале о способе, коим образуется продолговатое изображение  $PT$  из кругов, расположенных по прямой. Отсюда следует, что цвета сии не простые, но слагаются из смеси многих. Ибо вообрази род лучей, одинаково преломляемых и образующих яркий пурпур, истекающий от всего солнечного диска, проходящий через призму к изображению  $PT$ .

(фиг. 71) и падающий на круг  $AC$ . Затем вообрази другой род лучей, преломляемых немного меньше, падающим на какой-либо другой круг  $YZ$ , касающийся первого в  $G$ . Ясно, что эти роды лучей не смешиваются, так как круги  $AC$  и  $YZ$  не занимают никакой совпадающей части. Если же вообразить третий род лучей с промежуточным преломлением, которые падают в круг  $EF$ , расположенный почти посередине, то ясно станет, что он будет смешиваться с обеих сторон с предшествую-

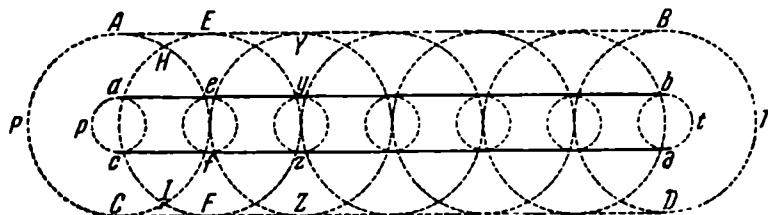


Фиг. 71.

щими в пространствах  $HI$  и  $KL$ , в которых совпадают круги, освещаемые теми лучами. Итак, если вообразить, что все изображение  $PT$  составлено из бесчисленных кругов, расположенных по длине и освещаемых каждый различными родами лучей, то станет ясным, что в каждой части изображения смешиваются разнородные лучи, которые затем, более разъединяясь повторным преломлением, должны разлагаться на более простые цвета. Так, в зеленом кроется желтый и синий, которые, однако, не заметны, ибо лучи, порождающие зелень, или (если для ясности изобрести новое слово) зелено-видные лучи, господствуют вследствие изобилия, и потому что желтый и синий составляют зеленый. Но когда они до некоторой степени разъединяются вторым преломлением, то каждый виден в его собственной форме. И также с другими.

Заметив это, я решил испытать, что произойдет при многих преломлениях, рассуждая, что при повторных преломлениях цвета должны меняться все больше и больше, если отдельные лучи испытывают некоторое внутреннее изменение. Наоборот, если лучи меняются не внутренним образом, а вследствие расхождения неоднородных лучей из смеси, то, чем больше разведены и

разъединены они, тем меньше будут кажущиеся изменения при повторных преломлениях. Вследствие этого цвета будут выходить более простыми, и испытывающий будет иметь второй случай. Когда я перехватил некоторую часть лучей, пропускаемую второй призмой *abc*, при помощи третьей призмы на расстоянии нескольких футов, то цвет, пропускаемый снова, настолько сохранился, что если, по рассуждению, он и испытывал некоторое изменение, то, по суждению чувств, я не мог его



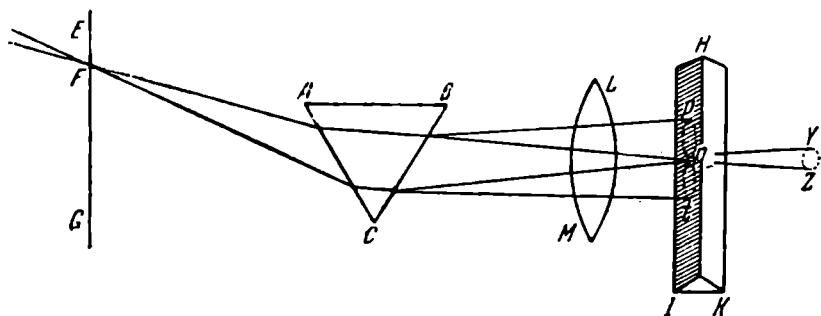
Фиг. 72.

заметить. Затем я попробовал, не может ли четвертое преломление внести заметное изменение, однако напрасно. Впрочем нужно остерегаться делать отверстия *F* и *G* и прочие, через которые проходит свет, больше, чем требуют цвета для ясного прохождения.

Есть и другой метод, коим можно разъединить различные цвета, чтобы исследовать их разъединенными. Уже вначале был изложен опыт, в котором изображение Солнца *PT* благодаря сжатию каждого из круглых изображений, слагающихся в продолговатое, становится более вытянутым, чем прежнее, ибо в сжатом изображении *pt* (фиг. 72), содержащем столько же кругов с теми же центрами, как и в большем изображении *PT*, круги совпадают меньше. Так *AC* и *EF* совпадают в части *HI*, когда же они сжимаются в меньшие круги *ac* и *ef*, то видно, что во всех частях они удалены друг от друга, и так же другие. Поэтому, поскольку круги, освещаемые различными родами лучей, сливаются теперь меньше, постольку цвета выходят менее смешанными, хотя и не совсем простыми, так как круги, расположенные между *ae*, *ef* и другими, могут совпадать некоторыми своими частями. По этой причине многие цвета могут быть смешанными до некоторой степени, как

лазурный и индиго в синем, алый, киноварь, а может быть, и лимонный в красном и также в других. Но смесь будет уменьшаться, чем больше сжимается по ширине изображение *pt*.

Я расположил призму *ABC* (фиг. 73) вместе с линзой *LM* на расстоянии почти десяти футов от отверстия *F*, через которое Солнце освещало помещение. Лучи, пройдя два эти стекла, образовывали желаемое сжатое изображение *pt* на расстоянии оттуда приблизительно



Фиг. 73.

в десять футов. Линза *LM* была такой, что собирала параллельные лучи в фокус на расстоянии пяти футов от нее. Затем я поставил другую призму *HIK*, затянутую черным покровом с отверстием в *n* (как сказано). Я установил призму на изображение *pt* там, где цвета по ширине были сжаты больше всего и казались отчетливо ограниченными, и пропускал их по произволу через *n* к стене или на бумагу *YZ*. Расположив так, я наблюдал, что цвета таким способом менялись много меньше при повторных преломлениях, чем в предшествующих опытах. Если через *n* проходит краснота, то она же видна в *YZ* без какого-либо другого цвета, исключая различных степеней красноты, алого и киновари. Так же и зелень различалась только по различным степеням, склоняющимся с одной стороны к желтоватой зелени, с другой к лазури, но изображение ни в какой своей части не может превратиться в желтое или синее, или в какие-либо иные цвета. То же самое касается и других цветов.

Я наблюдал затем, что по мере того как отверстие  $F$  становилось уже и вследствие большего сжатия изображения  $pt$  цвета выходили более простыми, цвета, отбрасываемые к  $YZ$ , делались при этом менее изменчивыми. Когда отверстия были не шире двенадцатой части дюйма, то не наблюдалось почти никакого заметного изменения за исключением только того отличия, что свет при  $pt$  был сильнее (вследствие большего сжатия), чем при  $YZ$ . Поэтому полагаю, нельзя сомневаться, что цвета выходили бы совершенно неизменными через отверстия  $F$  и  $n$  бесконечной малости, если бы их можно совсем разделить на простые.

Это подтверждалось также тем, что когда я поместил линзу  $LM$  около черного покрова, с круглым отверстием посередине шириной почти в половину дюйма, то фигура изображения  $YZ$  получалась почти круглой и тем круглее, чем более я сжимал отверстие  $F$ . Прошу это заметить, так как опыт весьма поясняет, что причиною разведения изображения  $TP$  в длину является не что иное, как различная преломляемость лучей различных цветов.

Впрочем для большего уяснения и умножения доказательств предложения о первоначальных цветах, обращаю внимание на то, что круги  $AC$ ,  $EF$ ,  $YZ$  на фиг. 71, 72 и прочие сначала распространяются, а затем, наоборот, отходят в последующих областях около линии, проходящей через центры всех кругов, достигая наконец параллельных прямых  $AB$  и  $CD$ , коими ограничено изображение с обеих сторон. Так,  $AC$  и  $EF$ , взаимно пересекаясь в  $H$  и  $I$ , после этого отходят, совсем не совпадая в треугольниках  $AHE$  и  $CIF$ . Итак, цвета около самых границ  $AB$  и  $CD$  совсем простые. На этом основании я могу извлечь предложение, что круги эти, как только они отходят от границ, пересекаются между собою столь сильно, что цвета, при некоторой заметной ширине, уже не разъединяются достаточно удобно для опыта. Этот вопрос лучше разобрать так.

Из показанного ранее следует, что фигуры, из коих составлено расположение в длину изображение  $PT$ , суть круги вследствие того, что солнечный диск круглый. Отсюда, если бы этот диск был треугольным или ограничивался каким-либо иным, не круговым,

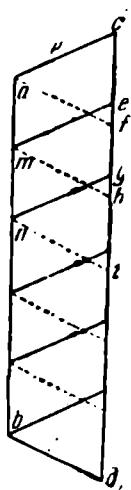
периметром, то и указанные фигуры были бы треугольными или какими-либо иными, ограничивающими изображение Солнца. Так же можно рассуждать об отверстии *F* и о фигурах наподобие этого отверстия, из коих, одинаково расположенных в длину, составлено изображение *pt*. Заметив это, замени круглое отверстие *P* треугольным, высота коего, например, пусть будет больше дюйма, основание равно третьей или четвертой части дюйма, а бедра равные. Если призма *ABC* параллельна перпендикуляру к этому треугольнику, то четырехстороннее изображение *pt* (фиг. 74) образуется из треугольников

*caf*, *emh*, *gni* и бесконечно многих прочих. Основания этих треугольников расположены по линии *cd*, где части взаимно сообщаются более всего; отсюда до вершины постепенно происходит расхождение, пока в вершинах, расположенных на прямой *ab*, они не разойдутся полностью; поэтому там выходят простые цвета.

Я наблюдал также, что простые, или первоначальные, цвета около границы *ab* хотя и более слабые, однако (по суждению чувства) являли тот же вид, как и сложные у границы *cd*. Причина сего состоит в том, что какой угодно первоначальный цвет может получиться смешением цветов с обеих границ, как будет ясно из дальнейшего. Заметные степени этих цветов, которые таким образом являются первоначальными, следующие:

алый, или пурпуровый,<sup>87</sup> киноварь, лимонный, шафранный или солнечный, желтоватая зелень, травянистый, лазурный, голубой, индиго и фиолетовый некоторого рода, простирающийся до конца изображения и являющийся без примеси какого-либо красноватого блеска, если помещение хорошо затемнено.<sup>88</sup>

Я наблюдал далее, что цвета, видимые около границы *ab*, я не мог привести к какому-либо заметному изменению повторными преломлениями. Затем я попробовал, нельзя ли их изменить каким-либо другим способом, отражая от тел, окрашенных различным образом. Но это было напрасным, ибо (при полном устраниении лиш-



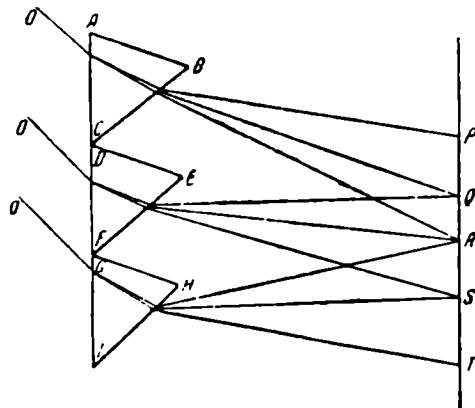
Фиг. 74.

него света) если синевидные лучи падали на золото, то это золото являлось в синем цвете, если желтовидные лучи падали на индиго, то индиго желтело. И так с прочими. Отсюда полагаю, что это предложение более чем достаточно установлено.

### ПРЕДЛОЖЕНИЕ III

*Белые и черные цвета вместе с пепельными или промежуточными темными рождаются беспорядочным смешением отдельных родов*

Справедливость утверждения ясна из предшествующего предложения, ибо цвета, не относящиеся к первоначальным (которые не оказываются среди перечисленных), необходимо должны образоваться сложением. И я не затрудняюсь в еще более широком доказательстве



Фиг. 75.

этого. Самое лучшее — это составить свет, цвет коего является белым, из лучей с различными цветовыми качествами и разными преломляемостями, откуда станет несомненной причина белого. Итак, теперь предполагается доказать, что при должном смешении всех всевозможных цветов, образуемых призмой, получается белизна. Я предполагаю изложить многие способы в порядке придуманных мною для такого совершенного смешения.

Первым делом я начал опыт с несколькими призмами, расположенными так, что цвета их падали в одно и то же место и там смешивались между собою. Пусть  $ABC$ ,  $DEF$  и  $GHI$  (фиг. 75) суть три призмы, расположенные рядом и параллельно так, что вторая из них  $DEF$  рас-

положена к двум другим  $ABC$  и  $GHI$  по образу трех линий, составляющих греческую заглавную букву  $\Sigma$  (*сигма*). Свет, свободно проходящий через каждую призму, падает на бумагу  $PT$ , поставленную сзади на расстоянии одного или двух футов. Отбросив таким образом цвета всех призм на  $PT$ , нужно вращать призмы вокруг их собственных осей, тогда будет видно, что цвета сближаются или расходятся. Посему надо поворачивать до тех пор, пока положение призм будет такое, что краснота одной призмы  $ABC$  совпадет с пурпуром другой  $GHI$  или цвет индиго с зеленью третьей призмы  $DEF$ , как это происходит у  $R$ . Тогда можно заметить, что из смеси этих цветов образуется белизна, у  $P$  видны будут пурпуровый и синий, у  $T$  красный и желтый и у  $R$  белый.

Впрочем в опытах этих нужно соблюдать осторожность. Во-первых, если углы призм в плоскостях преломления  $ABC$ ,  $DEF$  и  $GHI$  не равны, то ту призму, угол которой  $GHI$  наибольший, надо поставить с наружной части угла, содержащего падающий и преломленный лучи, а во внутренней части надо поставить призму, угол которой  $ABC$  наименьший.

Во-вторых, отверстия, пропускающие свет через призмы, должны быть большими; надо, чтобы проходящий свет был виден через всю призму, без каких-либо препятствий; не надо также, чтобы опыт происходил в темноте, как требуется в других многих опытах.

В-третьих, бумага  $PT$ , на которую падают цвета, не должна находиться слишком далеко от призм, достаточно расстояние много меньше двух футов. Отверстие и расстояние нужно установить так, чтобы цвета лучше смешивались, составляя более совершенную белизну.

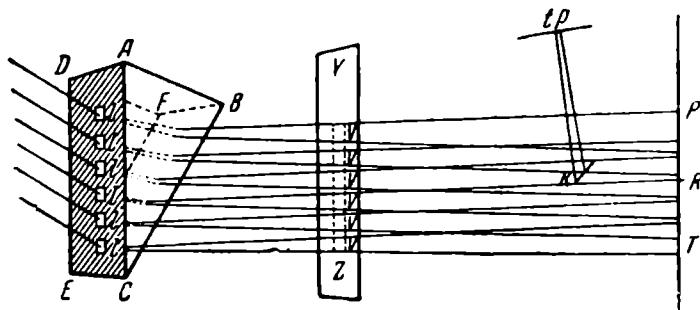
В-четвертых, для того чтобы цвета при  $R$  смешивались легче и достаточно, призму  $ABC$  нужно поставить в некоторое такое положение, чтобы лучи, как входящие, так и выходящие, испытывали одинаковое преломление, и в этом положении призму следует закрепить. Нужно затем перехватить ее цвета на расстоянии двух футов или, лучше, на таком, где между ее желтым и синим исчезнет промежуточная белизна. Засим надо закрепить другую призму  $GHI$  в таком положении, чтобы ее пурпур подходил к красноте призмы  $ABC$ , не совпадая, однако,

чтобы можно было заметить линию соприкосновения. Затем закрепим призму  $DEF$  так, чтобы середина ее цветов падала на сказанную линию соприкосновения. Это соприкосновение легко заметить, если задержать входящий свет прочих призм. Наконец, бумагу  $PT$  нужно передвигать немного вперед и назад до тех пор, пока не будет видна совершенная белизна, образующаяся в середине цветов у  $R$ . Что белизна слагается из различных цветов, следует из того, что если задержать цвета одной или двух призм, прежде чем они достигают бумаги, то на месте белизны, которой больше нет, ясно заметим цвета.

Наконец, если желательно, чтобы цвета призм смешивались совереннее, то можно взять много призм, если они под рукой, однако итог не оправдывает ожиданий по сравнению с тремя призмами. Ибо цвета каждой призмы, рассматриваемые в отдельности, совсем не простые, но зеленый и красный заметно примешаны к желтому и пурпурному к зеленому и синему и так же для прочих, как будет показано в дальнейшем. Отсюда же следует, что при опыте с тремя призмами в  $R$  смешиваются не только три цвета, красный, зеленый и индиго, но также синий и желтый со всеми промежуточными степенями, составляя белизну.

Расположить столько призм в точное положение может оказаться трудным и долгим делом вследствие движения Солнца и других неудобств, если не иметь какой-либо машины, построенной для закрепления призм в желанном положении. Я предлагаю, однако, другой способ, посредством которого можно разрешить эту задачу легче и с одной призмой. Возьми бумагу или другой темный тонкий материал в виде пластины и прорежь в нем шесть или больше продолговатых щелей, параллельных между собою; длины их пусть будут равными или несколько большими расстояний между ними. Затем эту бумагу нужно укрепить на одной из плоских сторон призмы. Пусть такая сторона, покрытая бумагой, есть  $ACED$  (фиг. 76), щели же, вырезанные в бумаге, обозначены буквами  $I$ . Положение их параллельно  $EC$  — пересечению преломляющих сторон призмы, или вершине призмы. Бумага же должна быть больше, чем плоскость  $ADEC$ , чтобы свет, проходящий где-либо, помимо сказанных щелей,

не мешал опыту. Затем призма ставится на солнечный свет так, чтобы лучи входили в нее через сказанные щели и после преломления выходили из нее; в этом положении призма закрепляется. Сделав это, возьми другую бумагу  $PT$ , которую надо держать за призмой на расстоянии двух или трех дюймов, так чтобы на ней оканчивался свет. Тогда будет видно столько же линий цветов, сколько имеется продолговатых щелей  $I$ , причем каждая линия дает столько же цветов, сколь-



Фиг. 76.

ко обычно появляется по свойству призм. Ибо любая щель выполняет обязанность одной из призм в предыдущем опыте и образует собственные цвета, синий, красный и прочие, как будто бы было столько же призм, сколько имеется щелей. Если затем относить бумагу  $PT$  дальше от призм, то будет видно, как сказанные цветные линии понемногу расширяются, а промежуточные пространства уменьшаются, пока они не захватятся соприкасающимися цветами. Если относить бумагу еще дальше, то цвета, получаемые от разных щелей, начинают все больше смешиваться, красный с синим прежде всего, а затем и иные с иными. Так они понемногу размывают друг друга, до тех пор пока смесь не станет достаточно совершенной, превращаясь в белизну, за исключением концов  $P$  и  $T$ , где нет почти никакого смешения и встречи. Это происходит, когда бумага  $PT$  отодвигается на расстояние в десять или двенадцать раз больше  $AC$  или  $BC$ , длины плоскостей призмы. Ибо если отодвигать

бумагу еще дальше, то хотя смешение разнородных лучей и происходит, может быть, совершеннее, однако цвета пурпуровый и синий у  $P$  и желтый с красным у  $T$  становятся шире, и промежуточное белое пространство уменьшается до тех пор, пока полностью не уничтожится, будучи занятым скаванными цветами.

В этом опыте нужно тщательно соблюдать, чтобы продолговатые отверстия  $l$  были точно одинаковыми и расставленными на равные расстояния между собою, чтобы в одно отверстие не мог проходить более обильный свет, чем в другое, вследствие чего образуемые им цвета имели бы преимущество перед прочими и мешали совершенной смеси. Вместо белизны, таким образом, получались бы цвета, случайно разбросанные здесь и там. Расстояние между щелями  $l$  и их длину не плохо брать равными приблизительно двенадцатой части дюйма или, может быть, больше, если имеется достаточно обширная призма. Если также желательно, чтобы опыт был совершенным во всех отношениях, то, вместо обычных продажных стеклянных призм (которые слишком тонки), должно применять более обширные призмы, которые можно сделать из стеклянных пластинок, полированных с обеих сторон и соединяемых по образу призмовидного сосуда. Этот сосуд нужно заполнить самой прозрачной водой и закрыть отовсюду kleem. Ширина призмы не очень важна, достаточно если она будет равной трем дюймам. Но преломляющие стороны должны быть длиною четыре или шесть дюймов или больше, чтобы сказанные щели  $l$  с расстояниями между ними были больше, многочисленнее и точнее. С обычными продажными узкими призмами внешние цвета у  $P$  и  $T$  ранее уничтожают промежуточную белизну, чем она успевает улучшиться при от движении бумаги  $PT$ . И, кроме того, белизна постоянно и много окрашивается стеклом каким-нибудь цветом, зеленым или желтым; и лучи при прохождении окрашиваются так, что получить совершенную белизну нельзя.

Я слышу теперь, однако, возражение, почерпнутое из принятых мнений философов. Кое-кто говорит, что, выражаясь правильно и точно, цвета не смешиваются, а скорее уничтожаются; и это по той причине, что

соседняя тень, необходимая для образования цветов, устраняется, когда лучи, проходящие через разные щели, начинают смешиваться, а также потому, что при таком смещении лучей, движение коих не согласуется между собою, неизбежно, что движения взаимно уничтожаются; если же движение прекращается, то гибнет и всякий цвет, превращаясь в белизну. Так, какой-нибудь картезианец,<sup>84</sup> может быть, станет утверждать, что при смещении шаров с взаимно противоположными вращениями неизбежно они будут мешать друг другу, уничтожая взаимно движение. А другие будут приводить иные возражения.

Однако готовы многочисленные отвсты и, во-первых, тот, что тени между цветами исчезают при начале движения бумаги *PT*, цвета же не погибают и ни мало не изменяются, пока они не начнут смешиваться при большем удалении бумаги, белизна же не образуется до тех пор, пока еще на большем расстоянии смесь лучей всех родов не станет совершенной. Посему граница тени не необходима для получения цветов, и белизна не получается при удалении тени.

Во-вторых, цвета, смешивающиеся первыми, именно пурпуровый или фиолетовый и красный, кажутся наиболее разнородными изо всех, так как занимают противоположные границы цветов. Однако они не уничтожают друг друга вследствие их противоположных движений и не образуют белого цвета, пока с ними не смешаются и все прочие цвета.

В-третьих, каждый может наблюдать и без всякой помехи, что цвета совсем не меняются при прохождении лучей через какую-либо светящуюся среду: так призматические цвета остаются теми же, проходят ли они через освещенное пространство, или через темные сумерки. И каждая вещь кажется одинаково окрашенной, рассматривать ли ее при пропускании света Солнца через промежуточное пространство, или при устраниении его. Иначе было бы, если бы свет мог действовать на свет, проходящий в той же среде.<sup>89</sup> Поэтому, если лучи, преломленные в двух призмах, пересекаются, а затем снова становятся раздельными, они проявляют такие же цвета, как и другие лучи, совсем не смешивавшиеся. Это не могло бы произойти, если бы лучи,

окрашенные различными цветами, вызывали бы друг в друге какое-нибудь изменение при прохождении в той же среде.

В-четвертых, закрепив бумагу *PT* на том расстоянии, где цвета лучше всего составляют белизну, помести другую бумагу *YZ* на расстоянии в два или три дюйма от призмы; отметь на ней окрашенные линии, затем вырежи те части бумаги, на которые падали сказанные линии. Таким образом получаются продолговатые щели *v*, *v*, *v*, *v*, *v*, *v*, параллельные и равные, равной ширины и на равных расстояниях. Затем эту бумагу *YZ* надо поставить опять на ее место, на расстоянии приблизительно три дюйма от призмы, так чтобы через ее щели окрашенный свет проходил к другой, более удаленной бумаге *PT*. Сделав это, можно наблюдать при небольшом опускании бумаги *YZ*, так чтобы пурпуровый и синий цвета задерживались верхними краями щелей, а остальные лучи пропускались, что белизна на бумаге *PT* превращается в красный цвет или лимонный, или желтый. Если бумагу поднять так, чтобы красные и желтые задерживались нижними краями щелей, остальные же пропускались, то белизна превратится в пурпур, индиго и синий. Происходит то, что должно быть в смеси цветов: ибо если убрать один из смеси, то другие должны восстановить собственный вид и форму.

В-пятых, убери бумагу *YZ*, оставляя остальное, и проколи другую бумагу *PT* в середине белизны иглой, так чтобы свет проходил через это отверстие в белом и затем принимался на другую бумагу, поставленную на расстоянии от *PT* в четыре или шесть дюймов. Вместо белизны снова появятся цвета. Я не вижу, каким образом могут вновь образоваться цвета, если они уничтожены при получении белого, а не смешаны. Итак, следует заключить, что происходит смешение и что лучи, окрашенные разными цветами и идущие от разных щелей *I*, *I*, пересекаются в сказанном отверстии, сделанном иглой, и после этого вновь расходятся, постепенно разъединяясь.

Разъединяясь, они вновь рисуют собственные цвета, как это пространнее будет объяснено после. Далее, таким же способом, если поставить какое-нибудь

маленькое, плоское зеркало  $K$  в середину белизны, создаваемой на бумаге  $PT$ , так чтобы некоторые из создающих белизну лучей отразились в другое место, например в  $pt$ , то белый свет, отраженный так, вырождается в цвета, которые можно видеть, отбрасывая на бумагу в  $pt$ . Ибо лучи, окрашенные различными цветами и смешанные в белизну на зеркале  $K$ , наклонены друг к другу, так как они приходят от различных щелей  $l, l, l, l, l, l$ . Поэтому они расходятся от зеркала после отражения так же, как сходились до этого. Расходящиеся лучи понемногу разъединяются; будучи же разъединенными, они проявляют собственные цвета не иначе, как если бы они не смешивались. Вытекает, следовательно, что в смеси разноцветных лучей расположения к образованию разных цветов при появлении белизны не уничтожаются, но смешиваются между собой.

Засим, если сильно наклонить пластинку  $K$  к падающим лучам, то она больше не кажется белой, но насыщается красным или синим цветом, смотря по тому, наклоняется ли она к вертикальному углу, или к основанию призмы. Этого не могло бы произойти никак, если бы белый свет, коим она освещается, был однородным, ибо белые и зеркальные тела, отражая свет, не меняют его цвета. Можно показать, что это происходит, когда лучи падают на зеркало очень отлого и из немногих отлого падающих лучей в неравно отраженном свете в большем изобилии имеются менее отлогие, которые поэтому преобладают и обнаруживают собственный цвет, что не могло бы произойти, если бы при образовании белого света падающие лучи не столько смешивались с другими цветами, сколько, вернее, превращались в однородную белизну. Кстати заметь, что для выполнения этого опыта лучше брать не полированную пластину, но с несколько шероховатой поверхностью (такова серебряная монета, бумага и пр.).

Кроме того, хорошо известно, что при смешении между собою разноцветных порошков получается новый цвет. Однако если такие порошки рассмотреть в микроскоп, то все они видны окрашенными в собственные цвета. Таким образом, в смеси порошков собственные цвета не разрушаются, но вследствие смешения возни-

кают некоторые новые цвета, таким же образом как из порошков получаются цвета из смеси призматических цветов. Так, синий порошок с желтым производят зелень, и такая же зелень получается из смеси лучей, окрашенных синим и желтым. Поэтому нет сомнения, что новые цвета возникают из соединяющихся призматических цветов не по сходству, но смешением. Впрочем, чтобы не оставлять места сомнениям, я смешал порошки главных цветов, порождаемых призмой, красного, желтого, зеленого, синего и пурпурового, в некоторой пропорции, и хотя совершенно белого не получилось, однако цвета эти производили некоторый род тусклой и темной белизны, средней между совершенной белизной и чернотой.

Это подкрепляет наше предложение не меньше, чем если бы получался совершенный белый, так как этот темный отличается от совершенного белого количеством света, а не видом цвета, что явствует из того, что он получается из совершенного белого, если умерять его чернотой, и не следует ожидать, как я убедился, другого, кроме темного цвета, из смешения порошков такого рода. Ибо цветные порошки пропускают большую часть света, отражая почти тот, который способен к проявлению собственных цветов, как покажу позже. Смесь же порошков пропускает также большую часть света. Поэтому, вместо совершенной белизны, должен порождаться тот цвет, который получается из смеси белизны и черноты, т. е. темный. Однако же я не отрицаю, что, может быть, имеются такие порошки, особенно среди минералов, которые отражают столько света, что при смешении их получается белизна более совершенная, чем я до сих пор видел в смесях. Далее, из того, что я смешивал порошки, окрашенные только пятью главными цветами, не следует думать, что белизна получается только из пяти цветов; она получается из всех видов. Ибо в главных цветах всех тел скрываются примешанными другие, менее сильные, которые нельзя различить отдельно от главных; так, в синем порошке скрываются голубой и индиго и в некоторых степенях все прочие, до зеленого, и, может быть, с одной стороны, желтый и яркий пурпуровый — с другой; виден один только голубой, потому что он много обильнее прочих.

Изложив эти опыты, напомню, кроме того, что летающие туда и сюда частицы, которые можно наблюдать в солнечных лучах, обнаруживают различные цвета, если за ними внимательно наблюдать в комнате, всюду закрытой для света, кроме одного отверстия, через которое светит Солнце. Когда же эти пылинки собираются в кучу, то не видно никакого цвета, кроме темного.<sup>90</sup>

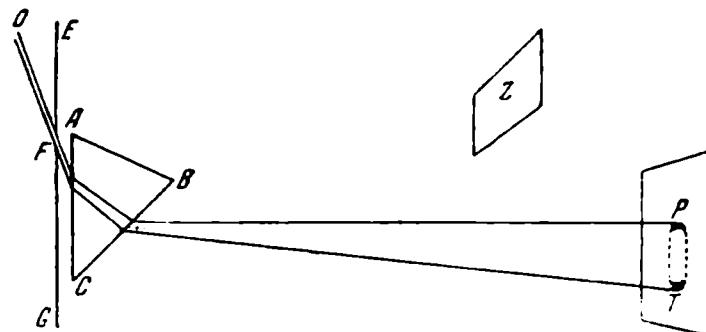
Не менее подходящее наблюдение с водою, в которой растворено мыло. Если ее, несколько загустив, движением вспенить, пока пена не установится, то в отдельных пузырьках, из скопления коих она составлена, видны, если внимательно смотреть, бесчисленные цвета всех родов. Между тем при рассматривании на таком расстоянии, с которого нельзя различать цвета отдельных пузырьков, пена кажется совершенно чистой.

Итак ясно, что призматические цвета в действительности не уничтожаются, образуя белизну, но только смешиваются; когда сходящиеся лучи перекрещаются и затем вследствие последующего расхождения вновь разъединяются, то они обнаруживают собственные цвета, так как одни отражаются обильнее других. Также беловатый цвет из смеси сказанных порошков всевозможных цветов и более совершенный белый из разноцветных пузырьков получаются без какого-либо изменения входящих цветов. Для того, однако, чтобы ясна была важность постулированного, чтобы нельзя было сдвинуть ни единого камня по сравнению с предшествующими способами сложения белизны, произведем третий и четвертый опыты, которые выполнить легче, чем описанные ранее, и кои имеют, может быть, большую убедительность.

Положим, что Солнце освещает помещение через единственное отверстие *F* (фиг. 77), у которого закреплена призма *ABC*, преломляющая входящий свет к *PT*. Вблизи цветов, отброшенных таким образом на бумагу *PT*, помести другую бумагу *Z*, чтобы она освещалась окрашенным светом, отражаемым бумагой *PT*. Если сделать так, то бумага *Z*, освещаемая лучами всех цветов, беспорядочно отражаемыми от *PT*, покажется белой. Из этого испытания, наиболее ясного и простого, полезно вывести следствия.

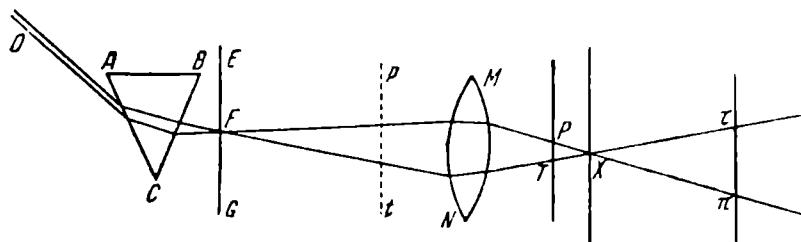
Во-первых, если убрать бумагу  $PT$ , так чтобы она более не отражала света к  $Z$ , а следовательно, при недостатке света на  $Z$ , убедишься, что  $Z$  освещалась только цветным светом, отражаемым  $PT$ .

Во-вторых, если держать бумагу  $Z$  очень близко к  $PT$ , чтобы одна часть ее более освещалась одним цве-



Фиг. 77.

том, а другая другим, то  $Z$  уже не будет казаться белой, ее части будут окрашиваться всеми цветами, которые к ней ближе всего. Если же перенести  $Z$  на большее расстояние от  $PT$ , так чтобы все ее части освещались почти одинаково всеми цветами, то из такой смеси цветов образуется белый. По той же причине

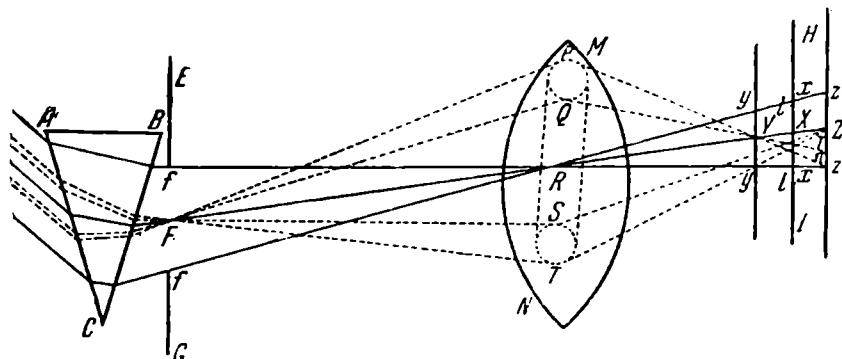


Фиг. 78.

если задержать какой-либо из цветов, идущих к  $PT$ , так чтобы он не отражался к  $Z$ , то  $Z$  уже не будет белеть, но получится цветным, соответственно смеси, которую составляют прочие цвета, падающие на  $PT$ .

Наконец, что белый на  $Z$  образуется не уничтожением цветов, а только смешением, явствует из того,

что цвета  $PT$  различаются благодаря падающим лучам не без посредства смешивающего глаза, как и бумага  $Z$ . Если бы цвета скорее разрушались, чем смешивались в  $Z$ , то они должны бы разрушаться и на роговой оболочке глаза или на зрачке, где несомненно они смешиваются и, пересекаясь, расходятся затем к разным частям ретини, возбуждая там собственные образы. Если бы, наоборот, при беспорядочном прохождении в том



Фиг. 79.

же пространстве лучи, окрашенные различными цветами, могли бы действовать между собою и менять расположения к проявлению собственных цветов, то цвета всех вещей были бы перемешаны и превращались бы взаимно один в другой при прохождении через воздух, ибо всюду встречаются лучи других тел всевозможных цветов. Так не было бы никакой достоверности, никакого постоянства в цветах видимых тел.

Для того чтобы описать четвертый способ, коим можно смешать цвета в белизну, полагаю, что  $ABC$  (фиг. 79) есть призма, поставленная снаружи перед отверстием  $F$ , пропускающим преломленный свет в затемненное пространство к  $MN$ . Затем возьми выпуклую линзу  $MN$ , фокус которой находится на расстоянии полуфута либо одного-двух футов (таков стеклянный объектив двухфутовой перспективы), и поставь ее немного дальше за отверстием  $F$ , чем фокус; это для того, чтобы окрашенный свет прошел затем через нее, как видно на схеме; ширина, или отверстие линзы, пусть такова, чтобы она пропускала все лучи. Затем, поста-

вив линзу в сказанное положение и укрепив бумагу  $PT$ , на которой оканчиваются преломленные лучи, сначала помести бумагу вблизи линзы, а затем постепенным движением перенеси ее на большее расстояние. Тогда увидишь, что пурпуровый цвет  $P$  и красный  $T$  сжимаются и уменьшаются до тех пор, пока все цвета не превратятся в белый, например, в  $X$ , положим, в четырех или шести футах, или еще дальше от линзы согласно ее выпуклости или положению. Если затем продолжать переносить бумагу, то цвета возникают вновь, но в обратном положении: красный виден у  $\tau$ , а пурпуровый у  $\pi$ , и нет никакого различия между цветами у  $PT$  и  $\pi\tau$ , кроме обратного положения. Линза  $MN$  производит то, что все лучи, излучаемые из какой-либо точки отверстия  $F$ , собираются в такой же точке на бумаге  $X$  и таким образом все множество родов, как пурпуровые у  $P$  и красные у  $T$  и другие, производящие иные цвета, сходятся в  $X$  и там беспорядочно смешиваются, порождая белизну; об этом белом и круглом изображении я упоминал выше. После сего, пересекшись в  $X$ , лучи  $PX$  стремятся к  $\pi$  и  $TX$  к  $\tau$ , так что цвета вырисовываются у  $P$  и  $\pi$  одними и теми же лучами  $P\pi$  и также  $T$  и  $\tau$  — теми же лучами  $T\tau$  и соответственно для других. Отсюда снова вытекает, что расположения разнородных лучей к образованию разных цветов не разрушаются при их смешении, вследствие чего они рисуют при разъединении то же, что до смешения.

Далее, если задержать лучи некоторых цветов, помещая в промежутке, около линзы  $MN$ , какое-нибудь темное тело и заставляя некоторые цвета отсутствовать, то никоим образом не увидишь задержанных цветов ни на бумаге  $PT$  ни на  $\pi\tau$ ; белизна на  $X$  разрушается, и вместо нее возникает какой-нибудь цвет, создающийся смешанием проходящих лучей. Так, если задержать лучи, проявляющие красный в  $N$ , то исчезает красный  $T$  и  $\tau$ , а белый  $X$  превращается в синий. Если же задержать красный в  $N$  и пурпуровый в  $M$ , а пропустить промежуточные желтый, зеленый и синий, то из их смеси в  $X$  получается зелень. Так, пропуская одни и произвольно задерживая другие, можно получать любые смеси и изучать, какие при этом возникают цвета, если сочтешь опыт этот достойным труда.

Для того чтобы видеть важность этого опыта, нужно, чтобы он был обдуман с большой тщательностью и вполне понят так, чтобы одновременно дополнилось и обнаружилось многое о цветах, что скрывается в одном этом опыте. Я, не задерживаясь, перехожу к более подробному описанию смешения лучей в  $X$  и затем к изложению других сведений, достойных внимания знатоков. Итак, рассмотрим такие преломления в призме, вследствие коих лучи падают в разные круги на линзе  $MN$ , испытывая различные степени преломления, согласно объясненному выше. Пусть  $PQRST$  (фиг. 79) есть удлиненное изображение, составленное из сказанных кругов и отбрасываемое на линзу. Двумя крайними из кругов являются пурпуровый  $PQ$  и красный  $ST$ . Затем пусть  $fFf$  есть диаметр отверстия, через которое свет проходит в линзу. Сначала рассмотрим какуюнибудь точку  $F$  этого отверстия, идущие от которой лучи образуют сказанные круги  $PQ$ ,  $ST$  и все изображение  $PT$ . Кроме того, поскольку лучи, образующие каждый из этих кругов, однородны, положим, что линза имеет такую фигуру, что все лучи, относящиеся к одному такому кругу (положим, красному  $ST$ ), она преломляет точно к некоторой точке  $Z$ . Это можно было бы сделать линзой, ограниченной выпуклой гиперболой, а также для линз, образованных иначе, как учит Картезий в «Диоптрике» и «Геометрии». Итак,  $Z$  есть фокус лучей  $FS$ ,  $FT$  и прочих однородно красных, и проведенная прямая  $FZ$  будет осью линзы. Далее, поскольку лучи  $FP$ ,  $FQ$  и прочие, образующие круг на другом конце  $PQ$ , обнаруживают пурпуровый цвет, они поэтому преломляются более, чем другие, идущие к  $ST$ . Поэтому они выходят к точке несколько более близкой, чем  $Z$ , например к  $Y$ , как легко видеть, если вспомнить, что фокусы линз тем ближе к ним, чем больше их преломляющая сила. Отсюда вытекает, следовательно, что лучи, разнородные по цветам и преломлениям, сходятся к различным фокусам. Однако считается, что одна и та же линза не может обладать многими фокусами, и, поскольку мы предположили, что  $Z$  есть фокус, в котором точно сходятся все лучи, принадлежащие к красному кругу  $ST$ , поскольку лучи, относящиеся к другому, пурпуровому кругу  $PQ$ , не могут сходиться.

точно в их фокусе  $Y$ . Однако их схождение на оси около  $Y$  тем точнее, чем точнее наблюдение и опыт.

Если поставить сферическую выпуклую линзу  $MN$ , то ни один из фокусов  $Y$  или  $Z$ , строго говоря, не может быть точным. Однако для настоящей цели их позволительно считать точными. Итак, положи, что лучи, идущие к  $PQ$  и  $ST$ , сходятся в  $Y$  и  $Z$ , там пересекаются и снова расходятся. Отсюда ясно, что эти два пучка лучей сходятся и смешиваются в промежуточном пространстве фокусов  $Y$  и  $Z$ , у  $t$ , если положить, что центр линзы  $R$  находится между кругами  $PQ$  и  $ST$ . Таким же способом лучи прочих родов сходятся в других фокусах между  $Z$  и  $Y$ , тем больше приближающихся к  $Y$ , чем больше преломление, испытываемое ими. Так, фокус зеленовидных лучей падает в середину пространства, около  $X$ , лучи же синевидные сходятся ближе, между  $X$  и  $Y$ , а желтовидные дальше, между  $X$  и  $Z$ , прочие же промежуточные цвета — в промежуточных пространствах, причем пучки их пересекаются между собою по ту и другую сторону от места  $t$ . Эти пересечения тем плотнее, чем ближе они происходят к  $t$  и чем меньше пространство  $Xt$ , через которое проходят все лучи, исходящие из одной точки  $F$ . Не иным способом лучи, идущие от какой-либо другой точки отверстия, например  $f$ , если они красновидные, сходятся у  $Z$ , если пурпуроголубые у  $y$ , и в других промежуточных точках, если они промежуточных родов; схождение их наиболее плотное в среднем месте, например  $xl$ . Отсюда следует, что для лучей, исходящих из всего отверстия  $fFf$ , фокусы наиболее преломляемых будут лежать на поверхности  $uYu$ , ближайшей к линзе, а фокусы наименее преломляемых будут лежать на другой поверхности  $zZz$ , наиболее удаленной от линзы, фокусы же лучей средне преломляемых будут лежать на других, промежуточных поверхностях. Таким образом, все фокусы всех лучей займут все пространство  $uzzu$ , захватываемое поверхностями, и в нем главным образом лучи будут пересекаться и смешиваться.

Теперь на основании этого описания следует проверить наблюдением, что если бумагу  $Hl$  держать в середине указанного пространства  $uzzu$ , где кончаются лучи с наибольшей плотностью и с наиболее совершен-

ной смесью для образования белизны, то лучи зеленовидные, идущие к фокусам, расположенным на бумаге, будут падать на нее между буквами  $xx$ , лучи же красновидные, идущие к  $ST$  и стремящиеся, как сказано, к фокусам, расположенным на поверхности  $zzz$ , будут падать на бумагу между буквами  $ll$ , стремясь от  $PQ$  к фокусам, расположенным на поверхности  $yy$ . Прочие же лучи упадут на другие пространства, промежуточные между  $xx$  и  $ll$ , и тем ближе к  $xx$ , чем меньше отстоят фокусы их от бумаги. Отсюда вытекает, что не все пространство  $xXtl$  должно быть белым, но только средняя, внутренняя часть его, расположенная между буквами  $x$  и  $l$ , в которой смешиваются все цвета. На границе же от  $x$  к  $H$  падают только зеленовидные лучи, окрашивая посему этот конец зеленью. На другом конце к  $I$  зелень совсем не примешивается, там есть только пурпур и краснота.

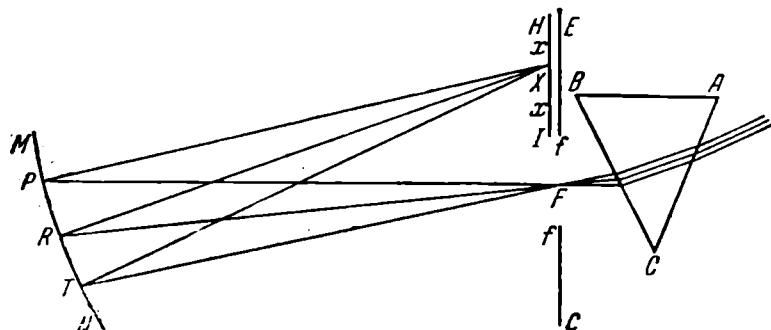
После сказанного легко понять, что при небольшом перемещении бумаги в ту и другую сторону, на конце изображения должны, кроме зелени, появляться другие цвета в направлении к  $H$ . Так, очевидно между  $P$  и  $u$  появится снаружи пурпуровый, между  $u$  и  $x$  синий и зеленый у  $x$ , затем желтый между  $x$  и  $z$  и, наконец, красный у  $z$ , и после этого то же самое. На другом же конце изображения, расположенном у  $I$ , внешним будет красный, от  $T$  до  $l$ , где он смешивается с пурпуром. Эта смесь дает некий бледный цвет, склоняющийся то к красному, то к синему, смотря по пропорции смешиваемых. За пределами  $l$  всегда виден пурпур. Впрочем, так как расстояние между  $u$  и  $z$  очень мало и много больше расстояние между  $X$  и  $t$  или  $x$  и  $l$ , т. е. ширина цветных каемок вследствие крайней тонкости их едва заметна, то все пространство  $xXtl$  будет казаться белым, если не наблюдать внимательнее.

Предуведомив о сем, перейду к испытанию, отвечает ли опыт рассуждению? Сначала опыт удавался плохо, так как я применял малую линзу, после же того как я поставил по этой причине более широкую линзу, так чтобы угол  $XYt$  или  $xyl$ , а отсюда  $xl$  или  $Xt$ , т. е. ширина сказанных цветных каемок была больше, то получил желаемое. Итак, я достал линзу, ширина коей, или отверстие, была три дюйма или больше, дли-

на же фокуса, по желанию, <sup>91</sup> три или четыре фута. Я поставил ее на расстоянии шести или восьми футов от отверстия *fFf*, так чтобы цвета *PQRST*, отбрасываемые на линзу, простирались до ее концов, не заходя, однако, за них. Затем позади нужно поместить бумагу *H*, перенося ее туда и сюда. Тогда на конце изображения, у *H*, видны все призматические цвета, переходящие постепенно от пурпурного к красноте. Однако, на другом конце изображения, у *I*, между пурпуром у *z* и краснотой, видимой у *y*, не заметно ни зелени, ни других каких-либо из промежуточных цветов, ни даже смеси из красного и пурпурового. Отсюда следует, что если задержать конец пурпурного путем помещения непрозрачного тела около линзы, у *P*, то сказанная каемка изображения у *I* будет красной, если же задержать красноту у *T*, то каемка будет пурпуровой. Посему переход от пурпурного к красноте в этой части изображения происходит много быстрее, чем у *H*, где имеются все цвета. Впрочем поскольку ширина сказанных цветов так мала (именно не больше сотой части дюйма), что если бы не было хорошей полировки стекла, отсутствия свилей и, кроме того, привычного большого прилежания и любопытства испытующего, то, может быть, предложенное и не удалось бы. <sup>92</sup> Посему для большей убедительности дела и обилия опытов добавлю, что если взять микроскоп и установить его так, чтобы он отчетливо увеличивал предметы, собранные для рассматривания на бумаге, прикрепленной к какой-либо пластинке, и затем расположить его так, чтобы светлое изображение *xXtl* падало на эту бумагу, то увидишь достаточно ясно увеличенные цвета на каемке.

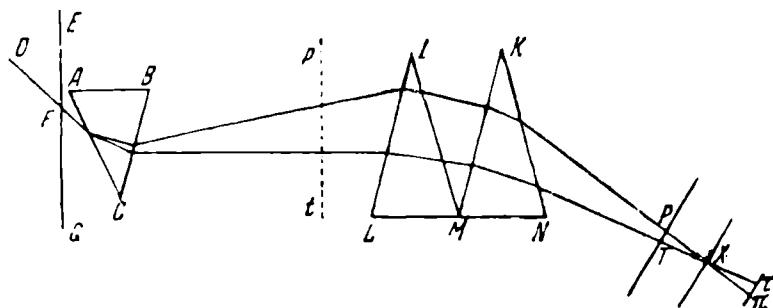
Правда, смесь неоднородных лучей в этом опыте не столь совершенна, как явствует из некоторых цветов на краю белизны (впрочем столь малых, что неопытный, может быть, их не заметит). Поэтому полезно сверх того указать, что если достать вместо преломляющей линзы вогнутое зеркало, точно сделанное и полированное, то сказанная смесь будет совершенной во всех отношениях. Ибо та неправильность, которой столь искажаются преломления, в отражениях отсутствует. Лучи, рисующие всевозможные цвета и различно

преломляющиеся, отражаются под тем же углом, под которым падают. Посему, если  $MN$  (фиг. 80) есть эллиптическое зеркало, фокусы <sup>93</sup> коего суть  $F$  и  $X$ , то все лучи, исходящие из точки  $F$ , какого угодно рода, проявляющие на зеркале либо пурпур в  $P$ , либо красноту в  $T$ , либо в других местах иные какие цвета, все точно



Фиг. 80.

сходятся в той же точке  $X$ . Если, впрочем, зеркало  $MN$  не есть часть эллиптической фигуры, но сферической, так что полудиаметр сферы, т. е. ее расстояние от сказанных фокусов  $F$  и  $X$ , достаточно велик, положим три или больше футов, а расстояние фокусов



Фиг. 81.

очень мало, например не больше одного дюйма, то лучи, исходящие из  $F$ , столь близко сходятся в  $X$ , что для чувства  $X$  можно считать точным фокусом. Таким же способом лучи, исходящие из  $f$ , близкой  $F$ , сходятся очень точно в  $x$ , близкой к  $X$ . Итак, все цвета, отра-

жающиеся от зеркала  $PT$  в какую-нибудь одну общую точку изображения  $xXx$ , проявляют полный белый.

Есть и другие способы составления белого. Так, если вместо линзы или зеркала поставить рядом две призмы  $ILM$ ,  $KMN$  (фиг. 81) в положение, параллельное подобной же призме  $ABC$  на расстоянии нескольких футов, они преломляют лучи в противоположные стороны и заставляют сходиться в  $X$  лучи, которые делаются расходящимися призмой  $ABC$ . Цвета, собираемые в  $X$ , составляют белизну и после пересечения появляются в собственных формах (как и ранее) у  $\pi\pi$ .

Здесь уместно привести еще другое доказательство утверждения, что цвета при встрече не разрушаются, создавая белизну, а только смешиваются. Расположи вблизи двух призм  $ILM$  и  $KMN$ , или около линзы  $MN$  в предшествующем опыте, колесо, имеющее всюду по периметру зубцы так, чтобы некоторые из цветов падали на один из зубцов, а прочие проходили через промежуток между ним и соседним зубцом и принимались на бумаге в сказанном схождении цветов  $X$ . Затем вращай колесо сначала медленно; на бумаге увидишь последовательно проходящие отдельные цвета без какого-либо появления белизны; затем если заставить колесо двигаться быстрее, так чтобы нельзя было различить последовательные цвета вследствие быстроты чередования, то они будут переходить в белизну, однородную для зрения и без каких-либо цветов. Так получается из быстрейшего чередования цветов белый, и само собой ясно, что белизна эта составлена из последовательной смеси цветов.

Кроме того, белый слагается не только на месте схождения из смешения цветов, но также у отверстия  $fFf$ , где свет проходит из призмы, так что цвета еще не появляются, и все лучи любых цветов сходятся на какой-нибудь точке изображения  $xXx$ , исходя из какой-нибудь другой точки отверстия  $fFf$ .

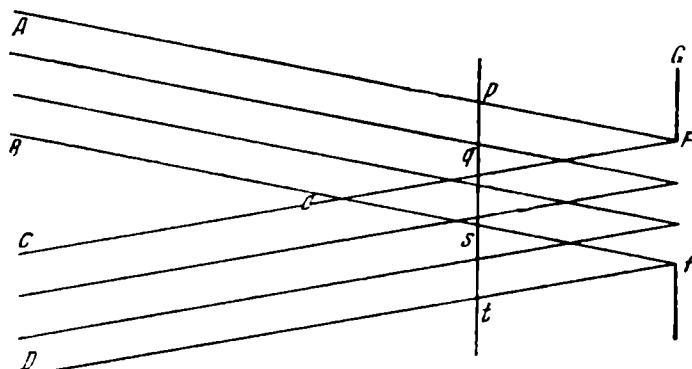
Таким образом те же лучи смешиваются в обоих пространствах  $fFf$ ,  $xXx$ , составляя тут и там белизну.

Для большей ясности следует обратить внимание, что, во-первых, тень любой вещи, какой угодно формы, помещенной у отверстия  $fFf$ , отчетливо отбрасывается на бумагу лучами, принимаемыми у  $X$ . Можно даже

видеть тени пузырьков воздуха, скрытых в призмах (как обыкновенно имеющихся во всех стеклах), в виде пятен, отбрасываемых на сказанную бумагу. Это не могло бы произойти никоим образом, если бы лучи, исходящие из некоторых точек  $fFf$ , не сходились обратно в стольких же точках у  $XXx$ . Однако они не точно сходятся в этих точках, исходя от других точек, если применять преломляющую линзу или зеркало, как на фиг. 78 и 79, и посему цвета вовсе не рождаются на границе света и тени, как я объяснял уже пространно; однако пространство, на коем лучи сходятся, очень мало, и его можно считать для чувств за точку.

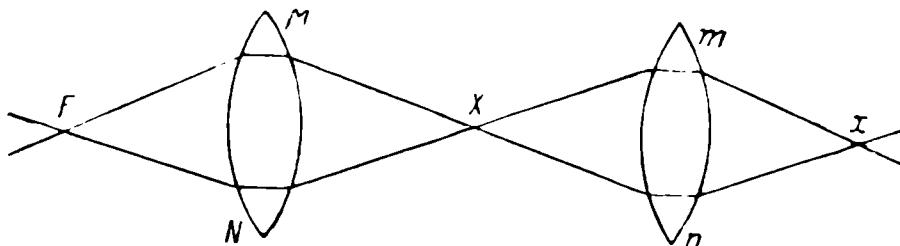
Во-вторых, если поставить линзу (фиг. 78) так, чтобы она находилась на равных расстояниях от ее фокусов  $F$  и  $X$ , и затем принять цвета на бумагу  $PT$ , передвигая ее попеременно то от линзы к  $X$ , то к линзе к  $F$ , то можно наблюдать, что цвета одинаково появляются, уменьшаются и понемногу превращаются в белизну при медленном и непрерывном перемещении сказанной бумаги в  $F$  и переносе в  $X$ , поэтому расходжение цветов от  $F$  и схождение их у  $X$  совершенно подобны. На том же основании если двигать медленно бумагу  $\pi\tau$  к  $X$  и  $pt$  к  $F$ , то на обеих видны те же цвета, и они одинаково исчезают в белом с тем только различием, что положение цветов противоположно вследствие пересечения лучей в  $X$ ; поэтому же расходжение цветов как в  $F$ , так и в  $X$  подобно. Итак, отсюда следует заключить, что лучи смешиваются равным образом как до расширения от  $F$ , так и обратно при соединении в белизну у  $X$ . Но для того, чтобы сравнение стало яснее, следует обратить внимание на то, что если поставить бумагу около  $F$  и двигать к  $pt$ , а затем поместить у  $X$  и двигать к  $\pi\tau$ , то, утверждаю я, белый у  $F$  и  $X$  в обоих случаях сначала выродится в цвета на краях, а в середине останется белым. Смысл сего не иной, что расходящиеся лучи в равной мере расходятся на границе света и тени. Так, если принять, что лучи расходятся из пространства  $Ff$  (фиг. 82), причем некоторые из них, параллельные, стремятся к  $AB$ , другие же, наклоненные к первым, но параллельные между собою, к  $CD$ , то первое разъединение произойдет на границах около линии  $FA$  и

$fD$ , последнее же — в середине у  $g$ . Ибо если провести линию  $pt$  между  $Ff$  и  $g$ , то видно, что параллельные лучи расходятся у границ  $pq$  и  $st$ , но проходят, сливаясь через среднее пространство  $qs$ .



Фиг. 82.

В-третьих, так же как линза  $MN$  на фиг. 78, преломляя лучи, расходящиеся от  $F$ , заставляет их сходиться в  $X$ , где они создают белизну, таким же образом, если те же лучи после пересечения, расходясь от  $X$ , проходят через другую линзу  $mn$  (фиг. 83) (подобную



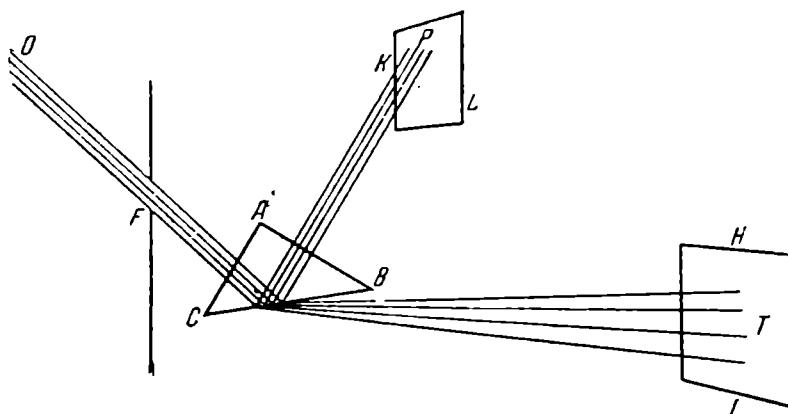
Фиг. 83.

первой и подобно поставленную между ее фокусами  $X$  и  $x$ , т. е. на равном с обеих сторон расстоянии), цвета, собираемые вновь в  $x$ , составляют опять белизну, как ранее в  $X$ . Впрочем будет то различие, что цвета появятся на краю белизны у  $x$  вдвое удаленном (и

скорее замечаются), чем у  $X$  и, кроме того, в обратном порядке. Если применять зеркало, как говорилось, несколько отражающее свет, то цвета отсутствуют, поэтому пучки  $FX$  и  $Xx$  получаются вполне подобными, и пересечение, так же как и смешение лучей у  $F$ ,  $X$  и  $x$ , одинаково. Итак, нужно заключить, что свет, проходящий через призму, проявляет белизну, если он состоит из разнородных, беспорядочно смешанных лучей, и, обратно, если он расходится, быстро распадаясь и затем разъединяясь, то является в собственных формах; соединяясь вновь, он опять образует белизну, и так далее до бесконечности.

Свет состоит из лучей всех цветов не только при выходе из призмы, когда он ею разлагается на цвета, но даже тогда, когда он еще не дошел до призмы, до всякого преломления. Поэтому не удивительно, что свет разъединяется на цвета вследствие свойства призмы не одинаково преломлять лучи, и вновь смешивается из цветов при помощи линзы или каким-либо иным, ранее показанным способом, составляя вновь белизну. Не этим только подтверждается, что свет, составленный из цветов, подобен первоначальному свету, но также и тем, что лучи глубоко различаются по преломляемости, вывод, что они отличаются по цветам, не более удивителен. Поскольку той же степени преломляемости всегда соответствует один и тот же цвет (как пурпуровый наиболее преломляемым, красный наименее преломляемым и т. д.), постольку на что же иное указывает это родство, как не на общее рождение их и, может быть, на некую общую причину, от которой они зависят? Но для большей убедительности этого укажу еще, что при равном падении лучей Солнца некоторые виды лучей могут отражаться, в то время как другие проходят через отражающую поверхность. Поэтому различные цвета врождены различным лучам до всякого преломления. Пусть  $ABC$  (фиг. 84) есть призма, которая принимает лучи, проходящие в темное помещение через отверстие  $F$ , шириной в один дюйм, и преломляет их к противостоящей бумаге или стене  $H$ ; поверхность призмы  $BC$  преломляет, однако в  $T$  не все лучи, многие из них она отражает. Заставь их оканчиваться у  $P$  на другой бумаге  $KL$  в виде,

подобном белому изображению отверстия  $F$ . Затем начни вращать призму вокруг ее оси в направлении порядка букв  $ABCA$  и увидишь, что величина цветов у  $T$  и количество света у  $P$  постоянно увеличиваются, до тех пор пока преломление на плоскости  $BC$  не сделается наиболее отлогим; тогда цвета у  $T$  начинают исчезать и отражаться к  $P$ : сначала пурпуровый, затем голубой, зеленый и желтый и, наконец, красный, свет которого, однако, достигнув изображения  $P$ , становится



Фиг. 84.

много светлее, чем раньше. Между тем как цвета у  $T$  постепенно исчезают, белизна у  $P$  понемногу изменяется, склоняясь к голубому, вследствие появления пурпурового и голубого, отражающихся первыми, что никак не могло бы произойти, если бы у лучей, идущих от Солнца, не было врожденного различия: т. е. некоторые из них, расположенные к образованию красного и желтого, проникая через поверхность  $BC$  настойчивее и с меньшим преломлением, достигают  $T$ , другие же, способные к проявлению пурпурового и голубого, проникают через сказанную поверхность более всего, испытывая большие преломления, или же, если не могут пройти через нее вследствие их большего наклона, легче и скорее отражаются к  $P$ ; туда отражаются первыми лучи, способность коих проникать через поверхность наименьшая, т. е. пурпуровидные, и затем прочие

по порядку, когда наклон их становится большим, пока, наконец, последними не отразятся красновидные, настолько ослабленные наклоном, что они уже более не в состоянии преодолеть сопротивление сказанной поверхности. Это легко понять тем, кто знает, что чем больше преломляющая сила какой-либо поверхности, тем скорее и при меньшем наклоне отражаются лучи и что, чем меньше эта сила, тем больше через нее проникают отлогие лучи.

По поводу этого опыта следует заметить, во-первых, что, поскольку указанное изменение белизны у  $P$  очень мало вследствие изобилия белого света, с коим встречается голубой при отражении, постольку следует осторегаться, чтобы внутренность призмы, состоящая из стекла, окрашенного в какой-либо цвет, не окрашивала и свет, отражаемый к  $P$  так, что трудно было бы наблюдать сказанное изменение. Лучше применять призму из стеклянных тонких и полированных пластин и наполненную прозрачнейшей водой.

Во-вторых, хотя бы сказанное изменение было малым, однако оно достаточно для наблюдения, что лучи сохраняют при отражении те же цвета, которые они проявляли, проходя через поверхность  $BC$ , так как они окрашивают белизну  $P$  своим цветом, хотя бы и малым. Следовательно, они имели цвета свои сначала и сохраняют их, как преломляясь, так и отражаясь; в смесях многих лучей цвета остаются скрытыми, пока не вырываются, но, однако, не создаются свойством призм.

В-третьих, при восстановлении первоначальной белизны отражением всех цветов от  $T$ , что другое можно заметить, кроме того, что белизна эта воспроизводится смешением всех цветов? Ибо когда краснота, отражаемая последней, примешивается к прочим, ранее отраженным цветам, то смесь отраженных лучей делается совершенной при составлении белого, прибавляющегося к ранее существовавшей у  $P$  белизне.

В-четвертых, чтобы не возникало сомнения в том, что преломления, происходящие на поверхностях  $AC$  и  $AB$ , при входе лучей в призму и при выходе могут приводить к этому явлению, следует убедиться, что то же явление происходит, каков бы ни был угол  $ABC$ , т. е. каково бы ни было преломление поверхности  $AC$ .

Если угол  $ABC$  взять той же величины, как угол  $ACB$ , то у  $P$ , вместо белого изображения, будут получаться другие цвета. Опыт совсем не зависит от преломлений поверхностей  $AC$  и  $AB$ , наоборот, можно сделать, что в то время как цвета частично отражаются к  $P$  и частично проходят к  $T$ , лучи падают на  $AC$  и выходят из  $AB$  перпендикулярно, и, таким образом, ни одна из этих поверхностей не преломляет; для получения этого надо, чтобы углы  $ABC$  и  $ACB$  были приблизительно в 40 градусов.



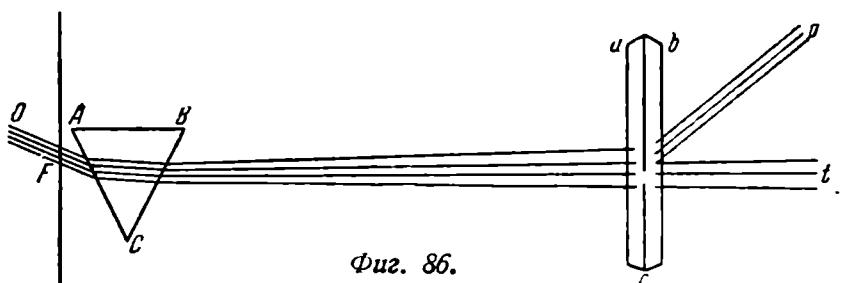
Фиг. 85.

Впрочем для большей очевидности и объяснения способа, коим сказанное происходит, полезно произвести опыт так, чтобы свет отражался отдельными цветами, сначала пурпуровыми и затем прочими (по их порядку). Пусть на фиг. 85  $ABC$  и  $abc$  суть две параллельные призмы, из коих первая  $ABC$  отбрасывает цвета на другую  $abc$  на расстоянии двенадцати или больше футов. Затем вращай призму  $abc$  вокруг ее оси согласно порядку букв  $abca$ , пока наклон лучей, падающих на поверхность  $bc$ , не станет таким, что начнется отражение к  $p$  вследствие невозможности проникнуть к  $t$ . Тогда будет видно, как отражаются все лучи, первыми пурпуровидные, а затем остальные, по своему порядку.

Правда, пурпуровидные лучи несколько больше преломляются в первой призме  $ABC$  и потому больше наклонены к поверхности  $bc$  второй призмы  $abc$ , чем прочие; можно возразить, что по этой причине они и отражаются прежде всех. Для решения этого (фиг. 86) поставь две призмы, но не параллельно, а в поперечном положении, так чтобы лучи всех цветов падали почти под одним и тем же углом на сказанную поверх-

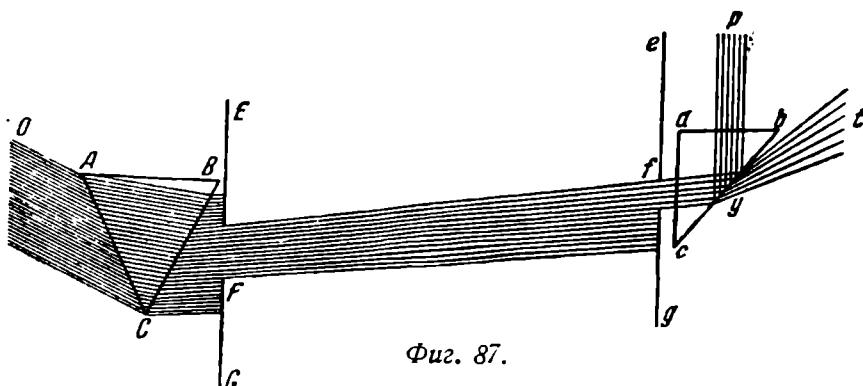
ность  $bc$ ; расположив так, можно наблюдать при повороте призмы  $abc$  вокруг ее оси по порядку букв  $abca$ , что пурпуро-видные лучи отражаются первыми из всех, а последними — красновидные, цвета непрерывно приходят к  $p$ , пока не исчезнут у  $t$ .

Есть, кроме того, и другие способы, которыми можно на опыте показать, что из лучей, падающих одинаково, некоторые виды могут полностью отражаться, в то время как другие частично проходят. Пусть



$EFG$  (фиг. 87) есть оконный ставень, пробуравленный в  $F$ , а снаружи поставлена призма  $ABC$ , перехватывающая свет Солнца, входящий в отверстие  $F$  и преломляющая его к  $f$ . У  $f$  в двенадцати футах от  $F$  и больше поставь непрозрачное тело  $efg$ , которое задерживает свет, кроме малого отверстия  $f$ , через которое некоторая часть света, именно фиолетовая, проходит дальше к  $u$ . Это  $f$  не должно быть больше половины дюйма. Затем возьми руками другую призму  $abc$ , поставь ее попечечно к лучам с задней стороны отверстия  $f$  и начни поворачивать вокруг ее оси, пока не увидишь фиолетовый свет, после того как на ее основании  $bc$  преломятся наиболее отлогие лучи к  $t$ , а затем полностью исчезнут у  $t$  и отразятся к  $p$ . Укрепи призму  $abc$  в этом положении, когда фиолетовый свет отлого отражается в  $p$ , пройди к  $t$ , совершая это угловым движением призмы согласно порядку букв  $abca$  и делая угол  $suf$  наименьшим. Затем начни слегка вращать туда и сюда призму  $ABC$  вокруг ее оси, так чтобы цвета, которые она отбрасывает на препятствие  $eg$ , немного сдвинулись и таким образом все последовательно прошли через отверстие  $f$  во вторую призму

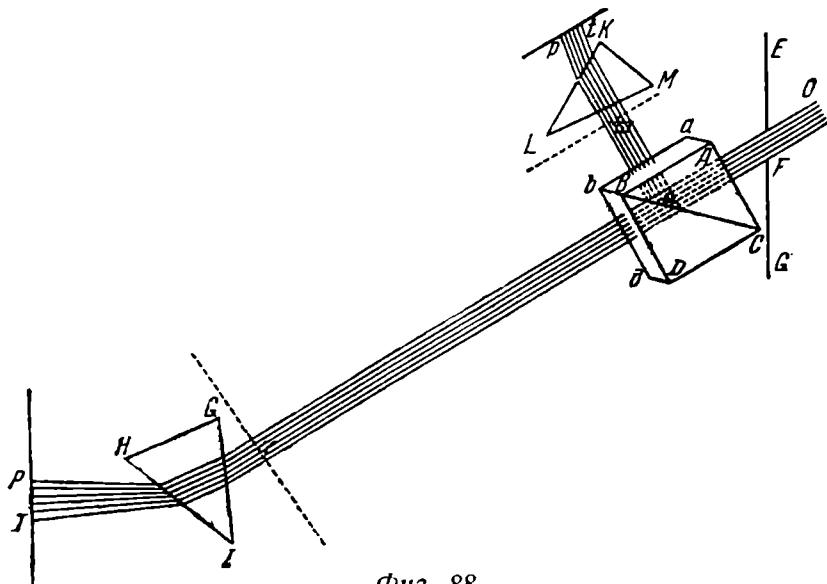
*abc*. Тогда увидишь, что когда у *у* пропускается желтизна, то не все лучи отражаются к *p*, но многие преодолевают поверхность *bc* и достигают *t*. Когда к *у* подходит краснота, то большая часть лучей преодолевает поверхность *bc* и достигает *t*. Когда краснота проходит у *у*, то эти лучи прорываются сильнее потому, что в них содержится больше всего лучей с



Фиг. 87.

малым преломлением. Не удивительно, что пурпуро-видные лучи менее способны проникать через поверхность *bc*, чем красновидные, если расположить призмы, как я показал выше, так, чтобы лучи претерпевали большее преломление при угле *syf*, при коем лучи всех родов могут проникать через поверхность *bc*. Поскольку теперь лучи, отражающиеся скорее и легче в опыте, представленном на фиг. 84, именно пурпуро-видные, отражаются также скорее и легче в новых только что изложенных двух опытах, поскольку это же происходит со сказанными лучами всегда, постольку это вытекает не из случайности, но следует из предрасположения лучей, часть которых до всякого отражения или преломления способна к проявлению неких цветов и к более легкому отражению, другая же имеет иные цвета и силы к продвижению. В изложенных опытах разница только в том, что в первом из них лучи всех форм приходят от Солнца беспорядочно смешанными и падают на призму, которая пропускает красновидные лучи и отражает синевидные; в остальных же двух опытах неоднородные лучи сначала разделяются и затем падают на сказанную призму.

К этому хочется добавить еще способ, коим обнаруживается разнородность лучей, смешанных в свете Солнца. Он немного отличается от показанного на фиг. 84, но более приятен и поучителен. На фиг. 88  $AaBbC$  и  $BbDdC$  суть две призмы, поставленные и соединенные весьма тесно, сходясь и совпадая по плоскости  $Cb\bar{b}$  с тем, однако, что между ними находится воздух в виде тончайшей пластины; этого можно достичь, сжимая эти



Фиг. 88.

призмы мускулами так, что между ними остается лишь столько воздуха, сколько достаточно для предложенного. Затем для большей убедительности опыта хорошо, чтобы углы  $ACB$  и  $CBD$  были приблизительно равными и чтобы плоскости  $AaC$  и  $BbD$  были параллельными, хотя это и совсем не обязательно. Сделав так, поставь сказанные призмы рядом с отверстием  $F$ , чтобы свет, входящий в него, проходил к  $\tau$ , сначала проникая через поверхность  $AaC$ , затем через промежуточную поверхность  $BbC$  и оттуда через  $BbD$ , и падал на бумагу, помещенную у  $\tau$ . Там свет окрашивает белым, как будто бы он совсем не проходил через призмы, а через стекло, ограниченное параллельными плоскостями  $AaC$  и  $BbD$ . Но промежуточная поверхность  $BbC$  пропускает не весь свет, на нее падающий к  $\tau$ ,

она отражает много света в призме  $ABC$  через ее поверхность  $AaBb$ , положим к  $\pi$ . У  $\pi$  помести другую бумагу, которая также задерживает беловатый свет. Когда же начнешь медленным движением вращать четырехугольную призму (составленную из двух сложенных треугольных) вокруг ее оси согласно порядку букв  $ABCDA$ , то увидишь, что белый у  $\pi$  и  $\tau$  вырождается в цвета, сначала в желтизну, затем красноту, видимые у  $\tau$ , а у  $\pi$  в голубой цвет; так будет до тех пор, пока после ярчайшей красноты у  $\tau$  всякий цвет и свет не исчезнут оттуда полностью, а голубой у  $\pi$  снова не превратится в белизну, более светлую, чем раньше. Ибо при сказанном повороте призмы вокруг общей оси лучи, падающие на среднюю поверхность  $BbC$  (т. е. на промежуточный слой воздуха в призмах), непрерывно становятся более отлогими, пока их отлогость не станет такой, что они уже не могут более проникать через сказанный слой и проходить к  $\tau$ , а отражаются оттуда к  $\pi$ ; это происходит, когда угол  $FeC$  (отлогость падения) достигнет приблизительно пятнадцати градусов. Лучи же пурпуро-видные, менее всех способные проникать через сказанный воздушный слой, отражаются первыми и несколько окрашивают у  $\pi$  прежнюю белизну своим цветом, вследствие чего лучи, проходящие к  $\tau$ , составляют несовершенную желтизну, или, лучше, цвет между желтым и средним зеленым. Засим после отражения оттуда голубого и зеленого, свет у  $\pi$  несколько больше окрашивается в голубой цвет (или сильно разведенный вследствие избытка примешанной белизны), у  $\tau$  остается краснота, которая скоро вследствие отражения примешивавшейся до сих пор желтизны становится ярче, пока, наконец, после отражения и самого красного, у  $\pi$  не восстанавливается белизна.

Впрочем для большей ясности этого опыта возьми другую призму  $GHI$ , которую так помести за призмой  $ABCD$ , чтобы свет  $Oet$ , пропускаемый через нее, преломлялся к  $PT$  и превращался в цвета, в  $P$  пусть отбрасывается фиолетовый, в  $T$  красный, прочие же в промежуточные места. Затем начни вращать (как раньше) соединенные призмы вокруг общей оси, пока белый свет, проходящий к  $\tau$ , не начнет желтеть, тогда

увидишь, что одновременно в  $P$  исчезает пурпуровый цвет. Это значит, что пурпуроидные лучи не достигают более призмы  $GHI$ , но первыми из всех отражаются от поверхности  $CBb$  к  $\pi$ , свет же *et* стал желтеть потому, что из смеси, проявлявшей ранее белизну, взят пурпур. Также, если призмы  $ABCD$  вращать дальше, видно, как у  $\pi$  и  $\tau$  последовательно исчезают остальные цвета, свет же *et* становится все краснее, и, когда станет наиболее красным, тогда в  $\tau$  останется только краснота. Это ясно убеждает, что свет *et* краснеет потому, что он отделяется от лучей других цветов, отражаемых поверхностью  $CBb$ .

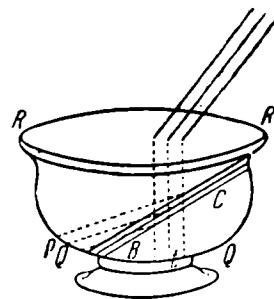
На основании подобного же рассуждения если при помочи четвертой призмы  $KLM$  преломить лучи, отражаемые к  $\pi$ , и отбросить цвета, производимые таким способом на белую стену в двенадцати футах расстояния или больше, то увидишь, что, когда свет *et* начнет зелениться и желтеть, пурпур  $p$ , который эта призма выбирает из света  $e\pi$ , и другие прочие цвета начинают увеличиваться вследствие избытка пурпурса, исчезающего у  $P$ ; по мере исчезновения из  $PT$  в  $pt$  постепенно приходят прочие цвета, до тех пор пока в  $PT$  не исчезнет всякий цвет, после чего цвета в  $pt$  более не увеличиваются. Однако нужно отметить, что фиолетовый и голубой всегда достигают у  $pt$  своего увеличения несколько скорее, чем красный или желтый, но это настолько тонко, что если наблюдатель не будет внимательным, то едва ли заметит.

Прежде чем, наконец, покончить с этим, хочется привести еще другой способ доказательства того, что среди видов лучей, смешанных в свете Солнца, некоторые могут частично пропускаться, другие же отражаются. Именно, соедини по плоскости две стеклянных пластины  $CB$  (фиг. 89), полированные на плоскость, положив одну на другую, и погрузи их в сосуд  $RQ$ , наполненный водою; замажь всюду границы рядом расположенных поверхностей воском или смолой, чтобы не проникала вода и не выталкивала воздух, который, как говорилось, находится наподобие тончайшей пластины между стеклами. Учинив так, утверждаю я, можно дать сказанным стеклам такое положение, чтобы (при освещении Солнцем) промежуточный воздух отра-

жал синевидные лучи к *p* и пропускал красновидные к *t* и обнаруживал так же все, как было изложено.

Об опытах такого рода следует заметить, во-первых, что цвета получаются здесь от параллельных поверхностей, из коих одни настолько же отгибают лучи, насколько другие разгибают, вследствие чего взаимно уничтожаются влияния, которые, по мнению философов, производят цвета, вместо неизменных внутренних расположений лучей. Затем надо указать, что если свет, пройдя через поверхности, будет белым, то явствует, что он состоит из неоднородных лучей, так как некоторые части его могут полностью отражаться к *p*, другие же пропускаться к *t*. На том же основании следует, что так же составлена отраженная белизна, ибо (как я говорил) она восстанавливается, когда краснота самой последней отражается к *t*. Это в особенности подтверждается тем, что новое видоизменение света возникает только вследствие одного наклона стекол без какого-либо преломления или отражения.

Итак, свет, сколь бы он ни был однородным, когда он непосредственно истекает от Солнца после такого отражения или преломления оказывается состоящим из разнородных лучей. Таков же свет, проходящий через оконные стекла или отражаемый к нам планетами, облаками и пр. Всякий свет, происходящий от Солнца или от какого-либо светильника, испытывает по крайней мере преломление в атмосфере (как учат астрономы); не говорю уже о действиях, испытываемых светом на предметах и в тканях глаза. Если бы я не показал больше ничего другого, то оставалось бы найденное до сих пор, ибо все видимые явления представляются нам при помощи света такого рода. И так как непосредственный свет Солнца считается белым, цвет же этот не первоначальный, а, как мы видели, образуется из смеси, и так как нет никакой заметной разницы между светом первоначальным и тем, который слагается из разноцветных лучей, то едва ли можно сомневаться, что



Фиг. 89.

оба они одной природы. Ибо совершенно достоверно, как показано (в предл. II), что врожденные расположения или формы лучей, способных к проявлению собственных цветов, нельзя ни разрушить, ни изменить каким-либо способом, вроде вторичного преломления. Таково же рассуждение и о первичном преломлении. Итак, нужно заключить, что эти расположения свойственны лучам с их возникновения и они не могут проявлять иных цветов, кроме собственных, когда разнородные лучи разделяются преломлением.

Я говорил, что цвет света белый, однакоже Солнце кажется несколько желтоватым. По этому поводу следует заметить, что синевидные лучи несомненно рассеиваются атмосферой (так как ей свойственен синий цвет) и посему обычно в прямых солнечных лучах преимущество имеют желтовидные, что и вызывает желтизну Солнца, которое иначе, может быть, казалось бы белым. К такому явлению может также привести атмосфера, сильно сгущенная вокруг Солнца. Нельзя отрицать, что некоторые роды лучей соединены в первоначальном свете очень густо, так как цвета пламен и звезд различны.<sup>94</sup>

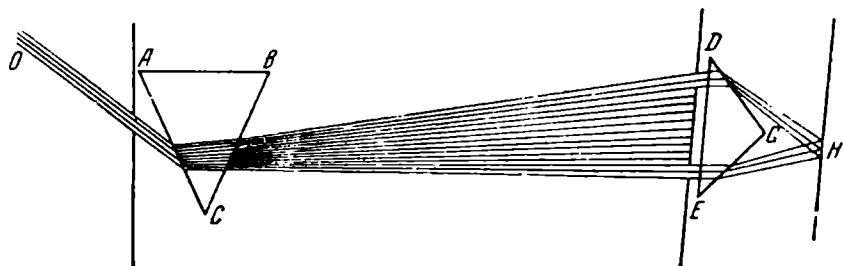
Сего достаточно о свете и сложении белизны. Подобно же сложена из всех цветов чернота, отличающаяся от белизны только недостатком света. Это ясно из того, что если на пути солнечных лучей, пропускаемых в комнату (при прочем затемненном), поместить черные тела, то границы всех цветов кажутся окрашенными при рассматривании через призму, поставленную около глаза; отдельные призматические цвета, падающие порознь, отражаются так же, как от белых тел, но значительно слабее; белые же тела при недостатке света кажутся черноватыми, так что тело (в действительности белое) в более слабом свете может казаться черным.

Наконец, предложенное ясно в отношении пепельных и прочих не первоначальных цветов. Все прочие умеют составлять художники из красного, желтого и синего.

## ПРЕДЛОЖЕНИЕ IV

*Первоначальные цвета могут проявляться при смешении цветов с обеих границ*

Это можно проверить различными способами (так же как при составлении белизы, задерживая некоторые из цветов, прежде чем они войдут в смесь); сам я убедился на опыте, что желтый составляется из шафранного и желтоватого; пурпурный из желтоватого и лазурного (или также менее совершенно из желтого и синего); синий из лазурного и индиго; все другие цвета можно составить из цветов, примыкающих к ним с той и другой стороны. Даже индиго при надлежащем сме-



Фиг. 90.

шении с концом красного имеет пурпуровый оттенок; киноварный с небольшой примесью крайнего пурпурного дает алый. Как будто бы между границами цветов существовало родство, имеющееся в звуке между границами октавы.

Те же цвета можно составить из окрашенных порошков, но менее совершенными, так как, полагаю, сами они составлены из разных цветов (некоторые из коих очень разнородны).

Впрочем, не желая чрезмерно затягивать это, кратко скажу, каким способом лучше всего смешивать призматические цвета для получения этих явлений. Пусть призма  $GDE$  (фиг. 90), собранная из прозрачнейших и полированных стеклянных пластин, в сосуд, наполненный водою, собирает к  $H$  из лучей, расходящихся на отдельные цвета, два каких-либо рода у различных углов  $D$  и  $E$ , достаточно острых и равно пропускающих.

## ПРЕДЛОЖЕНИЕ V

*Цвета природных тел происходят от лучей, кои более всего отражаются*

Из ранее показанного это следует с такой необходимостью и очевидностью, что мне кажется лишним тратить силы для доказательства этого. Ибо, как было показано, ни один вид однородных лучей не может изменить цвет при отражении от физического тела; оно всегда будет казаться окрашенным тем же цветом лучей, коим оно освещено. Если какое угодно тело освещается красновидными лучами Солнца, в темном помещении оно кажется красным, если же желтовидными, то — желтым, если зеленовидными — зеленым и так далее.

Но для большей очевидности этого следует, сверх того, обратить внимание на то, что тело отражает свой собственный цвет при падении различных цветов по отдельности обильнее всего. Так, киноварь блестит больше всего в красном свете, в зеленом меньше и еще меньше в голубом. Так, индиго блестит ярче всего в фиолетовом и синем свете, и блеск его постепенно убывает по мере непрерывного переноса через промежуточные ступени в красный свет. Так видно, что лук отражает зеленый свет больше, чем красный или пурпуровый, и так же с другими. И чем более яркие и особенные цвета имеют тела на дневном свете, тем меньше блестят они в другом свете.

Посему для испытания этого с большей легкостью и большей очевидностью следует выбирать тела ярких цветов и насколько можно наиболее простых. Это можно сделать, выставляя тела к призме и выбирая те, кои ограничены по краям чернотою, кажутся более отчетливыми и мало меняются. Если цвета разлагаются преломлением при помощи только одной призмы, поставленной вблизи входа света, то виден не цвет падающего света, но некоторый иной, промежуточный между цветом, наблюдаемым в тела на солнечном свете, и окраской падающего света. Так, если желтый свет, полученный этим способом, падает на синее тело, то тело это не желтеет, а скорее зеленеет, так как многие из зеленовидных лучей, скрывающихся в сем желтом свете, способны отражаться, как и желтовидные. Также красное тело может казаться желтым в зеленом свете

и зеленым в синем свете, если только свет не хорошо очищен от других примешанных цветов.

По этой причине при выполнении сказанных опытов нужно быть чрезвычайно внимательным, помещение должно быть наиболее темным, так чтобы сторонний случайный свет не смешивался с призматическим цветом.

Наконец, для того чтобы лучше знать количество некоторого цвета, отражаемого телами при разноцветном освещении, нужно положить рядом в одном и том же свете тела разных сортов, тогда увидим, одно из них с несомненностью блистающим в свете его собственного цвета. Так, индиго в синем или пурпуровом свете блестит больше киновари, а сурик в красном. Также, если, может быть (вследствие несовершенства окраски того и другого и темноты), оба тела одинаково блестят в фиолетовом свете, то в красном свете киноварь будет много ярче или, наоборот, много слабее в фиолетовом свете, если они одинаково блестят в красном. Итак, киноварь отражает больше красновидных лучей, чем иных, поэтому она красная. Индиго отражает много синевидных и пурпуровидных лучей, поэтому цвет его промежуточный. Равным образом, если произвести опыт с белыми телами, то станет ясным, что они равным образом отражают всевозможные лучи. И так далее.

Прежде чем я закончу это предложение о цветах физических тел, мне хочется отметить некоторые явления, с необходимостью следующие из наших начал, но которые в иных вызывают удивление и кажутся крайне трудными для объяснения. И прежде всего: поскольку тела получаются окрашенными, отражая некоторые роды лучей и пропуская другие, если они несколько прозрачны, то ясно заключение, что те цвета наиболее пропускаются, которые наименее отражаются, а отсюда, что цвет их один при рассматривании насквозь и иной, если смотреть на свет отраженный. Что сие хорошо сходится с опытом, можно видеть в книге г. Бойля, написанной о цветах.<sup>95</sup> Именно, вытяжка нефритового дерева при пропускании разного света кажется красной или желтой, а если смотреть со стороны падающего света — синей. И наоборот, листовое золото кажется желтым, а просвечивает синим.<sup>96</sup>

Также осколки стекла, окрашенного по всей толщине, коим в древних храмах закрывали окна, обнаруживают различные и многие цвета в зависимости от положения наблюдателя. И от самых прозрачных стекол в очень толстых пластинах (применяемых для изготовления телескопов), если наблюдать с края, то можно видеть отраженный голубой, а насквозь проходящий желтый. Голубой заметен лучше всего, если освещать в темном помещении и рассеивать свет вогнутой линзой, чтобы обильный свет не скрывал окраску. Нет сомнения, что существуют многие примеры этого и стоило бы труда произвести исследования в различных жидкостях и других окрашенных прозрачных телах, обращая внимание, однако, чтобы свет не падал одновременно из различных областей.

Из того, что это случается не всегда (в сказанной вытяжке нефритового дерева, в которой голубой цвет разрушается солями кислот, и во многих других, кои всюду имеют одну и ту же окраску), есть основание полагать, что у тел есть не только способность отражать или пропускать лучи, но и тушить их, полагая им в себе конец.<sup>97</sup> Так, некоторые тела препятствуют прохождению и задерживают лучи всех видов, поэтому они всюду кажутся черными; иные отражают некоторые лучи, задерживая прочие, как темноокрашенные. Другие часть задерживают, прочие же частью отражают и частью пропускают, как прозрачные окрашенные тела, цвет коих всюду одинаков; иные несколько отражают, а прочие пропускают, как явствует уже из приведенных примеров, и так далее.

Далее, окрашенные жидкости при изменении толщины могут несколько менять род цвета, что наилучшим образом согласуется с нашими началами. Так, вытяжка нефритового дерева, соответственно различной толщине ее, может давать желтый или красный цвет. Чтобы понять причину сего, вообрази, что эта жидкость наиболее способна к отражению пурпуроидных и синевидных лучей и наименее способна к отражению красновидных, а в средней степени способна к отражению промежуточных лучей.

Положим, что *ABC* (фиг. 91) конусовидный стакан, наполненный этой вытяжкой, и пусть *FI* есть толщина

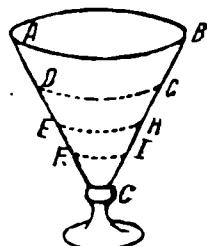
ее с блестящим золотым цветом,  $EH$  — большая толщина, где жидкость начинает краснеть, и  $DG$  — толщина, где жидкость темнее яркого красного.

Поскольку синевидные и пурпуро-видные лучи отражаются самым быстрым образом, что явствует из того, что достаточно толщины только одной капли для отражения и наблюдения этих цветов смотрящим, постольку лишь очень немногие из них проникают до глубины  $PI$ , но многие зеленовидные, а также многие желтовидные проходят вместе с красновидными; из смеси их и возникает золотой цвет. До глубины  $EH$  проходят немногие из желтовидных лучей и еще меньше из зеленовидных; до глубины  $DG$  могут считаться доходящими почти только красновидные, даже из них многие отражаются на пути, посему проходящий красный выходит темным.

Если свет проходит сквозь несколько тел, прозрачно окрашенных в различные цвета, то при смотрении сзади виден тот цвет, который легче всего проходит все. Если никакой луч не в состоянии пройти через все тела, как бы прозрачными ни были тела в отдельности, то при соединении эти тела получаются наиболее темными. Так, если слой  $AB$  пропускает только красновидные лучи, а  $CD$  только синевидные, то при расположении их рядом они не пропускают ничего. Пример этого имеется в „Микрографии“ г-на Гука в случае синей и красной жидкости, кои порознь видны, при соединении же оказывались непрозрачными.<sup>98</sup>

Наконец, можно привести, что при прохождении некоторых из призматических цветов через прозрачное окрашенное тело выходит промежуточный цвет. Так, например, если на прозрачное красное стекло падает зелень, то желтовидные лучи, если они скрываются смешанными с этой зеленью на ряду с прочими, проходят через стекло и делают выходящий свет желтоватым.

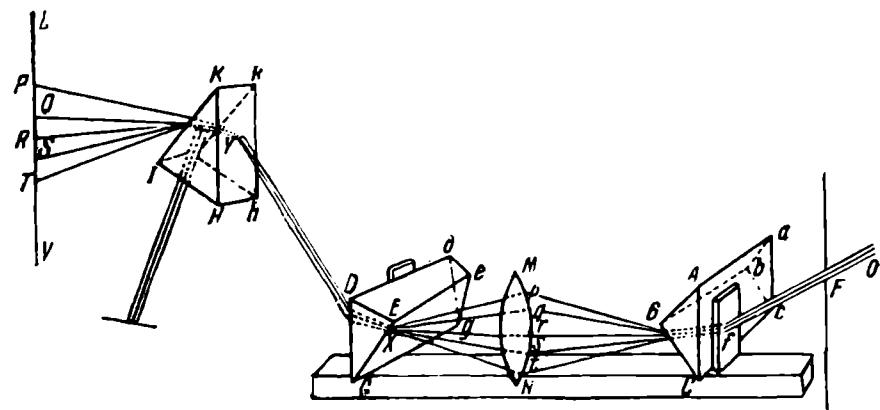
Но вижу, что я перешел границы должного, слишком распространившись в физическую область.<sup>99</sup>



Фиг. 91.

Достаточно, если виденное достигло того, чтобы получалось общее согласие по вопросу. Я поэтому остановлюсь и, наконец, как завершение опишу некоторый изящный прибор, с коим все сказанное можно испытать с очевидностью.

Пусть  $ABCabc$  (фиг. 92) есть призма, которая преломляет лучи, пропускаемые через отверстие  $F$  в затемненное помещение к линзе  $MN$ , так чтобы цвета, кои она образует в  $p, q, r, s, t$ , проходили затем к  $X$  и там смешивались, образуя белизну, как было



Фиг. 92.

показано в предыдущем. Затем нужно поставить другую призму  $DEGged$ , параллельную первой, в место  $X$ , где восстановим белый; призма будет преломлять свет к  $Y$ . Вертикальный угол этой призмы  $Gg$  пусть равен вертикальному углу  $Cc$  первой призмы или может быть меньше и расположен подобным же образом, так чтобы падающие лучи, рассеиваемые первой призмой, приводить к параллелизму.

Расположив так, увидишь, что свет  $Y$  (пропускаемый на расстояние нескольких футов) остается белым в равной мере, как был в  $X$ , или слегка окрашивается. Если свет является вполне белым, тогда призма с линзой установлены правильно. Если у  $Y$  различаются некоторые цвета, то должно немного повернуть призму  $DEG$  вокруг ее оси так, чтобы цвета уменьшились. Когда цвета исчезнут вполне и свет будет полностью

белым, нужно укрепить призму. Если же таким способом сделать этого не удается, так как свет, проходя от  $X$  к  $Y$ , в какой-либо своей части окрашивается, то нужно перенести линзу  $MN$  несколько дальше от призмы  $ABC$ . Обратно, найдя место  $X$ , где цвета точнейшим образом сходятся в белизне, в него нужно, как раньше, поставить призму  $DEG$ ; и обратно, нужно попробовать, можно ли отбросить свет без цветов к  $Y$ . Итак, нужно менять положения призм и линз, пока свет, проходящий к  $Y$ , не станет наименее окрашенным. Укрепим призмы и линзу в этом положении при помощи доски, как представлено на схеме, или трубы, или какого-либо инструмента, сделанного для этой цели.

Имея такую машину из призм и линз, составленную, как сказано, можно, пропуская через нее свет, произвести все опыты, изложенные доселе. Ибо свет  $XY$  подобен прямому сиянию Солнца и проявляет все его видимые свойства, как будто бы он прямо проходил от отверстия  $F$ , не испытывая никакого преломления; поэтому мы легко видим, что он имеет то же самое строение. И однако, поскольку этот свет разделяется на свои начальные слагающие, т. е. на лучи различных родов у линзы  $MN$ , постольку легко подвергнуть исследованию, как затем свет может превращаться в цвета, задерживая тот или другой род лучей у  $MN$ . Таким образом станет ясным состав света  $XY$  в отношении превращения в цвета.

Пусть, например, желательно, чтобы для чувств стало совершенно ясно, что призма превращает свет в цвета, не изменяя его внутренних свойств, но только разъединяя лучи, расположенные к возбуждению образов разных цветов, из коих слагается весь белый свет. Для этого нужно только поставить какуюнибудь призму  $HIK$  так, чтобы она перехватывала свет  $XY$  и, преломляя, превращала в цвета  $P, Q, R, S, T$ , простирающиеся к какой-нибудь бумаге. Затем, если у линзы  $MN$  задержать какой-нибудь цвет, поставив препятствие, то увидишь, что этот цвет отсутствует на бумаге  $LV$ . Так, задержав пурпур  $p$ , увидишь, что исчезает пурпур  $P$ , прочие же цвета совсем не меняются (за исключением, может быть, синего, к коему до некоторой степени примешан пур-

пур). При задерживании зеленого  $r$  исчезает зеленый  $R$  также и с другими. Видно также, что те же цвета на бумаге  $LV$  и у линзы  $MN$  относятся к тем же лучам и не меняются преломлением призмы  $HIK$ ; они существовали ранее разъединенными у линзы  $MN$  и соединенными в свете  $XY$ .

Таким же способом, если желательно, можно полностью опытыми доказать, что из лучей (при одинаковом падении) некоторые роды могут полностью отражаться, другие же частично пропускаются. Для этого вращай призму  $HIK$  вокруг ее оси до тех пор, пока часть цветов (именно фиолетовый и синий) после наиболее отлогого преломления к  $LV$  совсем исчезнет оттуда, отклоняясь к  $\pi$ , остальная же часть лучей проходит, однако, к  $LV$ . Затем, если задержать половину цветов по направлению к красному у  $MN$ , то красный и желтый исчезнут у  $LV$ , и свет, отражаемый к  $\pi$ , будет заметно синим. Если задержать вторую половину, в направлении пурпурного, то красный у  $LV$  не изменится, но свет у  $\pi$  (вследствие убранного пурпурного и синего) будет желтоватым или красноватым. Это указывает, что пурпуро-видные и синевидные роды лучей полностью отражаются к  $\pi$ , в то время как другие частично преломляются к  $LV$ . Кроме того, если какое-нибудь окрашенное тело, например сурик, освещается этим светом  $XY$ , то он будет виден в собственном цвете, почти так же как на дневном свете. Если же задержать синевидные и зеленовидные лучи, проходящие около линзы, то усиливается краснота сурика. Если же задержать красновидные лучи, то сурик перестанет быть красным, но будет желтым, зеленым или иного цвета, по роду пропускаемых лучей, которые он принимает. Не иначе происходят другие явления цветов, что можно проверить и выяснить причины, освещая призму прямым солнечным светом при помощи света  $XY$  и задерживая некоторые роды лучей у  $MN$ .

Если кто-либо захочет соорудить инструмент, который мы описали, для выполнения опытов такого рода, то нужно достать линзу шириной в три дюйма и больше, которая собирает параллельные лучи в фокусе, находящемся приблизительно на расстоянии в два фута. Призмы должны отстоять на восемь футов, и так

получится достаточно большой инструмент, с которым можно подвергать все строгому исследованию. Что же касается положения линзы, если вертикальные углы  $ACB$  и  $DGE$  равны, положим, 60 или 70 градусам, то она должна стоять на равном расстоянии от обеих призм. Если один угол больше другого, то линза помещается ближе к той призме, вертикальный угол которой больше. Заметь также, что свет  $XY$  тем шире распространяется в пространстве, чем ближе линза поставлена к первой призме  $ABC$ . Посему когда нужно много света, то надо делать так, чтобы линза была несколько ближе к первой призме, чем ко второй, и ставить в качестве второй призмы ту, вертикальный угол коей несколько меньше, чем вертикальный угол первой призмы. Наконец, если желательно, чтобы цвета, приходящие к линзе, были более прямыми и разделены друг от друга уже описанным способом, так чтобы можно было задерживать отдельные роды лучей, по желанию, более отчетливо или более раздельно (что довольно нужно при опытах), то следует, чтобы свет проходил через два малых отверстия  $F$  и  $f$  на большом расстоянии между собою, прежде чем падать на призму. Или же нужно поместить другую линзу недалеко от внутренней призмы, которая была бы способна свет, расходящийся от удаленного отверстия  $F$ , собирать на следующей линзе  $MN$ . Правда, собрать этот инструмент столь правильно будет весьма трудным делом, если желательна такая же отчетливость для наблюдения, как описано выше, где все показывалось при малых преломлениях и больших расстояниях между стеклами. Посему советую слушателям сначала подвергнуть изучению более простые и легкие опыты.

---

---

## ЧАСТЬ ВТОРАЯ

---

### РАЗДЕЛ ВТОРОЙ



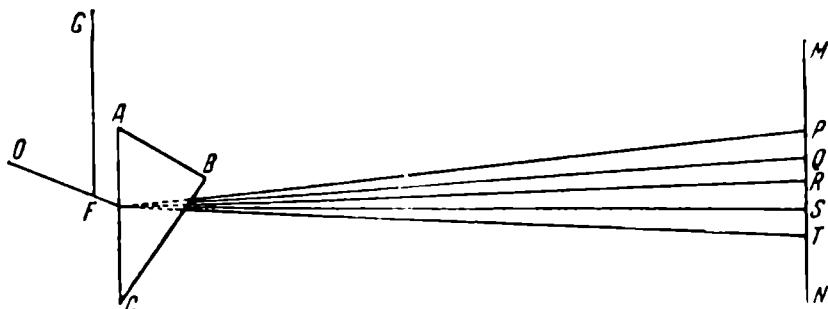
#### О РАЗЛИЧНЫХ ЯВЛЕНИЯХ ЦВЕТОВ

*О явлениях света, отбрасываемого призмой на стену*

До сих пор я строил основы, которые могут объяснить явления цветов, получаемых каким угодно способом. Теперь я опишу подробнее частные и непосредственные причины, которых выше мало касался, не для геометров<sup>100</sup> (для коих, знаю, это кажется лишним), но для других. Я хочу сообщить здесь некоторые замечания, кои многим, может быть, покажутся излишними, и не опустить подробности, могущие создать трудности для невнимательных и работающих с предубеждением.

И во-первых, остались для объяснения некоторые обстоятельства относительно широко известных явлений в призмах (причину коих я излагал достаточно подробно). Почему первоначальные цвета вызываются не все, если свет (лучи коего, первоначально неоднородные, рассеиваются призмою вследствие неравных преломлений) не проходит через узкое отверстие, как всюду предполагалось в предшествующем, но ограничивается только с одной стороны? Например, если какое-нибудь непрозрачное тело *FG* (фиг. 93) ставится между Солнцем и призмой около ее основания *AB*, так что тень отбрасывается в *MP*, то цвета образуются в пространстве *PT*, и свет может проходить к *NT*. В *PT*, на границе света и тени не возникает никаких цветов, кроме пурпур-

рового и синего с их различными степенями. Основание этого в том, что из лучей всех форм, проходящих через границу сказанного непрозрачного тела  $FG$ , только пурпуро-видные, по причине наибольшего их преломления, могут отклониться до  $P$ , где и виден пурпуровый цвет. Затем синевидные лучи, преломляемые несколько меньше, падают на всем пространстве  $NQ$  и не могут отклониться в направлении к  $M$  больше, чем до  $Q$ . Таким образом, два рода лучей, и только они одни



Фиг. 93.

падают в  $Q$ , создавая цвет, смешанный из пурпурового и синего. Засим зеленовидные лучи, еще менее преломляемые, распространяются в пространстве  $NR$  не далее чем до  $R$ . Желтовидные же кончаются в  $S$ . Итак, в  $R$  смешиваются три рода лучей, и цвет возникает из них всех (т. е. из пурпурового, синего и зеленого). Поскольку же смесь пурпурового и зеленого дает синий (что легко усмотреть из сказанного ранее), поскольку вытекает, что цвет у  $R$  не может быть иным, как синим. Наконец, красновидные лучи преломляются меньше всех и, падая на пространство  $NT$ , отклоняются в направлении к  $M$  не более чем до  $T$ . Отсюда вытекает, что в сказанном пространстве  $NT$  происходит смешение всех цветов, благодаря чему появляется белый. Но в  $S$  (где смешиваются все цвета за исключением красного) заметен синий, склоняющийся к зеленому, однако чрезвычайно размытый, так как до состава белизны нехватает только красного.

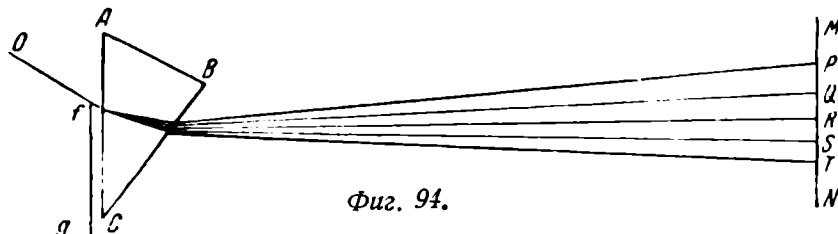
Если, далее, непрозрачное тело  $fg$  поставить между Солнцем и призмой около ее вершины  $C$ , как видно на схеме 94, то между затемненным пространством  $NT$  и светлым  $PM$  можно различить два цвета, красный в  $T$

и желтый в  $R$  по уже сказанным основаниям. Ибо лучи по способности их производить цвета по порядку (красный, желтый, зеленый, синий и фиолетовый) простираются на пространства  $MT$ ,  $MS$ ,  $MR$ ,  $MQ$  и  $MP$ , и только красновидные простираются до  $T$ , прочие же, более преломляясь, кончаются скорее. Посему необходимо, чтобы цвет в  $T$  был красным. В  $R$  падают три рода лучей, и цвет здесь является смесью (красного, желтого и зеленого). Но красный и зеленый составляют желтый, поэтому в  $R$  будет виден желтый. Далее, в  $P$  смешиваются лучи всех форм, и посему всюду к  $M$  пространство  $PM$  является белым. Также следует, что в  $S$  должен быть виден лимонный и в  $Q$  желтый с зеленым оттенком, однако настолько размытый и синеватый, что не заслуживает названия зеленого.

В-третьих, если между Солнцем и призмой поставить два тела  $Gf$  и  $gf$  (фиг. 95), так чтобы лучи проходили между обоими как бы через длинную щель, параллельную призме, причем расстояние  $fF$  достаточно велико, то возникают цвета. У  $P$  появляется пурпуровый и у  $R$  синий благодаря границе  $F$ , у  $r$  желтый и у  $t$  красный благодаря границе  $f$ , как уже было объяснено. Пространство  $Tr$  — белое между обоими рядами цветов. Если теперь несколько сдвинуть между собою препятствия  $GF$  и  $gf$ , так чтобы промежуточное пространство  $Ff$  стало уже, то тем самым суживается и белое пространство  $Tr$ , пока совсем не исчезнет и цвета с обеих сторон не сойдутся. Когда пространство  $Ff$  сожмется до этих пор, то в середине цветов возникает зелень вместо белизны, которая исчезает. Зелень не появляется раньше вследствие смешения разнородных лучей, среди коих она остается скрытой; но по мере того как разнородные лучи при сближении двух препятствий устраниются, сказанная зелень, понемногу вскрываясь, появляется и становится все совершеннее, пока она (когда сказанное пространство  $Ff$  будет достаточно узким) совсем почти не освободится от всякой примеси и не откроется в собственном виде не менее чем прочие цвета. Отсюда мимоходом следует заключить, что зелень точно занимает середину цветов, не более склоняясь к красному, чем к фиолетовому, или к желтому, чем к синему, как в отношении рода цветов, так

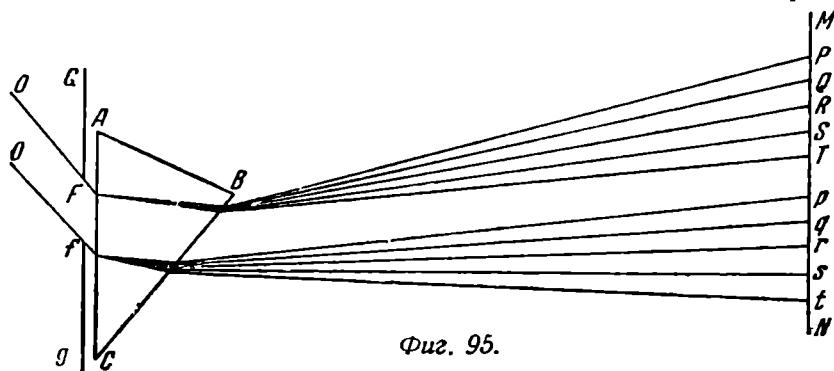
и количества лучей, соответствующего тому и другому роду. По степени преломляемости зелень меньше отличается от красной и желтой части, а по другим свойствам (как здесь не место объяснять) менее отличается от пурпуровой и синей части.

Далее, когда белый свет  $Tp$  начинает исчезать вследствие сжатия пространства  $Ff$ , то понемногу появляются даже более тонкие цвета; когда  $Ff$  станет очень



Фиг. 94.

узким, то желтый и красный, синий и фиолетовый появляются почти вдвое ближе, чем в том случае, когда их ширина позволяла возникать белому в середине цветов. Пять цветов (включая зелень) не занимают пространства больше, чем раньше занимали два цвета. При-

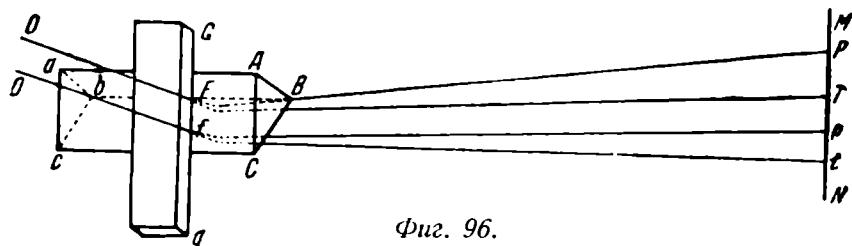


Фиг. 95.

чина этого станет ясной при внимательном рассмотрении схемы: желтый при  $r$  и синий при  $R$ , составленные из разнородных лучей, переходят в почти однородный желтый в местах падения  $S$  и  $s$  и в почти однородный синий в местах падения  $Q$  и  $q$ , так как разнородные лучи в значительной части уходят из смеси вследствие узости пространства  $Ff$ .

В-четвертых, если свет ограничивается препятствием  $Gg$ , конец коего перпендикулярно поперечен длине приз-

мы, то, вследствие свойства этой границы, совсем не образуется цветов. Ибо, положим, что параллельные лучи  $OF$  и  $Of$  и прочие (фиг. 96) проходят около сказанной границы  $Gg$  в призму  $ABC$ . Там они преломляются к  $PT$  и  $pt$ ;  $MN$  есть тень  $Gg$ . Пусть пурпуроидные лучи  $FP$  и  $fp$  преломляются больше, чем красновидные  $FT$  и  $ft$ ; это преломление происходит вдоль границы тени так, что из сказанных лучей многие отклоняются к тени больше, чем другие. Однако очевидно, что всюду, куда падают пурпуроидные лучи, туда же падают

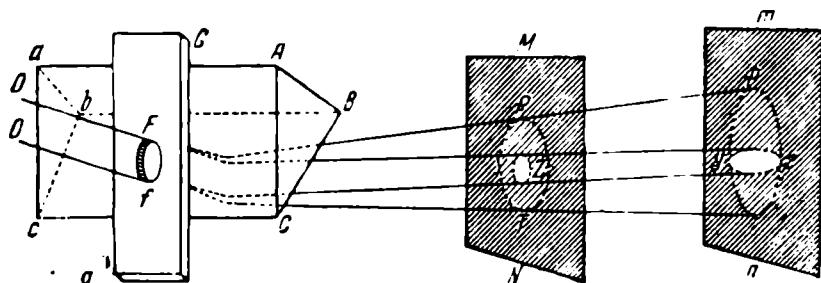


Фиг. 96.

и красновидные и обратно. То же следует и в отношении промежуточных лучей. Так, лучи всех родов, смешиваясь всюду у границы тени, хорошо ограничивают тени без какой-либо окраски (кроме белой или темной смешанной из света и тени). Но следует быть осторожным и не принимать цветов, образующихся на границах призмы  $Aa$  или  $Cc$ , за цвета, возникающие от границы  $Gg$ . По этой причине призмы из целого стекла слишком малы для исследования этого и предшествующего: цвета, получаемые у вершины и основания, не оставляют достаточно большого промежуточного пространства, в коем можно исследовать образование ранее сказанных цветов. Поэтому советую сделать призму из плоских и хорошо полированных стекол, которые применяют для зеркал; их надо соединить в виде клина, дополнив как призмо-видный сосуд. Этот сосуд, как выше говорилось, надо наполнить прозрачнейшей водой и закрыть. Так получится большая призма для опытов.

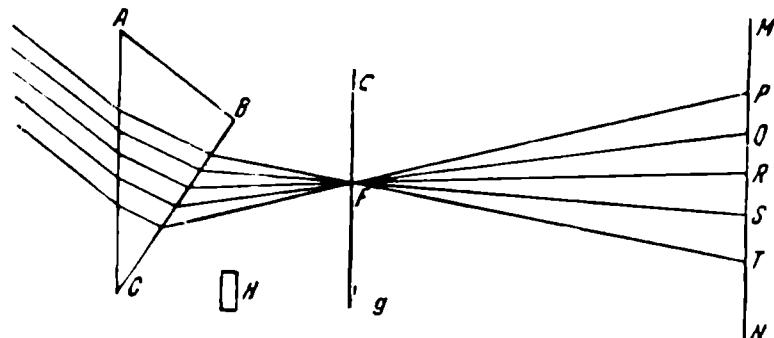
В-пятых, чтобы все понять в одном опыте, возьми  $Gg$  (фиг. 97) непрозрачное тело с круглым отверстием  $Ff$ , шириной около двух дюймов, через которое свет падает на призму. После преломления свет отбрасывается на бумагу или какое-либо белое тело  $MN$ ,

поставленное за призмой почти на половине фута. Тогда увидишь освещенное круглое пространство  $PYTZ$ , такого же вида, как отверстие  $Ff$ , белое в середине и ограниченное двумя полукружиями цветов, пурпуровым и синим в  $P$ , желтым и также красным у  $T$ . Эти цвета постепенно исчезают к  $Y$  и  $Z$ , где их не видно совсем. Если затем передвинуть немного бумагу на другое расстояние,



Фиг. 97.

например в  $m n$ , то увидишь, что цвета расширяются и увеличиваются, а промежуточный белый будет уменьшаться, пока совсем не исчезнет, и все пространство не окажется окрашенным цветами — красным, желтым, синим и пурпуровым. Если бумагу отнести еще дальше, то



Фиг. 98.

в середине появится зелень, вырастая как по объему пространства, так и по совершенству рода, вытягивая все окрашенное пространство в продолговатую форму. Причины всего этого можно почерпнуть из сказанного выше.

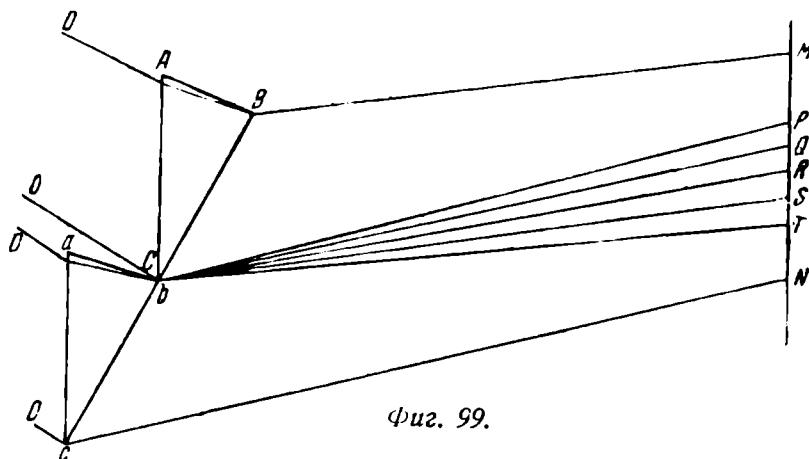
Далее, если свет ограничивается препятствием на некотором расстоянии за призмой, то образование цветов происходит подобным же образом. Пусть, например,

*Gg* есть препятствие (фиг. 98), пробуруженное в *F* и находящееся на расстоянии одного фута или больше за призмой *ABC*. Призму надо взять достаточно большой (ее можно сделать из стеклянных пластин, как описано выше) для того, чтобы весь свет не расходился в цвета, прежде чем не достигнет отверстия *F*. Этот свет, пройдя через *F*, превращается в цвета у *P, Q, R, S, T* не иначе, чем это происходило в предыдущих опытах. Тому, кто рассмотрит схему, станет ясным, каким способом лучи различных родов, не равно преломляясь, складываются из различных частей призмы в *F*, где (а также и в направлении к *G* и *g*) слагаются в белизну; здесь они пересекаются и стремятся к различным цветам в различных пространствах *P, Q, R, S, T*. Если задержать какой-нибудь преградой *H* лучи, идущие из некоторой части призмы, то можно извлечь некоторые из цветов *P, Q, R, S, T*. Если задержать лучи у вершины *C*, то убирается пурпуровый *P*, если же задержать у основания *AB*, то убирается красный *T*, так же с другими; по произволу можно убирать или создавать любой цвет, так чтобы был виден только он один.

Например, если свет ограничивается только с одной стороны призмы или же ставятся две границы с одной и той же или с противоположных сторон призмы, или же свет ограничивается каким-либо иным образом, то способ образования при этом цветов легко явствует из ранее сказанного, и не стоит тратить на это время и многие слова. Даже если поставлены две или больше призм каким-либо способом, то искусный в оптике легко разберет задачу.

Впрочем по поводу способа устранения любого цвета на фиг. 98 внесением препятствия *H* следует отметить мимоходом, насколько это обстоятельство противоречит гипотезам философов, придумывавшимся до сих пор относительно цветов. Из них следует, что преломленный свет всегда кончается синим и фиолетовым с той стороны, куда направлено преломление. Ибо вращение шаров, по мнению *Картезия*,<sup>84</sup> или передние части ударов наклонно колеблющегося эфира, по гипотезе г-на Гука,<sup>85</sup> будут во всех их частях задерживаться и замедляться вследствие близости покоящейся среды. И однако же видно, что если поставить препятствие *H* так, чтобы

задерживались лучи, идущие около вершины призмы, то можно устраниТЬ фиолетовый и синий и получить зеленый, желтый или даже красный внешними в тех частях, по направлению к коим происходит преломление. Не более крепки гипотезы, предполагающие, что цвета возникают из смешения света и тени, ибо мы видим, что одинаковое смешение происходит на границе, проходят ли некоторые лучи мимо предела  $H$  до преломления, или же все свободно проходят через призму.



Фиг. 99.

Таким же образом можно опровергнуть эти гипотезы мимоходом и на основании других опытов, если бы это было необходимо для моего начинания. Так, из опытов, в которых свет частью может отражаться, частью пропускаться, я мог бы вывести: свет проходящий дает желтый и красный даже в середине, где он не ограничивается никакой покоящейся средой или темнотой. Также очень много значит наблюдение, что нельзя никакими преломлениями изменить цвет света однородных лучей. Впрочем не стоит труда опровергать гипотезы, которые после нахождения истины рушатся сами собою.

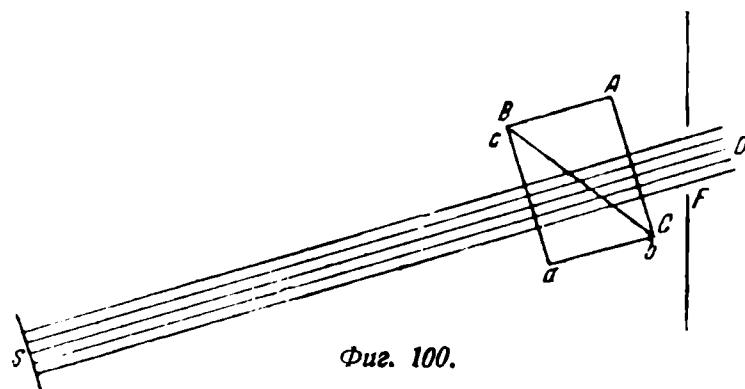
Родственными уже объясненным явлениям служат следующие, касающиеся сложения белого. Две призмы  $ABC$  и  $abc$  (фиг. 99) с равными вертикальными углами  $ACB$  и  $acb$  располагаются так с параллельными осями, что вертикальная линия  $AC$  одной соприкасается с  $b$ , концом основания другой, плоскости же  $Bc$  и  $bc$  лежат на одной

прямой. Сделав так, пропусти Солнце на бумагу  $MN$ , поставленную в восьми или двенадцати футах за призмами. Цвета образуются у  $M$  и  $N$  внешними границами призм  $B$  и  $c$ , а не внутренними  $C$  и  $b$ . Среднее пространство  $PT$  является полностью белым. Если убрать одну из призм, концы  $C$  или  $b$  образуют цвета у  $PT$ , если же призму вновь поставить на место, то восстанавливается белый. Таким образом этот белый слагается из цветов, идущих от концов  $C$  и  $b$  обеих призм, что легко видеть из сказанного. Пурпуро-видные лучи, преломленные от обеих призм, задерживаются в той же точке  $P$ , лучи, идущие от одной призмы, падают на  $PM$ , от другой — на  $PN$  и от обеих одинаково на все пространство  $MN$ , не иначе как если бы все они шли от одной призмы. Таким же образом синевидные лучи простираются по всему пространству  $MN$ , и их общая граница есть  $Q$ , соответственно тому, что исходят они от разных призм. Также и в отношении прочих лучей. Поэтому лучи всех родов смешиваются в одной части пространства  $PT$ , составляя там белизну. Если убрать одну из призм, например  $ABC$ , или, лучше, закрыть ее свет, тогда устремляются красновидные лучи из  $MT$ , желтовидные из  $MS$ , зеленовидные из  $MR$ , синевидные из  $MQ$  и пурпуро-видные из  $MP$  и остаются красновидные в  $NT$ , желтовидные в  $NS$ , зеленовидные в  $NR$ , синевидные в  $NQ$  и пурпуро-видные в  $NP$ . Посему в  $P$  появится пурпуровый и синий в  $Q$ , как видели раньше. На таком же основании если закрыть свет другой призмы  $abc$  так, чтобы он не проходил, то у  $T$  появится красный и у  $R$  — желтый.

В этих опытах требуется, чтобы углы  $ACB$  и  $acb$  были равными. Проверив это, сложи призмы по длине их так, чтобы две из плоскостей, заключающих сказанные углы, например  $BC$  и  $bc$  (фиг. 100), соприкасались, а остальные  $AC$  и  $ac$  были противоположными. Сделав это, пропусти лучи Солнца через отверстие  $F$ , так чтобы они распространялись до места  $S$  через сказанные призмы перпендикулярно к их сторонам  $AC$  и  $ac$ , свободно проходя без всяких препятствий, так как плоскости  $AC$  и  $ac$  параллельны и углы  $ACB$  и  $acb$  равны. Если этого нет, то углы не равны. В таком случае следует заметить, что, наклоняя плоскости  $BC$  и  $bc$  в одну сторону (фиг. 99) или в другую, можно достигнуть в  $PT$  белого, не

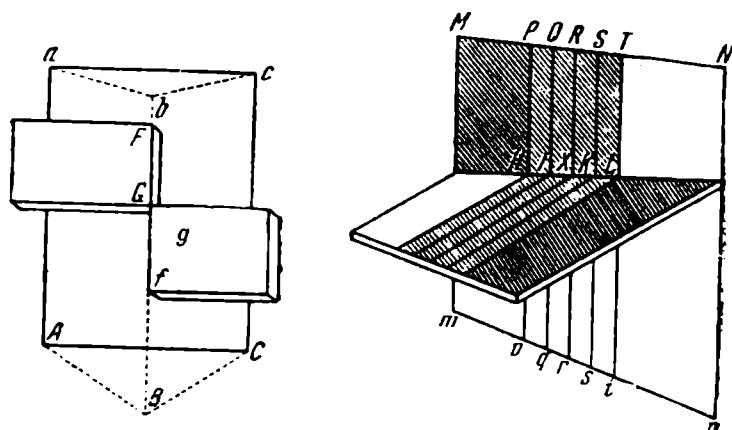
отличающегося от того, когда сказанные углы равны и плоскости  $BC$  и  $bc$  лежат на прямой.

Однако это можно осуществить и с одной призмой, если только она достаточно велика; положим, что ее



Фиг. 100.

преломляющие грани  $AC$  и  $BC$  (фиг. 101) имеют шесть или восемь дюймов ширины. Пусть  $FG$  и  $fg$  два непрозрачных тела, плоских и прямоугольных, так приложенных к плоскости призмы  $ACca$  своими плоскостями, что их



Фиг. 101.

угловые точки  $G$  и  $g$  соприкасаются около центра этой плоскости, а сходящиеся грани (из коих  $FG$  и  $fg$  параллельны осям призмы) лежат на одной прямой с двух противоположных сторон. Сделав так, пропусти преломленный свет на бумагу  $MNX$  на расстоянии около двух футов;

тогда препятствие  $FG$  отбрасывает тень в  $MN$  и создает пурпур в  $PHIQ$  и синий цвет в  $QILT$  и пропускает свет в  $LN$ . Я утверждаю, что если некое зеркало  $\psi X$  так отражает свет из той или другой части линии  $HL$  или  $HLpt$ , что он падает на бумагу на то же место с цветами  $HLPT$ , то цвета исчезают из другой части, и все пространство  $HLPT$  явится белым. Ибо пурпуроидные лучи от призмы стремятся прямо к  $PHIQ$ , прочие же четыре рода лучей отражаются зеркалом на то же место, например в  $H\pi\chi$ . Также пурпуроидные и синевидные стремятся прямо к  $QIXR$ , а три прочие рода лучей отражаются туда от  $IX\chi$ ; также и с остальными. Поскольку лучи всех родов смешиваются в пространстве  $PHLT$ , они образуют там белый. Но следует заметить, что поскольку свет всегда ослабляется отражением, то среди отраженных отсутствуют многие лучи, вследствие чего может произойти, что прямой свет не равносителен отраженному, и его цвет будет господствовать, если только это не выравнять наклоном бумаги, так чтобы прямой свет падал немного более наклонно, чем отраженный. Суждение об этом легко получить по совершенству возникающего белого.

Прежде чем я перейду к опытам другого рода, необходимо рассмотреть несколько более подробно форму цветного изображения, которое свет образует, проходя через круглое отверстие в затемненное помещение, и затем через призму исследовать размеры отдельных его цветов и расстояния между ними и тщательно определить степень преломляемости лучей отдельных родов.

Отмечу сначала, что когда призма (с вертикальным углом приблизительно 63 град.) отбрасывала изображение на расстояние 22 футов, длина его была  $13\frac{1}{4}$  дюймов и ширина  $2\frac{5}{8}$  дюйма. Посему центры крайних кругов, из коих расположенных по длине и состоит изображение, были удалены на  $10\frac{5}{8}$  дюймов. К этому расстоянию или растянутой длине изображения и следует относить его размеры, так как нет определенного соотношения для его абсолютной длины (зависящей от величины составляющих кругов). Посему я исследовал раз-

меры его наиболее ясных *ахрифей*,<sup>101</sup> мест, где цвета были наиболее совершенными в своем роде, и отмечал их границы при поперечном падении на бумагу пером; наблюдения такого рода часто повторялись, были сверены между собою и привели к следующим заключениям.

1. Синий и фиолетовый с одной стороны и зеленый и красный с другой разделяют изображение на две части, так что граница зеленого и синего (что можно назвать лазурным цветом) занимает середину.

2. Место, где зелень является пореевидной или наиболее цветущей, разделяет растянутую длину изображения в отношении 3 к 5, так что если разделить всю длину на 8 частей, то эта зелень будет отстоять на три части от границы красного и на пять частей от пурпурового.

3. Пространство, на которое простирается вся зелень от границ синим и желтым, простирается почти на шестую часть всей растянутой длины.

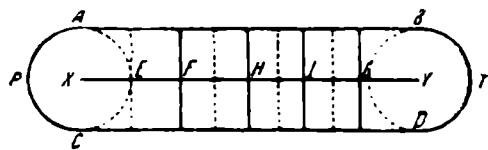
4. Граница синего и пурпурового, или наиболее совершенный индиго, отстоит от границы красного и желтого, или от наиболее совершенного лимонного, почти, на  $\frac{7}{12}$  частей всей растянутой длины.

5. Наконец, это расстояние между индиго-лимонным делится границей между зеленым и синим в отношении 2 к 3, т. е. эта граница, или середина изображения, отстоит от индиго на  $\frac{14}{60}$  частей всей растянутой длины и на  $\frac{21}{60}$  частей от лимонного.

Производя эти наблюдения тщательно, насколько мог я, не доверяясь собственному чувству (вследствие очень большой трудности точного различения границ цветов и мест их наибольшего совершенства), я прибегал к суждениям других. Найдя таким образом размеры изображения, я начертил их, как можно видеть на фиг. 102. Центры *X* и *Y* находятся на расстоянии  $10\frac{1}{4}$  дюймов,<sup>103</sup> полудиаметры равны  $1\frac{5}{16}$  дюйма; на этом основании начерчены два полукруга *APC* и *BTD* и соединены прямыми касательными *AB* и *CD*.

Засим линия *XY* (которую выше я назвал растянутой длиной изображения) разделена на 60 равных

частей и принято  $LY = 9$ ,  $IY = 20$ ,  $HY = 30$  и  $FY = 44$ . Проведя перпендикуляры к этим точкам, я разделил изображение на пять частей, относящихся к более заметным цветам; часть  $PF$  соответствует протяжению фиолетового,  $FH$  — протяжению синего и так далее. Сделав это, я отбросил окрашенный свет на эту фигуру, чтобы заново проверить, содержится ли тот или иной цвет в отмеченных здесь границах; при этом изображение занимало всю фигуру, и отдельные цвета наилучшим образом соответствовали отдельным частям.

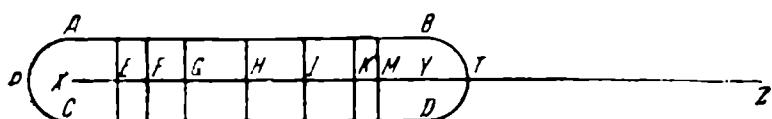


Фиг. 102.

Вместе с тем я наблюдал в этих пространствах места (отмеченные на схеме точками), где отдельные цвета являются насыщенными и наиболее яркими в своем роде.

Если промежутки этих мест и границ, определяющих цвета, может быть, кому-нибудь не ясны, то надо методом, уже неоднократно изложенным, уменьшить несколько круги, из коих составлено изображение, не меняя их центров. Это нужно для того, чтобы неоднородные цвета более разъединились и цвета стали более простыми. Поскольку на прямолинейных границах  $AB$  и  $CD$  цвета абсолютно простые, цвета же, лежащие на середине изображения по линии  $XY$ , являются сходными с лежащими на краях, мы убеждаемся этим обстоятельством, что смешение неоднородных лучей заметно не меняет места цвета, подходя с обеих сторон цвета надлежащим образом умеряют друг друга. Так зеленовидные лучи и пурпуро-видные, распространяясь по синему, уравновешивают друг друга, а посему не сдвигают и не изменяют этого цвета, и сами они (хотя бы не примешивалось совсем пурпуро-видных) составляют и проявляют прежнее. Но из этого исключаются пространства круговых окончаний

*AC* и *BD*, где сказанное уравновешивание извне постепенно уменьшается, и поэтому насыщенный красный есть единственный цвет, простирающийся в круговое окончание и освобождающийся от положения в изображении на краях (как обозначено на фиг. 103). Если же в этом остается неуверенность, то опыт можно повторить снова, сокращая ширину изображения, так чтобы круги, при прочем постоянном, получались меньше и не осталось больше никакого сомнения.



Фиг. 103.

Впрочем, хотя границы цветов падают на линии, проведенные у *F*, *H*, *I* и *Z*, однако места, в которых цвета кажутся насыщенными и яркими, не всегда находятся в середине этих пространств. Так, синий, наиболее яркий в своем роде и без примеси пурпурна, находится ближе к *F*, чем к *X*; наиболее полный золотистый виден несколько ближе к *H*, чем к *I*; также красный и пурпурный кажутся более яркими ближе к центрам *X* и *Y*, чем к другим границам, и только зелень процветает в середине границ *F* и *H*. Отсюда следует, что при смешении желтого и синего образуется зеленый; однажде красный и зеленый, вследствие большего промежутка, уже не хорошо составляют желтый, так же как зеленый и пурпурный—синий. Цвета у середины более сжаты, так что промежуток между желтым и красным и между синим и пурпурным почти втрое больше промежутка между зеленым и желтым или между границами синего. Для более изящного разделения изображения на части, пропорциональные между собою, удобно добавить к числу пяти более заметных цветов еще два других, именно лимонный между красным и желтым и индиго между синим и фиолетовым. Итак, удобнее будет, если, кроме пяти более заметных цветов, выделить эти два, предоставив им пространства по совершенству рода достаточно обширные.

Ограничив этим обширное распространение внешних цветов, получишь большую симметрию и пропорцию с количеством зеленого.

Включая таким образом эти цвета, я вновь произвел наблюдения, чтобы (говоря сразу) сравнить, будут ли части изображения, занимаемые цветами, пропорциональными струне, разделенной так, чтобы каждая ступень отвечала октаве.<sup>103</sup> Для проверки этого я разделил фигуру изображения соответственно на части, как видно на схеме 103, и опять попробовал, сколь хорошо сходятся цвета с этими частями. Продолжи длину вытянутого изображения  $XY$  до  $Z$  так, чтобы  $YZ$  равнялось  $XY$ . Вообрази, что  $XZ$  есть струна, которую надлежит так разделить в пределах  $XY$ , чтобы отдельные сегменты, продолженные до  $Z$ , могли давать отдельные ступени октавы (соль, ла, фа, ут, ре, ми, фа, соль). Для сего раздели пополам  $XY$  в  $H$  и на три части в  $G$  и  $I$ , отдели назад третью часть  $XI$  в  $E$  и возьми  $KY$ , равной пятой и  $MY$  восьмой части всего  $XY$ . Полутоны  $EG$  и  $KM$  соответствуют индиго и лимонному. Прочие же пять тонов  $XE$ ,  $FG$ ,  $GH$ ,  $HI$ ,  $IK$  — прочим пяти господствующим цветам, из коих каждый охватывается сказанными отдельными соответственными частями, если только все множество цветов точно падает на фигуру. Приблизительно в середине этих частей виден цвет наиболее светлый и яркий в своем роде; но даже пурпур и краснота дают у  $P$  и  $T$  только слабый свет.

Впрочем, поскольку я не мог наблюдать этого настолько точно, чтобы с уверенностью признавать, я поступил несколько иначе. Возьми между  $XZ$  и  $YZ$  одиннадцать средних пропорциональных, из коих  $EZ$  — секунда,  $FZ$  — терция,  $GZ$  — квинта,  $HZ$  — септима,  $YZ$  — нона и  $KZ$  — децима. Такое распределение изображения довольно хорошо сходится с распространением цветов. Разности между этим и прежним распределением, по самому внимательному суждению, столь малы, что едва превосходят могущие быть ошибки.

Насколько отличаются эти распределения, явствует из прилагаемых чисел, из коих верхние относятся к струне, разделенной на 720 частей в музыкальном отношении, нижние же — к той же струне, при-

близительно разделенной в геометрическом отношении.

Струна, музикально разделенная

$$360 \ 320 \ 300 \ 270 \ 240 \ 216 \ 202 \frac{1}{2} \ 180.$$

Струна, геометрически разделенная

$$360 \ 321 \ 303 \ 270 \ 240 \ 214 \ 202 \ 180.$$

Я считаю приведенное распределение лучшим не только потому, что оно лучше всего соответствует явлениям, но потому, что, может быть, оно содержит нечто от гармонии цветов, которая не совсем неизвестна художникам, но о которой я сам не имею достаточно определенного суждения (подобной, может быть, звучию тонов). Посему правдоподобным кажется сходство между крайним пурпуром и краснотой, концами цветов, и между концами октавы, каковое может почитаться унисоном.<sup>103</sup>

Отсюда, наконец, можно определить (механическим способом) пропорции синусов преломления, относящиеся к каждому роду лучей. При соприкосновении стекла и воздуха синусы крайних лучей относятся, как 68 к 69, поэтому нужно разделить промежуточную единицу в отношении частей изображения, тогда получится  $68, 68\frac{1}{8}, 68\frac{1}{5}, 68\frac{1}{3}, 68\frac{1}{2}, 68\frac{2}{3}, 68\frac{7}{9}$ , 69 для синусов, соответствующих границам и пределам отдельных семи цветов в отношении общего синуса падения  $44\frac{1}{4}$  при преломлении из стекла. Так как в действительности преломление происходит в стекло, то примем для этих синусов числа  $68, 68\frac{2}{9}, 68\frac{1}{3}, 68\frac{1}{2}, 68\frac{2}{3}, 68\frac{4}{5}, 68\frac{7}{8}, 69$  при общем синусе падения 106. Для синусов лучей, для коих цвета являются наиболее совершенными в своем роде, можно получить промежуточные числа между приведенными.

Также для границы воды с воздухом, где крайние синусы преломления суть 90 и 91, можно получить промежуточные синусы подобным же разделением про-

межуточной единицы (т. е.  $90$ ,  $90\frac{1}{8}$ ,  $90\frac{1}{5}$ , и пр. или  $90\frac{2}{9}$ ,  $90\frac{1}{3}$  и пр.). Впрочем эти определения не являются строго геометрическими и только приближенно точны, насколько этого требуют практические дела; трудиться над этим больше значило бы, помимо скучных расчетов, удовлетворять пустое любопытство.

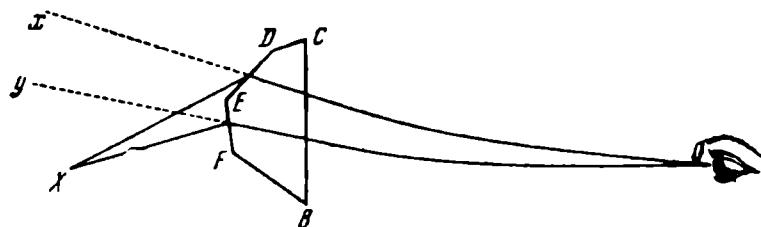
Есть и другие обстоятельства, касающиеся цветов, которые я мог бы теперь определить в отношении различных их форм и распространений при различных положениях призмы, вращаемой вокруг оси, или вследствие различной преломляющей матери, из которой делаются призмы, или же вследствие различной величины их преломляющего угла. Но изо всего показанного в первой части (и при сопоставлении с уже объясненным) достаточно явствуют все, насколько могу судить, явления, происходящие как при одном только преломлении, так и при многих и при любых ограничениях света.

*О явлениях света, пропускаемого призмой в глаз*

После объяснения цветов на стенах и других явлений от отражающих предметов по порядку требуется, чтобы я перешел к объяснению сходных предметов, наблюдаемых через призму глазом. Излагая выше учение в пяти предложениях, я подтверждал их только опытами первого рода, намеренно умалчивая о другомrole опытов, не столь простых. Поэтому теперь будет не лишним дать их пространное объяснение.

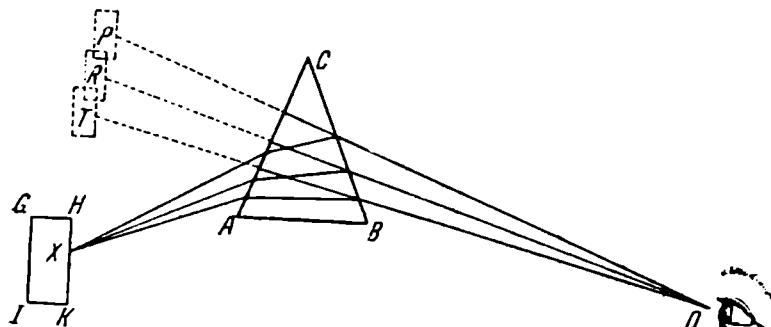
В связи с этим прежде всего полезно напомнить, что изображения, получаемые от видимых предметов посредством преломления, видны не на своих собственных местах, но на каких-либо других, от коих преломленные лучи идут прямо в глаз. По той же причине если лучи преломляются так, что, исходя от одних и тех же частей предмета, они приходят прямо в глаз из разных мест, то и предмет кажется находящимся в разных местах. Пусть, например (фиг. 104)  $X$  есть предмет,  $O$  глаз и  $BC$  линза, поставленная между предметом и глазом и ограниченная многими плоскими поверхностями  $CD$ ,  $DE$ ,  $EF$ , как это обыкновенно делают для получения многих изображений предмета. Засим

предположи, что лучи, падающие на эти плоскости, преломляются так, что стремятся в глаз, как будто бы исходя из места  $x$ , если они падают на плоскость  $DE$ , или из места  $y$ , если падают на плоскость  $EF$ , и так далее. Ясно как из рассуждения, так и из опыта, что предмет  $X$  виден в различных,  $x$ ,  $y$ , местах или во многих.



Фиг. 104.

Таким же образом, делая прежние предположения за исключением того, что вместо многоугольника  $BC$ , ставится призма  $ABC$  (фиг. 105), найдешь, как следует из ранее показанного, что из лучей, преломляемых к глазу, пурпуро-видные больше всего отходят от прямой, соединяющей глаз и предмет. Положим, что



Фиг. 105.

они попадают в глаз, как бы исходя из  $P$ , и что красновидные лучи стремятся в глаз, как бы исходя из  $T$ , а прочие — из промежуточных мест по степени преломляемости. Ясно, что если рассматривать предметы только посредством пурпуро-видных лучей, то изображение будет в  $P$  и с синей окраской, если

рассматривать только в красновидных лучах, то изображение будет в  $T$  и красного цвета. Если бы предмет испускал одновременно только два рода лучей, то получилось бы двойное изображение; так, если бы тело испускало красновидные и пурпурвидные лучи, то одно, красное, изображение было бы видно в  $T$ , а другое, пурпурное, в  $P$ . И, наконец, если предмет испускает лучи всех родов (как обыкновенно природные тела), тогда получатся бесчисленные изображения постепенно меняющегося цвета, расположенные по всему пространству  $PT$  в непрерывном порядке; эти изображения, образующиеся в местах, не вполне отчетливых, перекрывают друг друга так, что виден только размытый ряд цветов.

Этим способом можно получить цвета всех родов как со светящимися предметами, так с черными или ограниченными темнотой, если только их кажущаяся величина очень мала, как у Солнца или Луны, или у других светил, или у отверстия в окне, пропускающего свет облаков в темное помещение.

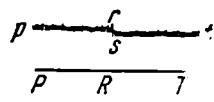
Рассмотри внимательно более пространный предмет, нарисованный у  $X$ ; прежде всего обрати внимание на его границу  $GH$ , расположенную ближе всего к вершине призмы; ясно, что изображение ее образуется из лучей различных родов, причем пурпуровое изображение отходит дальше всех в  $P$  и этот цвет будет крайним. Зеленое изображение переносится до  $R$ , сливаясь в некоторой части с пурпуровым изображением и промежуточным синим; из этой смеси получается синий цвет. Красный, оканчивающийся в  $T$ , совпадает с частями всех прочих изображений, простирающихся до этих пор, и там восстанавливается цвет предмета, например белый, если только предмет был белого цвета.

Таким образом, предмет кажется у границы  $GH$  ограниченным пурпуровым и синим, на противоположной границе  $IK$  по таким же основаниям получаются цвета красный и желтый.

Не иным способом, как от частей этого предмета, должны образоваться различные цвета от других светящихся предметов.

Величина угла  $POT$ , под коим видны цвета, будет

наибольшей, если призма поставлена возможно ближе к глазу, и тем меньше, чем ближе находится призма от предмета. Так, если вертикальный угол призмы, сделанной из стекла, равен 60 град., то цвета видны приблизительно под углом 2.2', если глаз расположен около призмы, и 1.1', если призма поставлена посередине между глазом и предметом, и почти  $30\frac{1}{2}$  мин., если она находится от глаза на расстоянии втрое большем, чем от предмета, и т. д. При этом я пред-



Фиг. 106.



Фиг. 107.

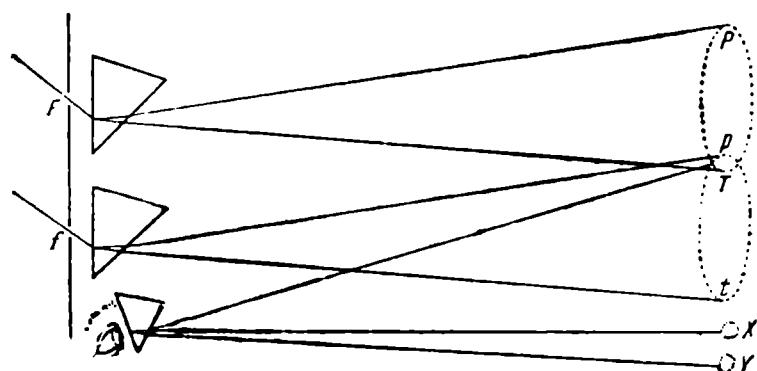
полагаю, что лучи на обеих поверхностях призмы преломляются одинаково. Ибо если положение призмы к лучам с обеих сторон становится более отлогим при повороте ее вокруг оси, то угол увеличивается. Я предполагаю также, что предмет достаточно светлый и ограничен полной темнотой, так чтобы можно было видеть цвета до самого края. Ибо иначе цвета будут простираться, как указывалось, на меньшую ширину, и будет трудно сделать заключения о количестве цветов в окружающих предметах, видимых днем, а также о преломлениях, при этом происходящих.

Впрочем мне хочется для пояснения учения коротко описать некоторые более значительные и менее известные из многих относящихся сюда явлений.

Во-первых, пусть какая-нибудь нить  $PT$  (фиг. 106) наполовину  $PR$  окрашена в синий цвет и наполовину  $RT$  в красный. Вооружившись призмой, внимательно смотри на нить, сзади которой, для того чтобы обойтись без темного помещения, поставь какое-нибудь очень черное тело. При этом нить будет казаться разделенной пополам, причем половины не лежат на одной прямой, но на двух раздельных линиях, как нарисовано, у  $pr$  и  $st$ . При этом изображение синей половины вследствие большего преломления ее лучей отнесено несколько больше. Вместе с тем видно и темноватое

изображение всей нити *PT*, части которой лежат на прямой и цвета которой несколько растянуты. Это происходит от несовершенства и смеси цветов, скрываемой в обеих частях нити. Однако, чем ярче и проще она была окрашена, тем темнее получалась эта линия и яснее и больше разрывались *pr* и *st*.

Впрочем, поскольку свет, отражаемый тонкой нитью, очень слаб, лучше взять какой-нибудь более обширный предмет, обозначенный *PN* (фиг. 107), например бумагу,



Фиг. 108.

в одной части *PRLN* синюю, в другой красную. Затем, поместив около глаза призму и расположив за предметом черное тело или темное место, увидишь, что изображение синей части отнесено несколько дальше, границы же *pt* и *kr* соприкосновения цветов *rs* и *lm*, как раньше, изломлены. При этом нужно обратить внимание, чтобы краски были нанесены густо и ярко.

С этим схож опыт, в котором я ставил две призмы у двух отверстий, через которые свет проходил в затемненное помещение. Я располагал призмы так, что пурпур одной и краснота другой встречались в одном месте. В этом месте я прикрепил круглый отрезок бумаги, шириной не больше половины или трети ширины цветного изображения, освещая его вследствие этого только двумя цветами. Сделав это, можно было видеть на бумаге бледные цвета. Закрыв прочие цвета с обеих сторон темным предметом или (что лучше) отбрасывая

свет дальше так, чтобы бумага казалась окруженной чернотой или мраком, я ставил третью призму перед глазом на произвольное расстояние, подвигая ее ко мне различным образом, причем видел сказанное бледное изображение на бумаге двойным, пурпуровым и красным; пурпуровое изображение относилось при этом дальше от бумаги, чем красное, как того требует большая преломляемость этих лучей. Опыт представлен на схеме 108, где изображения бумаги суть  $X$  и  $Y$ .

Таким же образом, если густо покрыть какой-нибудь очень малый предмет смесью двух родов порошков, из коих один совершенно красный, другой же пурпуровый или индиго, или если можно приготовить смесь синего, зеленого или желтого, то получится двойное изображение; зрелище может быть удивительное для не знающих причины. Но нужно следить, чтобы порошки можно было изготовить с простыми цветами.

Далее довольно схоже с предыдущим, если так отбросить на стену цвета от двух призм, чтобы они (при касании красного одного с пурпуровым другого) лежали на одной прямой, как видно в  $Pt$ ; при этом нужно внимательно наблюдать через призму, установленную параллельно.

Изображения уже не лежат больше на прямой, а будут отчетливо видны раздельными, как изображено в  $tm$  и  $\psi u$  на фиг. 109.

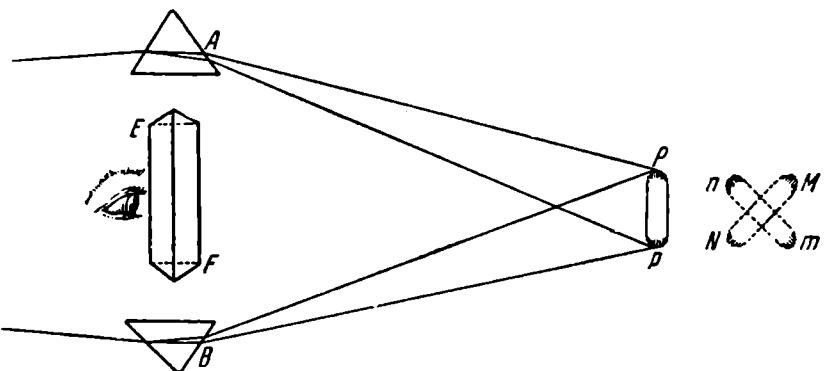
Поставь две призмы  $A$  и  $B$  (фиг. 110) так, чтобы цвета их одинаково, но в противоположном порядке падали на место  $Pp$ , пурпуровый одного у  $p$  и красный у  $P$ , пурпуровый же другого в  $P$  и красный в  $p$ . Если смотреть через третью призму, параллельную изображению  $Pp$ , то увидишь, вместо одного изображения  $Pp$ , два пересекающихся, одно  $MN$ , получающееся из цветов призмы  $B$ , и другое  $tm$  из цветов призмы  $A$ . Чем дальше отходить от предмета  $Pp$ , тем больше расходятся концы изображений  $M$  от  $p$  и  $N$  от  $t$ .

Обратными этими опытами являются такие, когда два предмета, например два бумажных кружка  $X$ ,  $Y$  (фиг. 108), окрашенные в разные краски, или же два ряда параллельных или пересекающихся цветов от раз-



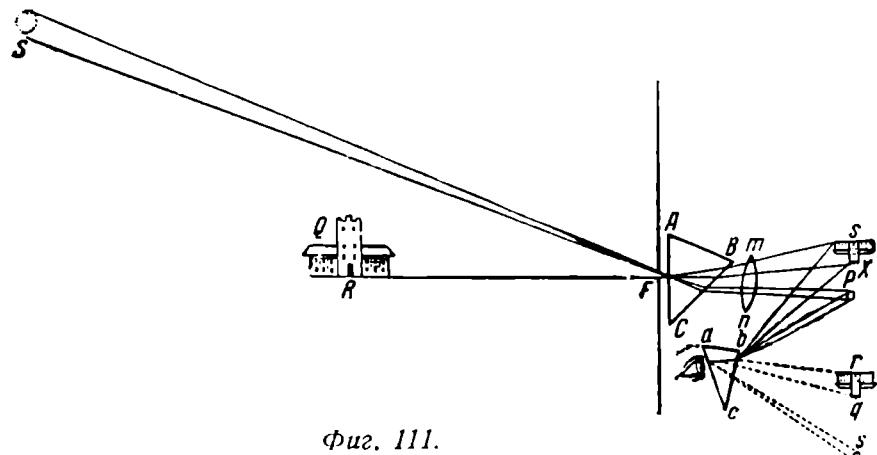
Фиг. 109.

ных призм, как  $MN$  и  $mn$  на фиг. 110, при наблюдении через другие призмы кажутся совпадающими в один.



Фиг. 110.

Кроме изложенных, замечателен опыт такого рода, когда предмет, кажущийся невооруженному глазу окрашенным, посредством призмы лишается цветов. Сначала



Фиг. 111.

получим цветное изображение Солнца, отбрасываемое на стену призмой  $ABC$  (фиг. 111). Будем рассматривать его через другую параллельную призму  $abc$ , которую надо держать в руках, так чтобы ее вершина была обращена к области красного цвета. Если наблюдатель

будет постепенно отходить от изображения, он увидит, что цвета понемногу сжимаются, до тех пор пока, соединяясь, они не восстановят белого и круглого изображения. Это происходит, когда наблюдатель находится от цветов на таком же расстоянии, как призма  $ABC$ , если только вертикальные углы обеих призм одинаковы. Отсюда ясно, что причина этого в том, что продолговатое изображение образовано, как я излагал, из бесконечно многих кругов или круглых изображений, непрерывно расположенных по длине. Круги, находящиеся на пурпуровом конце, должны переноситься преломлением второй призмы больше, чтобы догнать прочие и совпасть со всеми.

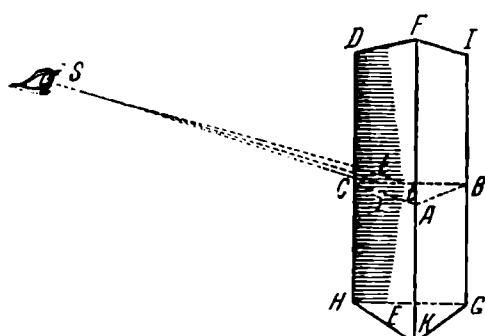
Таким же образом, если наружу расположен какой-нибудь предмет, как  $QR$ , то на стену призмой пропускается его размытое окрашенное изображение  $Xs$ . Если же смотреть через другую призму, то можно освободить это изображение от цветов и добиться, чтобы оно стало отчетливее, как видно в  $qr$  (фиг. 111). Для достаточного обилия света требуется, чтобы отверстие  $F$  было широким, однако вследствие этой ширины проходящие изображения получаются размытыми. Поэтому вблизи отверстия нужно поставить выпуклую линзу  $tt$ , которая собирает лучи, идущие от отдельных точек предмета наружу в стольких же точках на стене. Кроме того, призмы должны быть очень прозрачными, полированными и ограниченными точно плоскими поверхностями; в отношении положения они должны устанавливаться параллельно, насколько можно точнее.

Такая тщательность не требуется для наблюдения изображений  $qr$ ,  $Xs$  без цветов, однако для того чтобы они при стольких преломлениях являлись отчетливыми, помимо точного изготовления стекол, нужно умение испытующего установить все правильным образом.

Наконец, к этому можно еще добавить, что, чем более простым светом освещаются предметы, тем более отчетливыми кажутся они через призму, так как размытость их при наблюдении днем через призму возникает из неравной преломляемости освещивающих лучей. Поэтому часто упоминавшиеся прямолинейные границы солнечного изображения (на которых, как я отмечал,

нет никакого смешения неоднородных лучей) кажутся через призму более отчетливыми, чем все другие предметы. Поэтому же муки и подобные животные, когда они освещаются красным или каким-либо иным однородным светом, получаемым через призмы, обычно кажутся более отчетливыми.

Глаз, вооруженный энгископом,<sup>104</sup> различает все это, освещенное простым светом, более отчетливо. Это может оказаться существенно полезным при рассмат-



Фиг. 112.

ривании насекомых или тканей других природных предметов.

Выше, в третьем предложении, я говорил о явлениях, в коих из лучей, одинаково наклоненных к преломляющей поверхности, некоторые роды выходили, другие же полностью отражались; теперь уместно привести некоторые сходные явления. Пусть *S* глаз наблюдателя, направленный на свет, входящий днем от облаков через плоскость *FG* (фиг. 112), отражающийся от плоскости *HI* и выходящий вновь через плоскость *FH*. Если призму установить так, чтобы угол отражения лучей, отражаемых от середины основания *HI* в глаз, был почти 50 градусов, то часть, примыкающая к более удаленному основанию, кажется несколько более темной, причем граница обеих частей имеет кайму *DE* темносинего цвета. Поскольку лучи, отражающиеся от более удаленной части основания в глаз, падают более наклонно, чем те, кои отскакивают<sup>105</sup> от более близкой части, явление можно приписать наклону

лучей относительно основания среды. Ибо от более близких частей некоторые из лучей могут пробиться и преломиться вследствие меньшего наклона, в то время как от более удаленных частей по причине большего наклона все лучи отражаются в глаз. Так, для стекла, преломление коего мы измерили отношением синусов 42 к 62, в плоскости  $SABC$ , поперечной длине призмы, полагая угол  $CtS$   $49.22'$ , угол  $CrS$   $49.44'$  и угол  $CpS$   $50.5'$ ,  $t$  было пределом преломления красновидных лучей, за коими не проникали через поверхность  $Hl$  никакие лучи, которые могли бы, благодаряциальному наклону падения, отразиться в глаз. По сю сторону от  $Ct$  многие из лучей, падающих таким образом, вследствие меньшего наклона могут пройти и преломиться и достигают глаза, если отразятся должным образом. Таким образом,  $r$  будет границей зеленовидных лучей, а  $p$  границей пурпуро-видных. Посему часть поверхности  $lH$ , лежащая по сю сторону от  $Cp$ , вследствие пропускания многих лучей всякого рода будет казаться темнее, чем другая часть  $tB$ , отражающая все лучи, которые достигают глаза. И так как красновидные лучи начинают приходить от границы  $t$ , а зеленовидные от границы  $r$ , то ясно, что из них меньше отскакивает в глаз в пространстве  $pt$ , чем пурпуро-видных, начинающихся проходить только от границы  $p$ , и синевидных, которые начинают проходить только на границе между  $p$  и  $r$ .

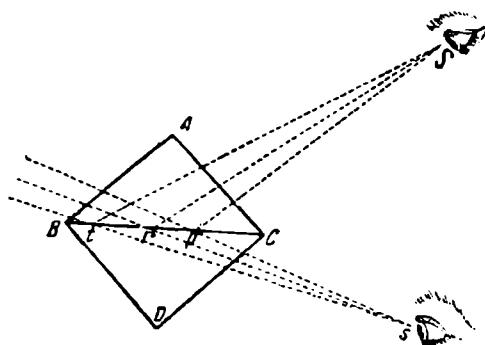
Поэтому в этом пространстве несколько господствуют пурпуровый и синий цвета. Так же может быть объяснена вся темносиняя линия  $DE$ .

Эта линия не прямая, но искривлена наподобие дуги вследствие того, что точки, отражающие лучи, отскакивающие от основания призмы в глаз под данным углом, составляют такую кривую.

Что касается преломлений, получающихся на поверхностях призмы  $FG$  и  $FH$ , то в более удаленной  $FG$  не происходит ничего, если только лучи из ближней поверхности  $FH$  выходят перпендикулярно (при угле  $KHG$ , равном приблизительно  $40\frac{1}{4}$  градусов). Если этот угол больше, то цвета на линии  $DE$  получаются вследствие преломления немного более отчетливыми,

если же меньше, то менее отчетливыми. Большее же удаление глаза от призмы или (что равносильно) сжатие зрачка несколько улучшает цвета.

Если затем сложить вместе две призмы, соединяя основания и сохраняя оси параллельными и закрепить в таком положении, то получаются все те же явления вследствие отражения лучей от воздуха, заключенного между призмами. Но проходящие лучи дают обратное. Пусть  $ACDB$  (фиг. 113) есть поперечное сечение обеих



Фиг. 113.

призм по их длине,  $CB$  соприкосновение оснований или, лучше, заключенный между призмами воздух. Ибо едва ли можно сжать призмы столь тесно, чтобы между ними не оставалось воздуха даже в виде тончайшей пластины. Если сделать так, перехватывая глазом  $S$  лучи, отражаемые в  $CB$ , промежуточной пластине воздуха, то все будет казаться таким же, как в предшествующем опыте. Если же глаз  $s$  принимает проходящие лучи, то все кажется обратным, пространство  $tB$  темным и мрачным и  $Cp$  прозрачным, граница же их  $pt$  около  $t$  насыщенно красной и около  $r$  лимонной и желтой. Этот цвет постепенно разбавляется до  $p$ , где в  $pC$  переходит в белый. Эти цвета являются более яркими и блестящими, чем темносиний цвет, отраженный от другой части в глаз  $S$ . Основание всего этого явствует из сказанного выше. Ибо из лучей, стремящихся к глазу  $s$  и падающих на часть поверхности  $tB$ , все отражаются вслед-

ствие очень большого наклона, только красновидные лучи могут несколько пройти эту поверхность от  $C$  до границы  $t$ , зеленовидные до границы  $r$  и пурпуро-видные до границы  $p$ .

Впрочем следует быть внимательным, чтобы свет не падал на поверхность  $CB$  со стороны  $D$ ; этот свет, отражаясь в глаз  $s$  или проходя в глаз  $S$ , будет мешать наблюдению цветов. И, кроме того, для того чтобы преломления на поверхностях  $AB$  и  $CD$  не влияли несколько на объясненное явление, нужно, чтобы сказанные поверхности были параллельными, благодаря чему (по принятому нами мнению) влияния взаимно уничтожаются.

*О явлениях света, пропускаемого через преломляющую среду, ограниченную параллельными плоскостями*

Изложив явления в треугольных призмах, уместно объяснить, что происходит с четырехугольными, имеющими параллельные плоскости. Я тем охотнее приступаю к этому, что философы до сего времени полагали, что таким образом цвета не могут получаться, и считали, что вторая поверхность полностью уничтожает обратным преломлением влияние, проявляемое первой поверхностью; это считалось проверенным, так как в стеклах окон и в других подобных предметах не замечали никаких цветов. Они не знали того, что количество и совершенство цветов такого рода зависит от расстояния между параллельными поверхностями. Ибо в стеклянных пластинах вследствие малого промежутка между поверхностями цвета настолько бледны и слабы и связаны столь узким пространством, что они не поддаются чувству. Если же достать стекла более толстые или, лучше, стеклянные сосуды в виде параллелепипеда, наполненные прозрачнейшей водой, то можно видеть, как такой жидкостью образуются цвета.

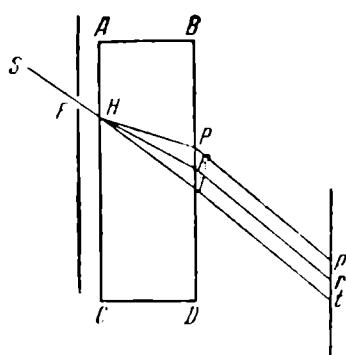
Вообрази, что  $ABCD$  (фиг. 114) есть стеклянный или водяной параллелепипед, окруженный воздухом. Две из противоположных и параллельных плоскостей сосуда отмечены линиями  $AC$  и  $BD$ . Солнце светит наклонно через малое отверстие  $F$ . Параллельные или сходящиеся лучи Солнца должны неодинаково преломляться на первой поверхности у  $H$ , расходясь оттуда до падения на вторую поверхность у  $PT$ , где они рисуют

цвета всех родов, как я это пространно объяснял выше. Поскольку теперь вследствие параллелизма преломляющих поверхностей лучи столько же искривляются в сторону второй поверхностью, насколько они были искривлены первой в другую, поскольку необходимо, чтобы лучи выходили параллельным лучам, падающим из воздуха по линии  $SH$ . А так как приобретенные расстояния и положения сохраняются до бесконечности, то возникшие цвета распространяются без изменения. Так, если  $RH$  из преломленных у  $H$  есть пурпурвидный луч, а  $FH$  красновидный, то их вновь преломленные лучи  $Pp$  и  $Tt$  выходят параллельными падающими  $SH$  и, следовательно, себе самим. Поэтому они будут

неизменно проявлять пурпур и красноту, так же как в  $P$  и  $T$ , на каком угодно расстоянии в  $pt$ , не испытывая нигде изменений, перенося пурпур из  $P$  в  $p$ , а красный из  $T$  в  $t$ , прочие же в промежуточные соответствственные места.

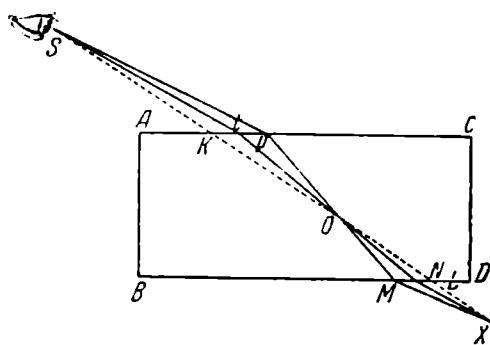
Так должно произойти в точности, если только лучи падают по одной и той же линии  $SF$  или ей параллельной на призму, тогда они выйдут параллель-

ными. Если же они взаимно наклонены, как, например, лучи, распространяющиеся от различных частей солнечного диска, тогда они и выходят наклоненными, и поэтому при дальнейшем переносе испытывают изменения. Посему круги, производимые отдельными родами лучей, из коих, расположенных по длине, построено цветное изображение Солнца на поверхности  $BD$ , вследствие расхождения лучей, пересекающихся в отверстии  $F$ , становятся тем шире, чем дальше распространяются лучи после выхода. В то же время центры их, которые освещались лучами, вытекающими из центра Солнца, по одной и той же линии до преломления, сохраняют и после преломления те же расстояния и положения между собою. Отсюда следует, что пространство  $prt$ ,



Фиг. 114.

освещаемое солнечным светом, впускаемым в затемненное помещение, расширяется тем больше, собираясь в круговую форму, чем дальше оно находится от призмы. Зелень в середине  $R$ , если только она остается, постепенно переходит в белизну; если же ее нет вследствие узости призмы или ширины отверстия, пропускающего свет, то белый занимает середину цветов, и этот белый понемногу расширяется. Однако цвета не размываются и не сжимаются в более узкое пространство,



Фиг. 115.

хотя и получаются менее яркими вследствие расширения изображения.

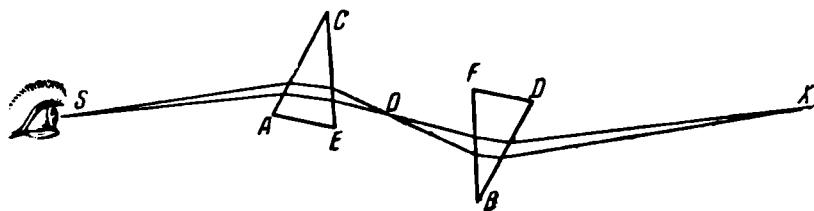
Если затем производить наблюдения посредством параллелепипеда, то цвета окрашиваются так же, как будто бы стояла треугольная призма, в особенности если параллелепипед достаточно наклонен к проходящим лучам так, что он много преломляет и если предметы расположены очень близко. Если же предметы далеко или между параллелепипедом и предметами, или между параллелепипедом и глазом есть промежуток, то, несмотря на большое преломление вследствие наклона параллелепипеда, цвета не образуются. Пусть  $X$  (фиг. 115) есть светящаяся точка, испускающая через преломляющий параллелепипед с плоскостями  $AC$  и  $BD$  лучи в глаз  $S$ . Ясно, что если провести  $StNX$ , изображающую красновидный луч и  $SpMX$ , изображающий пурпурвидный, то лучи эти будут одинаково преломляться на обеих поверхностях; по-

скольку треугольники  $pSt$  и  $MXN$  подобны, постольку пурпуровидный луч вследствие большей преломляемости будет больше отходить туда и сюда у  $p$  и  $M$  от прямого пути, чем красновидный. Отсюда необходимо, чтобы эти лучи где-то пересекались между собою внутри призмы, как это видно в  $Q$ , причем образующиеся треугольники  $pOt$  и  $MON$  подобны или трапеция  $SpOt$  подобна трапеции  $XMON$ . Поэтому лучи так распространяются к глазу, как будто бы они первоначально истекали из того же  $O$ , испытывая преломление только на одной поверхности  $AC$ . Отсюда не только следует образование цветов, но можно также определить угол  $pSt$  или кажущуюся ширину цветов и другие обстоятельства для какого угодно положения глаза.

Однако это будет яснее, если сравнишь с опытом, рассматривая наклонно предметы, глубоко погруженные в воду: они кажутся окрашенными цветами вследствие преломления на стоячей поверхности. Пусть  $AC$  поверхность стоячей воды и  $O$  какой-нибудь погруженный предмет, рассматриваемый наблюдателем  $S$ .  $O$  легко найти, проведя прямую  $SX$ , пересекающую преломляющие поверхности в  $K$  и  $L$ , и разделяя ее в  $O$  так чтобы  $SK$  относилось к  $LX$ , как  $SO$  к  $OX$ , или как  $KO$  к  $OL$ .

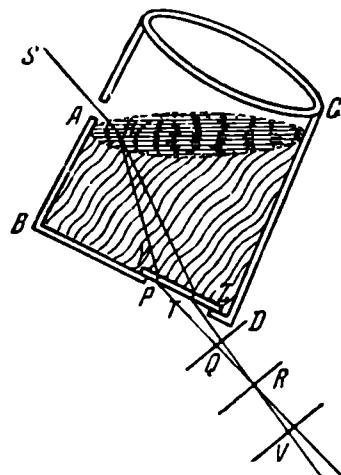
Для этих опытов лучше всего, вместо параллелепипеда, взять сосуд, имеющий на дне отверстие, которое надо закрыть полированной стеклянной пластиной, параллельной горизонту, так чтобы он мог удерживать воду. Если наполнить его водой до высоты фута или больше, то свет, проходя наклонно через стекло или параллельную ему поверхность воды, дает цвета объясненным образом, и, последовательно помещая предметы в  $X$  и  $O$ , можно проверить явления. То же можно сделать, располагая две стеклянные треугольные призмы  $ACE$ ,  $DBF$  (фиг. 116) на расстоянии фута или больше, так чтобы их соответственные стороны  $AC$  и  $DB$  и  $CE$  и  $BF$  были параллельны, и лучи проходили через внутренние поверхности приблизительно перпендикулярно. Тогда внешние стороны  $AC$  и  $BD$  соответствуют преломляющим плоскостям параллелепипеда, и вследствие большей преломляющей силы стекла, чем воды, цвета получаются много ярче.

Этого было бы достаточно для изложения цветов, получающихся от параллельных поверхностей, но полезно, может быть, отметить различие явлений, происходящих от них и от треугольных призм.



Фиг. 116.

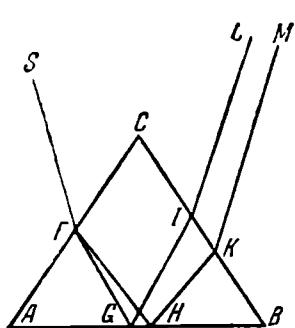
1) Цвета, отбрасываемые на бумагу, выходят на удаленной бумаге яркими с треугольной призмой и тусклыми с параллелепипедом; 2) когда удаленные предметы рассматриваются через треугольную призму, то цвета их получаются яркими, иначе с параллелепипедом;



Фиг. 117.

3) когда Солнце светит через треугольную призму, то возникают цвета, ограничивая свет с обеих сторон призмы; когда же просвечивается параллелепипед, то не появляются цвета на границе с задней его гранью. При-

чина этого в том, что неоднородные лучи делаются треугольной призмой расходящимися, вследствие чего они после выхода все более и более разъединяются; в параллелепипеде же при выходе восстановляется параллелизм, и лучи более не расходятся друг от друга. Наконец, следует отметить, что порядок цветов на дне глаза,<sup>106</sup> смотрящего через треугольную призму на Солнце или светильник, для другого человека, стоящего около, кажется обратным, чем для самого наблюдателя. Если же применить параллелепипед, то порядок будет тем же в обоих случаях вследствие пересечения лучей в параллелепипеде, через который смотрит наблюдатель, что ясно из рассмотрения схемы.



Фиг. 118.

Из этого различия свойств получается явление, что порядки цветов на различных расстояниях будут разными. Пропусти свет через водяной сосуд *ABCD* (фиг. 117), на дне которого *YZ* вделана стеклянная пластина, предполагавшаяся выше параллельной горизонту. Если поднять сосуд к лучам Солнца, так чтобы дно его было больше наклонено к проходящему свету, чем верхняя поверхность стоячей воды, то неоднородные лучи выйдут расходящимися вследствие большего преломления на выходе. Поэтому, пересекаясь, они будут менять положение. Если свет принять на бумагу вблизи выхода, то пурпур будет падать ниже красноты; если же бумагу отнести дальше к месту пересечения, то цвета вследствие смешения исчезнут, превращаясь в белый; засим цвета снова появляются, но в обратном порядке, как видно у *Q*, *R* и *V*.

Перехожу теперь к другому опыту, несколько схожему с этим, в котором цвета получаются не от параллельных поверхностей, а от поверхностей наклонных так, что, вследствие промежуточного отражения, лучи становятся параллельными. Пусть *SF* (фиг. 118) есть линия излучения цветов всех родов; из них пурпуровые, входя в *F* в призму, преломляются к *H*,

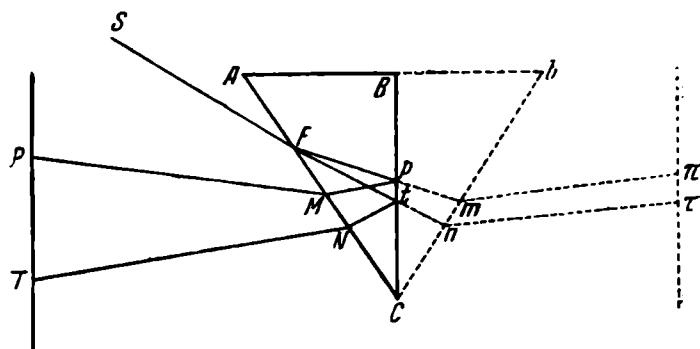
а красные к  $G$ . Отсюда они отражаются к  $K$  и  $I$ . Здесь выходящие лучи снова преломляются к  $M$  и  $L$ . Я утверждаю теперь, что если углы призмы  $ABC$  и  $CAB$  равны, то выходящие лучи  $IL$  и  $KM$  будут параллельными. Ибо треугольники  $FGA$ ,  $IGB$  подобны, поскольку углы  $A$  и  $B$  равны по гипотезе, углы же  $FGA$  и  $IGB$  равны вследствие равенства падения и отражения; если же равны углы  $AFG$  и  $BIG$ , то равно и преломление в  $F$  и  $I$ , откуда углы  $CFS$ ,  $CIL$  равны. На том же основании ясно, что угол  $CKM$  равен углу  $CFS$ , поэтому лучи  $IL$  и  $KM$  параллельны.

Коль скоро теперь лучи  $IL$  и  $KM$  падают последовательно<sup>107</sup> по одной и той же линии  $SF$ , то они выходят не иначе параллельными, как и в предыдущих опытах, в которых преломляющие поверхности были параллельными; поэтому все те явления, которые наблюдались там, несомненно произойдут и здесь. Однако свет Солнца окрашивается цветами, если взять достаточно обширную призму так, чтобы пространства  $FGI$  или  $FHK$  были достаточными для достижения заметного расхождения лучей, прежде чем они сделаются параллельными при повторном преломлении; но цвета, получаемые при этом, не совершеннее, чем выходящие при задержке удаленным препятствием. Также цвета эти, непосредственно перехватываемые глазом, находящимся сзади, тем яснее, чем ближе к глазу рассматриваемый предмет, и тем яснее, чем больше углы  $CAB$  и  $CBA$ . Наконец, наблюдаются они в таком же порядке, когда лучи прямо посыпаются в глаз, обращенный назад, или же когда они рассматриваются на стене либо при ограничении каким-либо другим препятствием.

Так, утверждаю я, должно происходить, если имеется большая призма (каковую можно изготовить из воды, окруженной стеклом) и углы  $A$  и  $B$  равны. В узких же призмах расстояние лучей  $IL$  и  $KM$  меньше, чем может быть ощущаемая ширина цветов, и поскольку углы  $A$  и  $B$  не равны, то происходит так, как если бы в предшествующих опытах преломляющие поверхности не были бы параллельными, причем получаются те же явления.

Сказанное о цветах, когда в промежутке происходит только одно отражение, легко применимо и к другим случаям, когда происходят многие отражения. Но,

кроме того, я хочу сказать об отражениях, при которых происходит явление, могущее возникнуть как будто бы только при преломлении. Пусть  $SF$  (фиг. 119), как и раньше, есть линия последовательного излучения различных цветов, которые, проходя к  $p, t$  и другим промежуточным местам, отражаются к  $M, N$ , где, проникая в грань  $AC$ , снова преломляются в  $P, T$ , поэтому у  $P, T$  появляются цвета; они появились бы также у  $\pi, \tau$ , если бы лучи  $Fp, Ft$  и пр. прямо текли бы<sup>108</sup> через вторую призму  $AbC$  (т. е. через призму, вер-



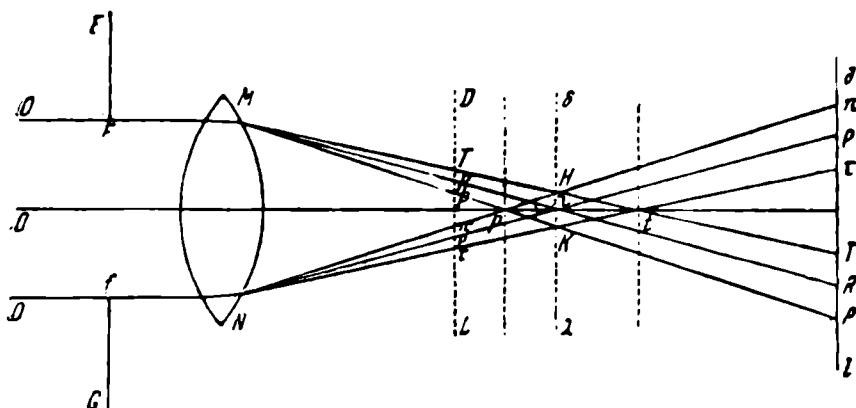
Фиг. 119.

тикальный угол которой  $ACb$  вдвое больше вертикального угла  $ACB$ ) к  $m, n$ , преломляясь оттуда к  $\pi, \tau$ . Ибо с обеих сторон все углы равны, отскакивают ли лучи от плоскости  $BC$  через  $AC$  к  $PT$ , или распространяются дальше к  $\pi, \tau$ , так как угол  $CtN = (BtF) = Ctn$ ; отсюда  $CNt = Cnt$  и поэтому  $CNT = Cn\tau$ . Так же можно рассудить и о других лучах. Сказав выше главным образом о цветах в окружности  $\pi\tau$ , считаю лишним говорить дальше о подобных же явлениях у  $PT$ .

*О явлениях света, пропускаемого через среды, ограниченные сферой, и о радуге*

До сих пор мы рассматривали цвета, получаемые при преломлении на плоских поверхностях. Теперь придется иметь дело со сферическими поверхностями и прежде всего с линзами или фигурами, ограниченными двумя частями различных сфер.  $MN$  (фиг. 120) есть линза такого рода, через которую пропускается

солнечный свет у  $Ff$ , ограниченный со всех сторон. Пусть  $HK$  есть фокус, к которому сходятся лучи. И поскольку одинаково падающие лучи не все одинаково преломляются, ясно, что из лучей, падающих вдоль  $OF$ , пурпурovidные преломляются к  $K$ , красновидные к  $H$ , а зеленовидные к промежуточной точке  $r$ . На таком же основании из лучей, падающих вдоль  $Og$ , пурпурovidные стремятся к  $H$ , красновидные к  $K$  и зеленовидные к  $r$ . То же самое следует и для всех



Фиг. 120.

ограниченных лучей (около периферии линзы). Явствует, во-первых, что если лучи задерживаются на бумаге  $DL$ , прежде чем они сойдутся в месте  $HK$ , то на границе света и тени должен быть всюду виден красный.

Пусть линии  $FH$ ,  $Fr$  и  $FK$  пересекают  $DL$  в точках  $T$ ,  $R$  и  $P$ , именно  $FH$  в точке  $T$ ,  $Fr$  в точке  $R$  и  $FK$  в точке  $P$ . Положим также, что  $fH$ ,  $fr$  и  $fK$  соответственно пересекают  $DL$  в точках  $\pi$ ,  $\beta$  и  $\tau$ . Продолжим  $FH$  и  $fK$  до пересечения в  $t$ , и  $FK$  и  $fH$  до пересечения в  $p$ . Ясно, что точка  $t$  стоит дальше от линзы, чем точка  $p$  и находится по ту сторону места  $HK$ , а  $p$  по сю сторону. Поэтому точки  $P$  и  $\pi$  лежат между точками  $T$  и  $\tau$ . Отсюда ясно, что пурпурovidные лучи рассеиваются только по пространству  $P\pi$ , так как они, параллельно падая на все пространство  $Ff$  линзы, прелом-

ляются к месту  $p$ . Таким же образом зеленовидные лучи займут пространство  $Rp$ , а красновидные—пространство  $T\tau$ , за пределы коего не может зайти ни один из всех параллельных падающих лучей (кроме беспорядочно преломляемых на каких-нибудь пузырьках и других пороках, скрывающихся в стекле). Поэтому пространство  $P\pi$ , освещаемое лучами всех цветов, должно быть белым. Поскольку же в пространствах,  $R$  и  $p$  отсутствуют пурпурвидные, то смесь остальных должна давать желтый. Так же, поскольку до  $T$  и  $\tau$  простираются только красновидные, в местах  $T$  и  $\tau$  должна быть видна краснота, и освещенное пространство  $Pp$  (являющееся круглым) должно быть окрашено двумя цветными кругами, красным и желтым. Это и происходит, если поместить бумагу  $DL$  между линзой и точкой  $p$ . И цвета выходят тем совершеннее, чем бумага ближе к точке  $p$ . Если же бумагу поставить в самую точку  $p$ , то белый должен полностью исчезнуть из средины, коль скоро лучи, идущие к линзе от различных частей солнечного диска, параллельны. Если бумагу отодвинуть немного дальше, например в  $r$ , где встречаются зеленовидные лучи, то противоположные цвета всюду смешаются между собою на том же расстоянии и так ослабят друг друга, что почти не будут отличаться от белого. Если переносить бумагу затем еще дальше, например к  $dL$ , то порядок лучей перевернется, и точки  $\tau$  и  $T$  будут лежать между точками  $P$  и  $\pi$ . Поэтому пространство  $T\tau$  будет освещаться всеми цветами и будет, следовательно, белым. В пространствах около  $R$  и  $p$ , до которых краснота не доходит, будет складываться синий, а фиолетовый появится на самых краях  $P$  и  $\pi$ . Здесь, однако, цвета не столь ясны, как ранее получавшиеся красный и желтый при помещении бумаги между линзой и фокусом. Однако, они получаются все яснее, чем дальше отодвигается бумага.

Ширину пространств окрашенных таким образом цветов можно найти из ранее показанного, но ее можно легко определить и так: поскольку разница преломлений лучей, наиболее расходящихся по преломляемости при равном падении, составляет приблизительно семидесятую часть всего преломления, как явствует из пока-

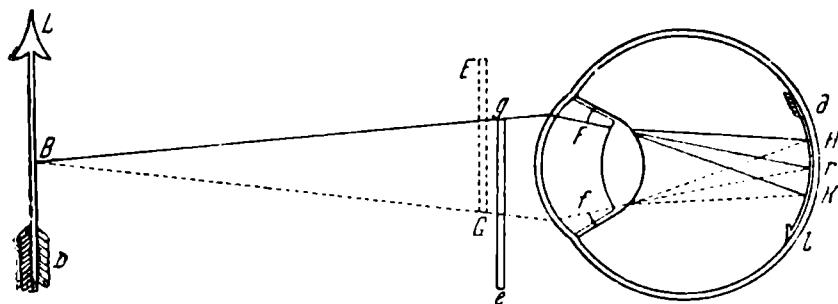
занного, и поскольку угол  $HFK$  обозначает разность преломления, угол же  $FrF$  — сумму преломлений как у  $F$ , так и  $f$ , т. е. удвоенное преломление у  $F$  и  $f$ , поскольку угол  $HFK$  будет приблизительно семидесятой частью половины угла  $FrF$  или  $\frac{1}{140}$  частью всего  $FrF$ .

Отсюда хорда равна приблизительно  $\frac{1}{140}$  части ширины  $Ff$ , через которую проходит свет, или, может быть, немного больше. Наконец, поскольку  $Fr : FR = HK : TP$ , или  $\tau\pi$ , то дается промежуток  $TP$ , или  $\tau\pi$ , что и требовалось. Если, однако, желательно определить это точнее, то расчет не настолько труден, чтобы его не мог произвести каждый сам, взявшись за перо; что касается линз, вогнутых с обеих сторон, то из показанного теперь легко следует, что при прохождении через них света, он на краях окрашивается синим. Сказанное же относительно выпуклых или вогнутых линз следует так же понимать и относительно равносильных выпукло-вогнутых.

Есть и другие явления, которые я мог бы объяснить в отношении линз, но так как передняя часть глаза (именно кристаллическая жидкость и роговая оболочка) составляет род линзы, собирающей лучи на сетчатку, то я хотел бы сказать нечто и о них. Я не хочу подробно повторять то, что уже говорил о линзах и что легко применить к глазу, хотя и довольно трудно проверить на опыте, ибо едва ли можно сделать, чтобы передняя и задняя части глаза так приближались друг к другу или расходились, как это я описывал в отношении линзы и бумаги, задерживающей свет. Посему лучи большей частью доходят до ретины так, как будто бы бумага задерживала их в  $\delta$ ; вследствие смешения разнородных лучей, приходящих из противоположных частей зрачка, цвета ослабляют друг друга и превращаются в белый, если предмет, который мы рассматриваем, белый, или же в какой-либо цвет, которым окрашено тело и который должен иметь преимущество перед прочими.<sup>109</sup>

Отсюда открывается способ, при помощи коего все, что мы смотрим невооруженным глазом, может так

окраситься цветами, как если бы в промежутках была поставлена призма, впрочем, значительно менее ясно. Для этого нужно пропустить лучи через одну часть зрачка, поставив на пути около глаза палец или какое-либо другое препятствие, так, чтобы через другую часть лучи могли проходить свободно. Нелишне объяснить два случая этого опыта. Один, когда лучи частично задерживаются в направлении светящегося предмета, положим, например, что мы смотрим на два, рядом



Фиг. 121.

расположенных предмета, белый и черный. Другой случай, когда лучи частично задерживаются в направлении черного. Итак, пусть (фиг. 121) *LB* есть светлый предмет и *BD* темный, общая их граница *B*, от нее к глазу *dl* через противоположную часть зрачка *Ff* распространяются лучи *BF* и *Bf*. Лучи, распространяющиеся в глаз вдоль линии *BF*, соответственно степени преломляемости преломляются к *H*, *r* и *K*. И наоборот, лучи, распространяющиеся вдоль линии *Bf*, преломляются к *K*, *r* и *H*, прочие же — последовательно в промежуточные места по объясненному способу линзы. Положим теперь, что *eg* есть препятствие, перехватывающее все лучи, падающие около *f*, пропускающее *Bg* и другие лучи такого же рода, проходящие около *F*. Ясно, во-первых, что из лучей, распространяющихся из различных частей предмета *LB*, идущие от частей около *L* падают на сетчатку ближе к *I*, чем идущие от частей около *B*, если только они ударяют в зрачок. *BD* должно бы посыпать лучи к *Hr*. Однако, поскольку *BD* вследствие черноты почти не отбрасывает лучей

в глаз, постольку сетчатка  $ld$  не освещается в направлении к  $d$  дальше чем до  $H$ . При этом до  $H$  освещение происходит только красновидными лучами, ибо зеленовидные кончаются в  $r$ , а пурпуроглазые в  $K$ ; поэтому пространство  $lK$  освещено пурпуроглазыми,  $lr$  зеленовидными и  $lH$  красновидными. Вследствие смешения всех лучей пространство  $lK$  кажется белым на месте предмета  $BL$ , но в небольшом пространстве  $HK$ , отвечающем концу  $B$ , образуются цвета: в  $H$  — красный, так как туда попадают только красновидные лучи, и в  $r$  — желтый, вследствие смешения зелени, желтизны и красноты. В общем, по виду изображения, получаемого в глазу, ясно, что предмет  $LB$  у вершины  $B$  отличается не отчетливо и окрашен красным и желтым.

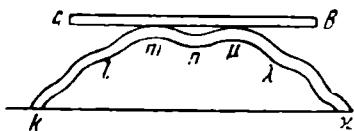
Таким же образом, если перенести препятствие  $eg$ , при прочем неизменном, и поставить его между предметом и глазом с другой стороны зрачка, как можно видеть в  $EG$  (причем лучи перехватываются у  $F$ , лучи же  $Bf$  входят в глаз вдоль  $BG$ ), то ясно, что из лучей, отскакивающих от всей  $BL$ , пурпуроглазые занимают пространство  $Hi$ , зеленовидные — пространство  $rl$  и красновидные — пространство  $kl$ . Посему пространство  $kl$ , как и раньше, должно казаться белым, в  $H$  должен быть виден фиолетовый цвет и синий в  $r$ . Поэтому конец предмета  $LB$  окрасится фиолетовым и синим цветами.

И таким же образом, если два каких-либо предмета или различные части того же предмета, поставленные рядом, в разной степени задерживают свет, то граница их не кажется совсем черной; на ней появятся цвета, именно красный и желтый, если препятствие находится с более темной стороны предмета, и фиолетовый с синим, если препятствие поставлено против более светлой части. Снова коротко повторяя рассуждения, скажу, что для получения цветов из какой-либо части зрачка необходимо, чтобы лучи задерживались в той части, в которой происходит смешение всех цветов в белизну. Наблюдались ли эти явления широко, не знаю; конечно, их нетрудно обнаружить и проверить, и не так далеки они от тех, о коих поучает Картезий в конце одиннадцатой главы „Метеоров“;<sup>110</sup> поэтому они и могли

кому-нибудь встретиться, если только не помешала, может быть, тонкость цветов, едва чувствуемых. Опыт надо делать с длинными предметами, у коих половина весьма черная и другая довольно ясная для зрения, но не настолько яркая, чтобы притуплять зрение и сокращать зрачок. Ибо это явление тем яснее, чем зрачок шире и чем больше отверстие входящих в глаз лучей.

Существуют и другие замечательные явления, именно радуги, или короны, которые д-р *Картезий* наблюдал вокруг свечи и описал в „*Метеорах*“.<sup>111</sup> Поскольку они обычно появляются, когда фигура глаза искажается какой-нибудь внешней силой, то необходимо принять, что они происходят от некоторой кривизны или складки, вновь образуемой в оболочках глаза.<sup>112</sup> Надавить на хрусталик нельзя иначе как через посредство жидкостей, которыми он окружен со всех сторон. Так как жидкости чрезвычайно легко уступают давлению, то жидкые среды глаза распространяют какую-либо сообщенную силу по всей массе и, следовательно, едва ли могут сжать хрусталик не одинаково и искажить вследствие этого его фигуру. Это хорошо знают те, которые глубоко погружались в воду, ибо хотя вся водяная масса ложится на них, но они едва чувствуют давление, между тем, это было бы чрезвычайно чувствительно, если бы погруженные части сжимались настолько не одинаково, чтобы фигуры их насилино искажались. Остается, следовательно, приписать образование корон или радуг такого рода вредным привнесенным изменениям положения роговой оболочки и тем более, что лучи испытывают наибольшее преломление на внешней ее поверхности; поэтому нарушения ее легче всего могут отклонить лучи от прямого пути. Впрочем, я не отрицаю, что у тех, у которых утруждаются глаза, могут образоваться (вследствие недостатка или избытка жидкостей) некоторые складки на поверхности хрусталика, не меньше, чем на роговой оболочки. Могут привходить и другие причины цветов, но поскольку разнообразие их бесконечно и наиболее важны те, которые возникают от искажения фигуры роговой оболочки, я не буду отягощать изложение примерами, из коих легко явствовали бы причины прочих.

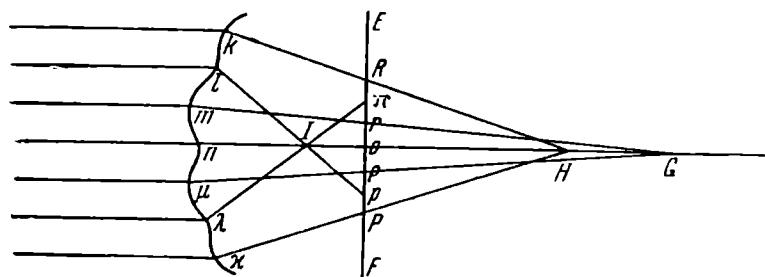
Хорошо известно, что в мягких телах давлению уступают не только части, на которые непосредственно нажимают, но и другие, даже удаленные части, которые поддерживают силу частей, непосредственно надавливаемых. Я наблюдал это сам в выпукло-вогнутых пластинах из материи средней жесткости, которые можно сделать из бычьей кожи в виде сегмента, ограниченного сферическими поверхностями. Если на них нажать в середине или у вершины, то они поддаются прикосновению не только там, но и всюду, и сжатая вершина



Фиг. 122.

окружается валом в виде конца с изгибом внутрь, тем более быстрым и заметным, чем меньше жесткость у вершины по сравнению с периферией. Например, пусть *Kpx* (фиг. 122) есть сферическая выпукло-вогнутая пластина, на вершину окружности которой, как на основание, положен некоторый груз *AB*, плоский и параллельный основанию; он производит давление, и ясно, что пластина больше всего уступает давлению в вершине *μ*, где она сначала соприкасается с грузом. Но даже в других местах, как *λ* и *l*, пластина может поддаться внутрь, в то время как в промежуточных местах *τ* и *μ* части подымаются. По этой причине пластина приобретает вид, похожий на волнующуюся воду, углубление *ν* соответствует центру волн и подъем *τμ* — первой волне, окруженной долиной *λ*, *l*. Таким же образом возможно, что при нажатии спустятся три или больше валов, перемежающиеся вершины коих подобны многим волнам, следующим одна за другою. Конфигурации такого рода могут сохраняться некоторое время и после прекращения давления, но постепенно, однако, исчезают. Ибо после прекращения первого нажима углубление в *ν* быстро исчезает, и части подымаются и становятся все более выпуклыми, пока не восстановится фигура, имевшаяся до давления; также постепенно фигуры

прочих частей приходят к прежнему состоянию. Поскольку теперь роговая оболочка является, подобно описанной пластине, выпукло-вогнутой и обладает средней жесткостью, будучи около середины несколько толще и, следовательно, жестче, чем на периферии, поскольку, если фигура ее искажается внешним давлением, вероятно, что давление это больше всего около середины. Таким образом, может произойти, что при нажатии она уступает давлению не только в вершине,



Фиг. 123.

но поднимается во многих кругах, концентрических с вершиной, в других же попеременно опускается. Таким образом, вследствие недостатка жидкостей, заставляющего оболочку сохнуть, или, может быть, по другим причинам могут произойти концентрические складки такого рода. Сколь они ни малы, они могут, однако, преломлять у разных людей лучи к разным частям сетчатки и вызывать таким образом, что для разных людей видны также разные круги цветов. Чтобы видеть, каким способом из таких складок должны рождаться цвета, положи, что лучи падают издалека или параллельно на поверхность  $kk$  (фиг. 123), искаженную, как сказано, преломляясь в ней и затем задерживаясь на другой непрозрачной поверхности  $EF$ . Через более сжатые части поверхности лучи сходятся в более удаленных точках, чем через выступающие или более возвышенные. Прими, что лучи, падающие около середины  $mn$ , где поверхность сжимается больше всего, собираются у  $G$ , лучи же, идущие от частей  $k$  и  $x$ , наиболее выступающих, собираются у  $H$ , от промежуточных частей лучи собираются в промежуточных точках. Про-

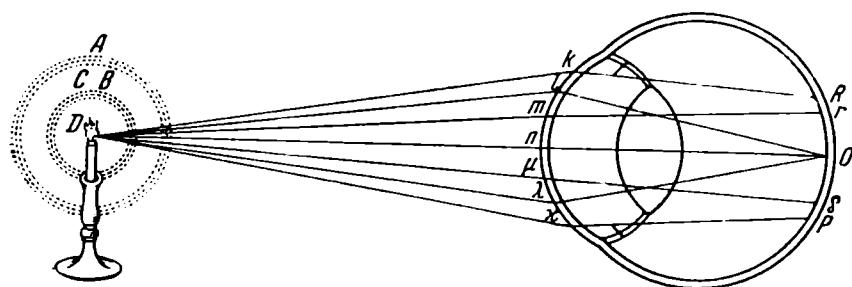
веди теперь  $mG$  и  $\mu G$ ;  $lI$  и  $\lambda I$ ;  $kH$  и  $xH$ , пересекающие поверхность или препятствие  $EF$  в точках  $r$  и  $\rho$ ;  $\pi$  и  $\rho$ ;  $R$  и  $P$ ; ось  $GHI$  пересекает  $EF$  в точке  $o$  и преломляющую поверхность  $kx$  в точке  $n$ . Положи, что  $EF$  находится между точками  $H$  и  $I$ . Ясно, как будут происходить преломления поверхности  $kx$  на отдельных ее точках от центра  $n$  последовательно к концам  $k$  или  $x$ . Лучи, которые преломляются на поверхности дальше от  $n$  по направлению к  $m$ , падают на препятствие  $EF$ , дальше от  $\pi$  по направлению к  $r$  — до некоторого определенного предела, положим, до луча  $mr$ , затем они идут назад, падая ближе к  $o$ , проходят с другой стороны от него, пока снова удаление не станет наибольшим, положим  $\rho$ , соответствующим лучу  $lp$ . Затем ход лучей снова оборачивается, и происходит преломление от  $l$  в направлении  $k$ , пока не будет достигнут третий предел, например в  $R$ , определяемом лучом  $kR$ . Таким же образом свет между  $n$  и  $x$  при преломлении будет останавливаться в точках  $\rho$ ,  $x$  и  $P$ . Если бы складок было много, то и остановки света были бы многочисленными. Причина того, что свет, рассеянный в пространстве  $rp$ , расходится от точки  $o$  до пределов  $r$  и  $\rho$ , состоит в малом преломлении поверхности около  $m$  и  $\mu$ . Отсюда следует, что менее преломляемые лучи, т. е. красновидные, должны отходить дальше и поэтому граница света в  $r$  или  $\rho$  должна окраситься в красный цвет. Причина того, что свет, рассеянный по пространству  $\pi p$ , расходится от точки  $o$  до пределов  $p$  и  $\pi$ , состоит в большом преломлении поверхности у  $l$  и  $\lambda$ . Отсюда следует, что лучи, более преломляемые, т. е. окраивающие в пурпуровый и синий, должны отходить дальше и окрашивать в эти цвета внешние части у пределов  $p$  и  $\pi$ . Внутри же этих пределов должны господствовать красновидные лучи, окраивающие в свои цвета. На подобном же основании лучи, преломляемые около  $k$  и  $x$ , если они красновидные, то стремятся к внешней части границ  $R$  и  $P$  и к внутренней, если они синевидные. Так получается три радуги:  $RP$  — снаружи красная и внутри синяя,  $\pi p$  — снаружи синяя и внутри красная,  $rp$  — снаружи красная и должна бы внутри быть синей, однако, цвет этот вследствие малости преломления

в  $\mu$  и  $m$  недостаточно отличается от красного и не заметен; кроме того, он сильно затемняется обилием света, рассеянного повсюду от  $rop$  — места светлого изображения, которое окружают радуги. Формы и отношения этих радуг между собою могут изменяться различным образом не только вследствие различных форм, которые может иметь поверхность  $kx$ , но также и по причине различных расстояний между  $kx$  и препятствием  $EF$ . Если оно находится немного дальше, чем я нарисовал, то круги  $RP$  и  $pr$  могут совпасть и взаимно ослабить цвета, сводя их в белесоватый круг. Если  $EF$  отстоит еще дальше, то радуга  $pr$  будет находиться вне радуги  $RP$ . Если же  $EF$  поместить в место  $I$ , то радуга  $pr$  исчезнет и может даже совпасть с радугой  $rp$ , если  $EF$  немного сдвинуть в ту или другую сторону от  $I$ . Все это легко применить к глазу, если положить, что препятствие  $EF$  соответствует его дну и  $kx$  — роговой оболочке, должным образом искривленной вследствие внешнего или внутреннего порока. Хотя отсюда нельзя дать общего объяснения причины этих радуг, но ясно, что частным случаям их можно приписать и частные причины. Так, если свеча кажется окаймленной только одной радугой, внешняя часть которой красная, а внутренняя либо белая, либо кажется несколько синей, то можно заключить, что роговая оболочка вокруг ее середины несколько более сжата, чем обычно бывает, без складки, изображенной у  $\lambda$ . Это сжатие вызывает схождение лучей, идущих от той же точки предмета, к точке, далеко расположенной за сетчаткой, вследствие чего эти лучи занимают на сетчатке некоторое пространство (например,  $rop$ ), периферия коего (как я наблюдал) с "внешней" стороны окрашена в красный цвет и в белый или размытый синий изнутри. Чем больше такого рода радуга, тем больше должна быть во внутренней ее части синяя окраска. Радуга такого вида может произойти также вследствие кольцевой складки, если фигура роговой оболочки в середине не искаивается также.

Если видны две радуги, то каждая вызывается подобной же причиной, именно сжатием роговицы в середине и около периферии зрачка. Для пояснения этого

возьмем случай, описанный самим *Картезием* в „*Метеорах*“, глава 9.<sup>113</sup>

„Плавая на корабле ночью, — говорит он, — я сидел весь вечер, положив голову на руку, а другой рукой закрыв правый глаз, свободным глазом смотря на небо. Туда, где я был, принесли свечу, тогда я открыл глаз и увидал два круга вокруг пламени с окраской столь же сильной и цветущей, как и в небесной радуге, насколько я помнил; *AB* (фиг. 124) есть наи-



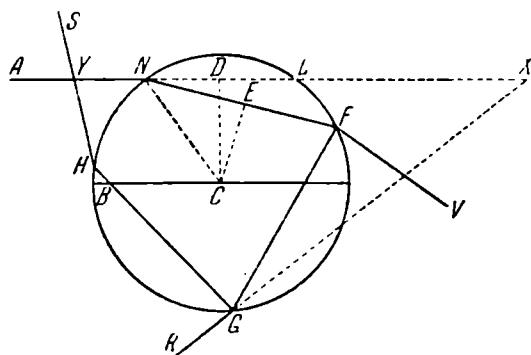
Фиг. 124.

больший свет, который был красным у *A* и синим у *B*. *CD* — наименьший свет, красный у *C*, но белый в направлении к *D*, где он простирался до пламени. Закрыв затем опять правый глаз, я заметил, что обе короны исчезли и, наоборот, при открытии этого глаза и закрытии левого короны оставались. Откуда я с достоверностью понял, что все это возникает не иначе, как вследствие новой формы или качества, которые приобрел правый глаз, пока я его держал закрытым, и по причине которых не все лучи, посыпаемые пламенем, собираются в изображении *O*; часть из них отклоняется, рассеиваясь по всему пространству *rp*, рисуя корону *CD*, другая же часть — по всему пространству *Rp*, рисуя корону *AB*. Поскольку *Картезий* видел это, пролежав весь вечер облокотившись, то могли отпечататься складки, о которых я говорил, откуда неизбежно появление корон такого рода. Если не было видно трех корон, то не появлялась та, у которой, как я описал, внешняя часть синяя, а внутренняя — красная, что следует из того, что лучи, преломляемые

в  $l$  и  $\lambda$ , из коих должна бы образоваться эта корона, сходились не раньше, чем у сетчатки, или, лучше, не столь рано. Ибо не кажется вероятным, чтобы какая-либо часть роговой оболочки могла вследствие внешнего давления стать более выпуклой, чем обычно; если же этого не происходит, то лучи не могут сходиться раньше, чем у сетчатки. Третья же корона не может появляться, если только лучи не сходятся скорее (как в I). Если лучи сходятся далеко за сетчаткой, то они должны образовать корону, однако такую, внешняя часть которой красная, и тогда три короны с внешней их части казались бы красными. Но относительно этого имеется обилие и разнообразие причин, которые могут пристекать не только от роговой оболочки, но от кристаллической жидкости и от других обстоятельств, и не трудно приписать многие причины, которые производили бы то или иное явление в разные времена. Не знаю также, стоит ли тратить время для изложения причины лучей от светящихся тел, простирающихся в длину наподобие столбов, если смотреть почти закрытыми глазами.<sup>114</sup> Жидкость, находящаяся между веками и роговой оболочкой, немного подымается у концов век. Так, вода, находящаяся в сосуде, подымается выше у концов сосуда, чем в каком-либо другом месте. Благодаря этому некоторые лучи ранее преломляются этой жидкостью, чем достигнут роговой оболочки, и отклоняются кверху на границе с верхней веки и вниз на границе с нижней.

Теперь остается дивное зрелище небесной радуги, к объяснению которой проложил дорогу *Картезий*.<sup>115</sup> Ему мы обязаны тем, что знаем об образовании радуги в водяных дождевых опускающихся каплях. Это следует из того, что радуга наблюдается только при дождливом небе, что при Солнце, освещающем дождь, радуга иногда появляется не на небе, но в воздухе, утвердившись или, лучше, повиснув над стенами противолежащих домов, что радуга наблюдается в воде, разбрызгиваемой при помощи какого-нибудь устройства, что трава, покрытая утренней росой в виде мельчайших капелек, дает также цвета радуги. *Картезию* же обязаны мы остроумнейшими открытиями о преломлениях капли и пределах их; однако к физической причине

он подошел менее удачно. Чтобы это стало понятным, вообразим луч  $AN$  (фиг. 125), падающий на шар  $NFG$  и затем преломляющийся к  $F$ . Здесь луч снова преломляется к  $V$  или отражается к  $G$ . В  $G$  луч снова преломляется к  $R$  или отражается к  $H$  и так далее. Таким образом, из лучей, входящих в шар, некоторые как  $AFV$  сразу же выходят, не испытывая никакого отражения, другие, как  $FRG$ , выходят после одного отражения; такие лучи, как  $GHS$ , выходят после двух отражений,



Фиг. 125.

есть, далее, лучи, выходящие после трех и даже большего числа отражений. Поскольку дождевые капли очень малы относительно расстояния до глаза наблюдателя, так что физически могут считаться за точки, то не стоит совсем рассматривать их величины, а только углы, образуемые падающими лучами с выходящими. Там, где эти углы наибольшие или наименьшие, выходящие лучи обычно более сгущены, и так как различные роды лучей составляют различные наибольшие или наименьшие углы, то лучи, наиболее плотно собирающиеся у различных мест, имеют стремление к проявлению собственных цветов. Теперь следует определить наибольшие и наименьшие углы, которые могут составлять лучи отдельных родов с падающими, для того чтобы правильно понять причины этих явлений.

В королл. I и II предл. XXXV было показано, что выходящий луч  $gR$  наименее наклонен к падающему лучу  $AN$ , когда  $3RR : (I - RR) = CNq : NDq$  и  $I : 2R = ND : NE$ , где отношение  $I$  к  $R$  такое же, как у сину-

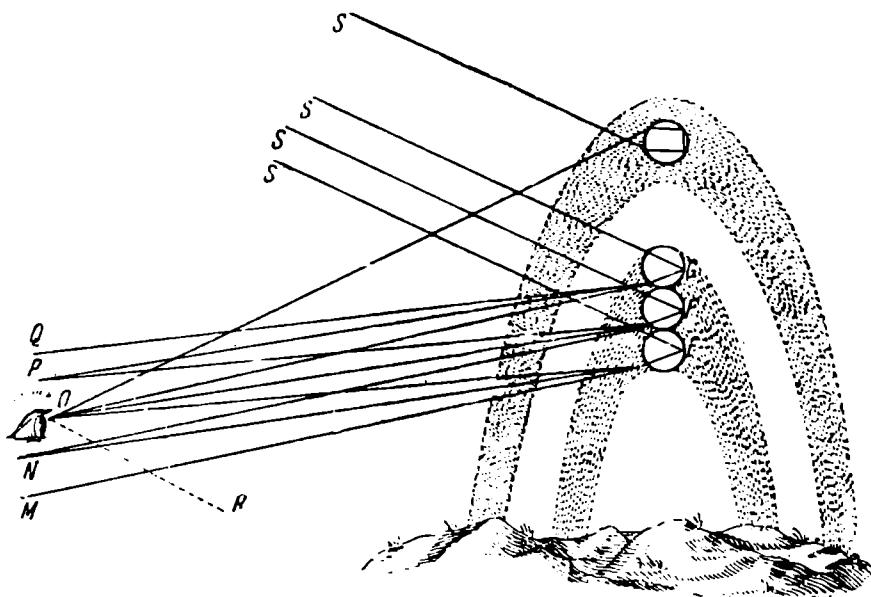
са падения к синусу преломления. Найдя отсюда  $ND$  и  $NE$ , определи положение  $GR$ .

Пусть, для примера, отношение синуса падения к синусу преломления для наиболее преломляемых лучей, или  $I$  к  $R$ , составляет 185 к 138, как приблизительно следует для дождевой воды. Тогда будет  $57132 : 15181 = 3RR : (II - RR) = CNg : NDg$ . Отсюда  $DN = \frac{\sqrt{15181}}{57132} \times CN = \frac{5155}{10000} CN$ . Отсюда, по таблице синусов, найдешь дугу  $NL$  равной 62 град. 4 мин. Далее, так как  $I : 2R = ND : NE = 185 : 276 = \frac{5155}{10000} CN : NE$ , то  $NE = \frac{7691}{10000} CN$ . И отсюда, опять по таблице синусов, найдешь, что дуга  $NF$  равна 100 град. 32 мин. Вычи теперь двойную дугу  $NF$  из суммы дуги  $NL$  и 180 град., или полукруга; остаток, равный 41 град. 0 мин., есть наклон луча  $RG$  к лучу  $AN$ , или угол  $AXR$ , если провести  $AN$  и  $NG$  до встречи в  $X$ . Таков угол, под которым должен быть виден внутренний или синий край радуги или наименьший его полудиаметр.

Таким же образом для наименее преломляемых лучей, положив, что синус падения относится к синусу преломления, как 182 к 138, как я измерил, найдешь  $ND = \frac{5028}{10000} CN$  и  $NE = \frac{7533}{10000} CN$ . Отсюда, по таблице синусов, дуга  $NI$  будет 60 град. 22 мин. и дуга  $NF$  98 град. 38 мин. Следовательно, угол  $AXR$ , под которым будет виден крайний или красный лимб радуги, равен 43 град. 6 мин., или наибольший ее полудиаметр есть 43 град. 6 мин. Если отсюда вычесть наименьший полудиаметр 41 град. 0 мин., то получится толщина радуги 2 град. 0 мин. приблизительно, или, точнее, 2 град. 37 мин., если приложить диаметр Солнца 37 мин. Однако, поскольку цвета на самых краях лимба очень слабы, так что их едва ли можно видеть вследствие блеска граничных облаков, постольку ощутимая толщина радуги едва ли превосходит два градуса.

Не иначе определяются размеры внешней радуги. В королл. I и II предл. XXXVI было показано, что наибольший

наклон выходящего луча  $HS$  к падающему  $AN$  получается, когда  $8RR : (II - RR) = NCg : NDg$  и  $I : 3R = ND : NE$ . Поэтому, подставляя для синусов  $I$  и  $R$ , наиболее преломляемых лучей, числа 185 и 138, как и выше, получишь  $ND = \frac{3157}{10\,000} CN$  и  $NE = \frac{7064}{10\,000} CN$ .



Фиг. 126.

Отсюда, по таблице синусов, дуга  $NL$  равна 36 град. 48 мин. и дуга  $NF$  89 град. 53 мин. Отсюда же угол  $AYS = 52$  град. 51 мин. Это наибольший полудиаметр радуги. Подобным же образом, подставляя для синусов  $I$  и  $R$ , наименее преломляемых лучей, ранее принятые числа 183 и 138, найдешь  $ND = \frac{3079}{10\,000} CN$  и  $NE = \frac{6965}{10\,000} CN$ , откуда, по таблице синусов, следует, что дуга  $NL$  равна 35 град. 52 мин. и дуга  $NF$  88 град. 18 мин. Угол  $AYS$ , наименьший полудиаметр радуги, будет отсюда равным 49 град. 2 мин. Посему, если от наибольшего полудиаметра 52 град. 51 мин. вычесть наименьший 49 град. 2 мин. и к остатку прибавить диаметр Солнца 31 мин., то получится толщи-

на радуги 4 град. 20 мин. Однако вследствие большей, чем у внутренней радуги, темноты полагаю, что едва ли можно видеть цвета дальше толщины трех градусов или трех с половиной.

Теперь, для того чтобы представить эти отношения радуг отчетливее, положи, что  $E$ ,  $F$  и  $G$  (фиг. 126) суть капли, всюду рассеянные по воздуху.  $SE$ ,  $SF$ ,  $SG$  пусть будут солнечные лучи, параллельно падающие на капли,  $EM$ ,  $EN$  и  $EO$  — лучи разной преломляемости, выходящие из капли  $E$  после одного отражения,  $FN$ ,  $FO$ ,  $FP$  и  $GO$ ,  $GP$ ,  $GQ$  — подобные же лучи, выходящие из капель  $F$  и  $G$ , лучи  $EO$ ,  $FP$ ,  $GO$  — наиболее преломляемые и  $EM$ ,  $FN$ ,  $GO$  — наименее преломляемые и т. д. Если теперь глаз наблюдателя находится в  $O$ , то, по гипотезе, явствует, что из лучей, посыпаемых каплей  $E$  после одного отражения, только наиболее преломляемые, т. е. синевидные, как  $EO$ , попадают в глаз, другие же, как  $EN$  и  $EM$ , вследствие меньшего преломления проходят мимо. Посему в  $E$  виден синий цвет. Однако из лучей, которые посыпает капля  $G$  после одного отражения, наиболее преломляемые, как  $GR$ , проходят мимо глаза, так как они параллельны лучу  $EO$ . Другие виды лучей, например наименее преломляемые, или красновидные, как  $GO$ , попадают в глаз, и посему  $G$  кажется красной. Подобным же рассуждением найдешь, что капля  $F$ , расположенная посередине между  $E$  и  $G$ , посыпает в глаз лучи средне преломляемые, как  $FO$ , остальные же, такие, как  $FN$ ,  $FP$ , проходят мимо. Посему в  $F$  видна зелень.

Таково же отношение для всех капель, находящихся с данными каплями на одних и тех же кажущихся расстояниях от оси  $OR$ , проходящей через Солнце и глаз. Посему на этих расстояниях всюду будут видны цвета, т. е. будет видна дуга, внутренний край которой — синий, внешний — красный, а средние части окрашены промежуточными цветами. Угол  $OGQ$  или  $GOE$ , т. е. ширина дуги, составляет приблизительно два градуса, как я указал раньше. Так же можно рассуждать и о внешней дуге, только порядок цветов будет противоположным вследствие противоположного искривления лучей.

Капли, расположенные вне этих дуг, с одной стороны не посыпают в глаз никаких лучей после одного или двух отражений и двух преломлений. С другой же стороны идут смешанные лучи всех родов, едва ли заметные и потому не могущие давать никаких явлений подобного рода; небо на их местах кажется обычного цвета.

Кроме явлений цветов, о которых мы говорили, есть еще не мало и других (я имею в виду в особенности цвета, относящиеся к прозрачным пластинам, каковы шары водяных пузырей и воздух между двумя сжатыми стеклами и многие вещи, относящиеся к тонким пленкам), причину коих и меру едва ли можно точно определить без математических оснований. Полагаю, однако, что это завело бы нас слишком далеко, а я не хочу обращаться теперь к более отвлеченным частям математики.<sup>116</sup>

# ПРИЛОЖЕНИЕ



---

---

## ПОСЛЕСЛОВИЕ ПЕРЕВОДЧИКА



„Лекции по оптике“ читались И. Ньютоном в Кэмбридже в 1669, 1670, 1671 гг.; некоторое количество рукописных копий находилось в обращении. Вскоре после смерти Ньютона часть „Лекций“ в 1728 г. была издана в английском переводе. Полное латинское издание последовало в 1729 г. После этого в XVIII в. „Лекции“ издавались еще три раза на латинском языке вместе с другими сочинениями Ньютона (1744, 1749, 1782 гг.). В книге содержалось первое весьма подробное изложение оптических открытий Ньютона.

Вопреки всему этому, для современного читателя, даже знатока Ньютона и исследователя, „Лекции“ являются, вероятно, большой новостью. Прежде всего с удивлением приходится сказать, что русский перевод — это вообще первый и пока единственный полный перевод сочинения Ньютона на живой язык. „Лекции“ совершенно померкли в блеске славы „Начал“ и „Оптики“. Мы перед лицом удивительного факта забвения читателями в течение по крайней мере целого века замечательного научного памятника, оставленного тем, *qui genus humatum ingenio superavit*.

„Лекции“ приходится почти заново открывать, причем в них неожиданно обнаруживается многое новое и интересное даже для современного читателя. На страницах „Лекций“ ясно сказываются характерные черты великого экспериментального и теоретического гения Ньютона, а вместе с тем всюду сквозит молодость автора с ее прямотой и решительностью суждений.

„Лекциям“ не суждено было по случайным причинам стать непосредственным двигателем развития оптики, но совершенство и революционное содержание первого научного трактата Ньютона по сравнению с его предшественниками таково, что в истории науки за „Лекциями“ навсегда должно остаться одно из самых почетных мест.

Русский перевод „Лекций“ сделан с латинского текста, включенного в издание 1749 г. Newtoni Opera Omnia Optica. Patavii. При этом первая часть перевода сверялась с английским переводом 1728 г. Перевод ньютоновской латыни — нелегкое дело, и вероятно мною допущены многие ошибки. Полагая, что в переводе классиков науки точность должна сочетаться с достаточной понятностью для современного читателя, я стремился найти нужную среднюю линию между неудобочитаемым подстрочником и „толковым переводом“. Некоторый архаизм выражений в переводах такого рода кажется мне полезным, напоминая всегда об исторической перспективе. Был соблазн применить ломоносовский термин „цвёты“, вместо „цвета“, при переводе ньютоновых *colores*, но от этого пришлось отказаться. Математическая символика Ньютона изменена только в одном отношении. Ньютон обозначает пропорции, которыми он пользуется как основным инструментом в „Лекциях“, следующим образом:  $a \cdot b :: c \cdot d$  вместо принятой теперь формы:  $a : b = c : d$ . Для облегчения и ускорения чтения книги я решил заменить ньютонову форму современной.

К переводу приложена пояснительная статья и 116 примечаний. При составлении примечаний большую помощь окказал мне проф. Г. Г. Слюсарев. Примечания 23, 53, 61, 62, 70, 74, 76 составлены им, примечания 41, 57, 78 составлены нами совместно. Приношу глубокую благодарность Г. Г. Слюсареву за эту, порой тяжелую работу.

При составлении комментария я старался не повторять того, что мною написано в примечаниях к русскому переводу „Оптики“ 1927 г. Я предполагал, что читатель „Лекций“ знаком или должен ознакомиться также и с „Оптикой“.

К русскому изданию „Лекций“ приложены два портрета Ньютона. Первый — гравюра с портрета знаменитого художника Лели, изображающая молодого бакалавра в парадном таларе, с руками, опирающимися на загадочный полый шар с отверстием. Оригинал портрета хранился одно время в коллекции лорда Креморна и считается изображением молодого Ньютона (1665 — 1668). Если это не легенда, то приходится думать, что ученик Барроу пользовался в Англии в молодые годы гораздо большей известностью, чем обычно принято думать. Лели был знаменитым, „дорогим“ художником, который едва ли стал бы писать портрет неизвестного, небогатого, молодого бакалавра. Может быть, портрет написан в Лондоне в дни первой широкой известности Ньютона (в частности при королевском дворе) при демонстрации отражательного телескопа — „английской гордости“.

Во всяком случае, если прилагаемый портрет и воображаемый, он довольно адекватен образу автора „Лекций по оптике“ — молодого, гениального, создающего новую науку. Другой, вполне достоверный портрет относится к значительно более позднему периоду, после написания „Начал“ (1689). Он выполнен знаменитым Кнеллером, писавшим королей и царей, и хранился в коллекции герцога Портсмутского.

Мой перевод был начат много лет назад, в мирные годы социалистического строительства. Он окончен во время невиданной войны, вызванной безумными немецкими авантюристами и их сателлитами. По причине обстоятельств военного времени я не мог воспользоваться многими важными материалами, необходимыми для комментария. Да простят мне это читатели. Надеюсь, что „Лекции“ на русском языке выйдут в свет ко времени полного разгрома и капитуляции врагов человеческой культуры.

г. Йошкар-Ола,  
май 1944 г.

*C. Вавилов*

---

---

## «ЛЕКЦИИ ПО ОПТИКЕ» И. НЬЮТОНА



### 1. ЗАБЫТАЯ КНИГА

В наше время ньютоновы „Лекции по оптике“ вместе с его историческими и богословскими сочинениями почти не известны. Их перестали внимательно читать еще в XVIII в., и последним таким читателем, действительно изучавшим „Лекции“, а не только их перелиставшим, повидимому, был епископ Самуэль Горслей, редактор наиболее полного собрания трудов Ньютона, снабдивший латинский текст „Лекций“ математическими примечаниями.

Ж. Б. Био, один из серьезных исследователей жизни и творчества Ньютона, сам выдающийся оптик, несомненно еще просматривал „Лекции“.

В третьем томе его „Трактата экспериментальной и математической физики“ (1816), который во многом является пространным комментарием к „Оптике“ Ньютона, упоминаются ньютоновские опыты по спектральному разложению света Венеры,\* описанные в „Лекциях“. Но этим как будто бы и ограничивается влияние их на книгу Био.

В фундаментальном сочинении Д. Брюстера\*\* „Лекциям“ отведена одна страница, передающая только заголовки их основных разделов. При этом symptomatically следующее примечание: „Разбор *Lectiones Opticae* дан автором *«Жизни Ньютона»* в *«General Dictionary»*“ (т. VII, стр. 779, примечание); но, по недоразумению, рассмотрение ограничивается первой частью, как будто бы не было второй. Такая же ошибка содержится и в *«Biographia Britanica»* (т. 5, стр. 3215, примечание, из коего ясно, что автор ничего не знал о второй части, так как он называет последний раздел первой части „последней частью лекций“). Легко понять причину этих

---

\* J. B. Biot. *Traité de physique expérimentale et mathématique. Tome III*, стр. 415, 1816.

\*\* Sir D. Brewster. *Memoirs of the life, writings and discoveries of sir J. Newton. Vol. I*, стр. 249, 1855.

недоразумений. На английский язык переведена только первая часть „Лекций“, причем на титульном листе единственного английского издания 1728 г. это обстоятельство не указано.

Из просмотра наиболее обстоятельных сочинений о Ньютоне и по истории оптики, изданных за последние полвека, выясняется также очень плохая осведомленность или просто незнание „Лекций“ у современных историков науки. Ф. Розенбергер в своей известной книге,\* треть которой разбирает оптические работы Ньютона, ограничивается лишь указанием на существование „Лекций“. Э. Мах в большом историческом очерке принципов физической оптики\*\* коротко приводит два-три места из „Лекций“, но дает явно неправильную их характеристику как „школьного курса с задачами по элементарной диоптрике“. Такая характеристика свидетельствует только о том, что Мах знакомился с „Лекциями“ весьма поверхностно. Э. Гоппе в новой „Истории оптики“\*\*\* не упоминает о „Лекциях“. Может быть, наиболее удивительно и показательно, что „Лекции“ совсем не использованы новейшим биографом Ньютона Мором\*\*\*\* в его большом труде, основанном, кроме печатных источников, также на пересмотре архивов. Между тем, „Лекции“ заключают ценнейший материал для жизни и развития взглядов Ньютона.

В 1934 г. в английской серии „Классики научного метода“ появилась книга Робертса и Томаса „Ньютон и происхождение цветов“, специально посвященная истории оптических работ Ньютона. В ней довольно много говорится о Барроу, о Гуке, приводится обширная литература касательно научного метода в оптике, но роковым образом „Лекции“ Ньютона снова не упоминаются даже в библиографическом списке.

Можно указать три главные причины такого незнания или забвения „Лекций“. Прежде всего они были напечатаны впервые только после смерти Ньютона, после того как появились пять изданий „Оптики“ (четыре английских и одно латинское), текст которой стал рассматриваться как канонический, вполне достаточный для изучения оптических воззрений Ньютона. Далее, сам Ньютон в предисловии к „Оптике“ указал на несовершенство всего того,

\* F. Rosenberger. J. Newton und seine physikalischen Prinzipien (536 страниц). 1895.

\*\* E. Mach. Die Prinzipien der physikalischen Optik (444 страницы). 1921 (ср. стр. 123, 137, 177).

\*\*\* E. Hoppe. Geschichte der Optik (236 страниц). 1926.

\*\*\*\* L. T. More. Isaac Newton. A biography (676 страниц). 1934.

что им было ранее написано по оптическим вопросам. Наконец, „Лекции“ в полном виде опубликованы только на латинском языке и никогда полностью не переводились ни на один живой язык. На английский язык, как указывалось, в 1728 г. была переведена только первая половина курса.

Этих причин, к сожалению, вполне достаточно для объяснения печальной судьбы „Лекций“, так как даже ньютоновы „Начала“, „Оптика“ и его математические трактаты, в отношении которых подобных причин не было, относительно очень мало известны современному читателю.

Между тем, в „Лекциях“ — перед нами документ первостепенной важности для истории оптики и для биографии Ньютона, достойный и теперь и чтения и изучения.

## 2. ВОЗНИКНОВЕНИЕ „ЛЕКЦИЙ“

После астрономических открытий Галилея, сделанных в 1609—1610 гг. при помощи телескопа, увлечение оптикой в Европе XVII в. стало повсеместным. Опуская большую промежуточную историю, заметим только, что в годы начала оптических работ Ньютона появился трактат Гримальди (1665), книга Р. Бойля о цветах (1665), „Микрография“ Р. Гука (1667) и читались оптические лекции И. Барроу. Естественно поэтому думать, что на дорогу геометрических оптических исследований Ньютон был направлен своим учителем Барроу. Экспериментальному искусству Ньютона, повидимому, никто не учил, он привез любовь к опыту и исключительное умение из родной провинции. Правда, мода на изготовление оптических стекол была в то время чрезвычайно распространенной, шлифованием и полировкой объективов для телескопов занимались не только профессионалы, но и люди по своим специальностям очень далекие от оптики и астрономии. Поэтому первые указания по искусству шлифовки и полировки молодой Ньютон, вероятно, без труда мог получить в кругу кембриджских знакомых.

Успешность математических занятий Ньютона в области оптики вполне определено указана в издании „Лекций“ Барроу. Учитель указывает и в предисловии книги и в тексте на активное участие своего ученика. Позднее Ньютон в сносках к тексту своих „Лекций“ много раз ссылается на Барроу, причем можно предполагать, что некоторые из цитируемых мест книги Барроу составлены в действительности Ньютоном.



Исаак Ньютона

*Портрет работы Лели (около 1667 г.)*

*Портрет не достоверный*

Барроу был первым лукасовским профессором, занимая кафедру с 1663 по 1669 г. Как известно, учитель передал кафедру ученику — Ньютону. По уставу на кафедре должны были читаться лекции по математическим наукам: геометрии, арифметике, астрономии, географии и т. д. В соответствии с уставом Барроу и читал оптику и геометрию. Ньютону пришлось впоследствии преподавать арифметику и географию, но начал он с оптики, несмотря на то, что оптику совсем недавно с той же кафедры читал Барроу. Причина состояла в неожиданности и важности открытий, сделанных Ньютоном. Его лекции, вместо очередного изложения школьной традиции и стандарта, превращались в „ первую публикацию“ поразительных открытий в области учения о свете. Об этом в очень сдержанной, но твердой форме сообщает молодой профессор в самом начале своих лекций.

Текст „Лекций“ был передан Ньютоном в архив Кэмбриджского университета, с основной рукописи снимались копии, распространявшиеся в Англии и за границей. В частности, одной из причин, побудивших Ньютона к изданию „Оптики“ в 1704 г., как говорится в предисловии к печатному изданию „Лекций“, явилось то обстоятельство, что в „Диоптрике“ Гюйгенса вполне освоены и применены оптические принципы Ньютона. Можно думать на этом основании, что один из списков „Лекций“ находился в руках Гюйгенса.

Таким образом, посредством „Лекций“ впервые новые открытия и идеи Ньютона были в устной форме и письменно распространены в Англии и в Европе. „Лекции“ явились вместе с тем вообще первым большим сочинением Ньютона, вполне подготовленным для публикации. Перед нами еще не вполне опытный автор, недостаточно осторожный, иногда не сдержанный и резкий в своих суждениях, очень непосредственный и высказывающий явно то, о чем впоследствии умалчивалось.

По настоянию Коллинса, Ньютон начал в 1671 г. готовить свой курс к печати в виде двадцати лекций о свете.\* Но уже в мае 1672 г. в письме к Коллинсу мы читаем следующие строки:\*\* „Вашу любезность ко мне, выразившуюся в предложении продвинуть издание моих лекций, о которых Вам говорил д-р Барроу, я считаю огромной, если принять во внимание множество дел, которыми Вы заняты. Но я решил теперь иначе относительно лекций, считая на основе того немногоного касательства к печати,

\* L. T. Моге, 1. с., стр. 144.

\*\* L. T. Моге, 1. с., стр. 149.

которое я имел, что я не буду располагать моей бывалой спокойной свободой, пока не кончу с печатанием, т. е. пока не приведу в порядок то, что за мною числится". За Ньютона в это время числилось издание географии Варения и добавления к алгебре Кинкхэйзена. В начале 1672 г. был послан в Королевское Общество мемуар Ньютона „Новая теория света и цветов“;\* началась полемика с Гуком и другими, и вопрос о печатании „Лекций“ был снят с очереди. Первая половина „Лекций“ была опубликована в 1728 г. в английском переводе. В следующем, 1729 г., через 60 лет после фактического чтения, был, наконец, опубликован полный латинский текст „Лекций“.

Насколько соответствует текст книги действительным лекциям Ньютона, читавшимся в Кэмбридже? Книга написана во всяком случае так, что автор все время имел перед глазами живого слушателя, об этом говорят стилистические формы, дидактические приемы (повторения, подразделения на предложения, теоремы, леммы, поучения, королларии, задачи и т. д.) и элементарная математика, главным образом в виде евклидовой геометрии и пропорций, которыми пользуется Ньютон. Впрочем, по отношению к математике Ньютон-педагог грешит тем же, чем и многие современные авторы. Он обстоятельно и иногда без надобности длинно (по крайней мере с современной точки зрения) доказывает очень простые вещи, но коротко проходит, ссылаясь как на якобы вполне известное, на методы изыскания максимумов и минимумов и разложение в ряды. Для студента шестидесятых годов XVII века такие задачи были, конечно, очень трудными.

Таким образом, несомненно, что рукопись „Лекций“, если и не полностью передает живую речь Ньютона перед студентами, то во всяком случае служит ее очень подробным конспектом.

Трудно вообразить подлинную обстановку лекций Ньютона. Демонстрационные лекции в высшей школе — в основном — нововведение XIX в., хотя изредка несомненно опыты показывались на лекциях в XVII и XVIII вв. Известно, например, что лекции по физике в университете при Петербургской Академии в первой половине XVIII в. сопровождались опытами. Однако, показывать опыты в аудитории Ньютон не мог хотя бы потому, что для этого ему нужен был пучок прямых солнечных лучей, хорошо затемненная комната и пр. Рассказывал ли Ньютон о своих опытах на словах или пояснял их такими же чертежами, которые им приложены к рукописному тексту? Наконец, может

---

\* Ср. наш перевод в „Успехах физ. наук“, 7, стр. 124, 1927.

быть, Ньютон показывал свои открытия просто у себя в комнате в Тринити? Слушателей, вероятно, было немного. По крайней мере, слава о лекциях Ньютона не распространилась; в Королевское Общество через три года после начала этих лекций Ньютону пришлось сообщить о своих открытиях как о полной новости. Только Барроу в письме к Коллинсу называет „Лекции“ Ньютона „едва ли не самым замечательным трудом нашего времени“.

### 3. СОДЕРЖАНИЕ И ПОСТРОЕНИЕ „ЛЕКЦИЙ“

Несмотря на совпадение заглавий, лекции Барроу и Ньютона резко отличаются по содержанию. Хотя в начале и в других местах книги Барроу приводит некоторые предположения о природе света и цветов, но в насмешливом тоне и больше для порядка и для соблюдения обычая.\* В конце своих „Лекций по оптике“ он откровенно пишет: „Вот чтонушило мне размышление сказать об оптике, особенно математической. Об остальном (что необходимо для физики и для догадок о некоторых вероятных принципах) у меня нет почти ничего достаточно правдоподобного и противоположного или отличающегося от распространенного (от того, о чем учили Кеплер, Шейнер, Картезий, а за ними и другие)“. Лекции Барроу содержат геометрическую оптику в полном виде, т. е. катоптрику и диоптрику, разделенную на 18 лекций. У Ньютона трактуется только диоптрика, причем около двух третей книги посвящено физической стороне дела, опыты со спектральным разложением света и их анализу.

Содержание и разделение книги таково. Она распадается на две, почти равные части: I. О преломлениях лучей света; II. О происхождении цветов.

Первая часть заключает четыре раздела.

В разделе первом, содержащем 24 параграфа, прежде всего экспериментально доказывается, что преломляемость лучей Солнца, одинаково падающих, может быть различной. Основой доказательства служит удлинение изображения Солнца при прохождении лучей через призму. Это было известно и прежним исследователям, которые приписывали причину явления конечным угловым размерам Солнца. Для опровержения этого Ньютон подробно доказывает

---

\* В связи с часто встречающимся недоумением по поводу деятельного участия Ньютона в книге Барроу, в которой между прочим излагались совершенно устаревшие взгляды на природу цвета. Ср. С. И. Вавилов, Исаак Ньютон, стр. 13.

теорему, что для монохроматических лучей, несмотря на конечные угловые размеры Солнца, в некоторых случаях при прохождении через призму изображение должно оставаться почти в точности круглым. Далее Ньютон переходит к объяснению удлиненного изображения посредством наложения монохроматических круглых изображений и описывает способ получения более чистого спектра сужением отверстия и применением линзы. Попутно объясняется образование темных продольных полос на спектре вследствие облаков, частично затеняющих Солнце. Для окончательного опровержения попыток объяснить удлинение изображения при помощи конечных угловых размеров Солнца описываются почти неизвестные современному читателю опыты со спектральным разложением света Венеры; наконец, остроумными опытами с двумя призмами с очевидностью доказывается, что изображение не может быть результатом рассеяния в стекле вследствие случайных неоднородностей в нем.

Раздел второй заключает 26 параграфов и посвящен методам измерения преломления света. Сначала выводятся предложения, связанные с законом преломления на основе доказанного различия преломления у разных монохроматических лучей. Затем описывается изящный простой прибор с переменной жидкой призмой для проверки закона преломления и измерения отношения синусов. Далее следует описание способа измерения преломления в твердых призмах по методу угла наименьшего отклонения с указанием его преимуществ. После этого Ньютон выводит отношения для соприкасающихся твердых сред, преломления которых относительно воздуха известны. Далее для применения способа наименьшего отклонения к жидкостям описывается наливная стеклянная призма. Приводится пример измерения преломления воды по этому методу. Затем излагаются измерения показателей преломления для разных монохроматических лучей и устанавливается связь между дисперсией разных сред на основании произвольного предположения об универсальности дисперсии.

Только разделы третий и четвертый похожи во многом на „Лекции“ Барроу. Раздел третий содержит 27 предложений с соответствующими леммами, случаями, поучениями и короллариями и трактует преломление на плоскостях. Часть предложений приводится без доказательств со ссылками на „Лекции“ Барроу. Многие из геометрических предложений, излагаемых очень коротко, приводятся, очевидно, только для полноты и не имеют прямого отношения к основной теме „Лекций“ Ньютона. В предложении XII Ньютон подробно доказывает изящную, забытую в наше время

теорему о том, что геометрическое место монохроматических минимых изображений светящейся точки, рассматриваемой глазом из другой среды, будет вследствие дисперсии преломления циссоидой. В предложении XVII Ньютон приводит остроумное геометрическое доказательство другой интересной, также теперь забытой теоремы. Исходя из принятой им универсальности дисперсии, связанной соотношением

$$n^2 - 1 = k (n_0^2 - 1)$$

( $n$  — показатель преломления данной среды,  $n_0$  — показатель среды, принятой за нормаль и зависящей от цвета,  $k$  — постоянная, меняющаяся от вещества к веществу, но не зависящая от цвета), Ньютон доказывает существование максимума расхождения монохроматических лучей для некоторого показателя преломления. Последние предложения третьего раздела касаются двукратного преломления лучей в телах (например, при входе и выходе), в особенности в призмах.

Раздел четвертый меньше всех прочих, он заключает десять предложений, и в нем разбирается преломление кривых поверхностей. Сначала определяется преломление параксиального пучка лучей на сферической поверхности идается общее соотношение. Затем коротко рассматривается преломление на любых поверхностях. Далее Ньюトン переходит к расчету сферической аберрации, сначала для параллельного, затем расходящегося или сходящегося пучка, пользуясь разложением в ряды и ограничиваясь для практических целей членом третьего порядка. После этого следует (если говорить на современном оптическом языке) определение фокуса бесконечно тонких меридиональных пучков, или точек каустики. Затем, в соответствии с результатами Декарта, ищется поверхность, анаберационно преломляющая лучи и оказывающаяся одной из поверхностей Декарта. Имея в виду теорию радуги, Ньютон далее рассматривает преломление и отражение параллельных лучей в полной сфере. Из перечня изложенного материала в разделе четвертом ясно, что прямая цель его в основном состоит в сравнении сферической и хроматической аберраций. Поэтому последнее предложение посвящено расчету хроматической аберрации и сопоставлению ее со сферической.

Вторая часть „Лекций“, озаглавленная „О происхождении цветов“, в свою очередь распадается на два почти равных раздела. В первом излагается учение о цветах и испытывается на опытах с призмой. Оно начинается с весьма замечательных общих замечаний, где Ньютон излагает свою методологическую *profession de foi*

эпикурейца, антиперипатетика, и затем коротко перечисляет пять предложений о цветах, подробно развивающихся в дальнейшем. Он выдвигает положение о математическом характере учения о цветах. После этого следует пять больших предложений. В первом многочисленными опытами доказывается, что лучам с разной преломляемостью отвечают разные цвета. Это осуществляется сначала опытом с двумя поперечно расположенными призмами. Затем следует опыт с тремя призмами в разных вариантах, в частности с призмами и зеркалами. Во втором предложении доказывается неизменность монохроматических цветов при последующих преломлениях. Делается это сначала простым опытом с четырехкратным преломлением монохроматических лучей. Далее, посредством более узкого отверстия и применения линзы получается более чистый спектр. При этом неизменность монохроматических лучей доказывается еще более несомненно. Круглое отверстие заменяется клиновидной щелью, и с очень чистым спектром производятся опыты рассеяния монохроматических лучей на окрашенных порошках, золоте и т. д. Предложение третье касается белых, серых и черных цветов, причем доказывается, что они суть беспорядочное смешение всевозможных монохроматических лучей. Доказывается это сначала смешением призматических цветов от нескольких призм. Опыт осуществляется в нескольких вариантах. При этом опровергается мнение, что причиной исчезновения цветов является устранение граничной тени. Получение белого или серого из монохроматических цветов доказывается далее смешением цветных порошков и освещением бумаги рассеянным светом полного солнечного спектра. Затем следует опыт с призматическим разложением в сочетании с линзой. В месте соединения лучей образуется белизна, вновь исчезающая при расхождении лучей. В связи с этим экспериментально исследуется хроматическая аберрация в линзе. Смешение цветов осуществляется затем пропусканием через две прямоугольные призмы, образующие параллелепипед, и посредством вращающегося колеса с зубцами, последовательно закрывающими отдельные спектральные цвета. Для доказательства врожденности цветов различным лучам до преломления Ньютона описывает опыт с разделением лучей в призме на проходящие и отраженные вследствие полного внутреннего отражения.

Опыт с зависимостью угла полного внутреннего отражения от цвета производится далее с двумя стеклянными пластинами, разделенными тонким воздушным зазором и погруженными в воду. Предложение четвертое, очень короткое в отличие от предыдущих, утверждает возможность получения спектральных цветов посред-

ством смешения цветов с двух концов спектра. Пятое предложение касается цветов природных тел; в нем доказывается, что эти цвета определяются наиболее отражающимися лучами в спектре Солнца. По аналогии с полным внутренним отражением, Ньютон устанавливает связь между цветом отраженного и проходящего света, ошибочно опираясь на опыты с флуоресцирующей вытяжкой нефритового дерева, но приводя также другие, правильные примеры. В конце предложения Ньютон описывает подробно универсальную „машину из призм и линз“ для производства опытов со сложением и разложением света.

Раздел второй, называемый „О различных явлениях цветов“, содержит так сказать varia о цветах. В этой части Ньютон уже не применяет школьных заголовков (предложения, леммы, королларии и т. д.), вся часть распадается на четыре подразделения со специальными заглавиями. В первом подразделении Ньютон снова возвращается к спектру, проектируемому на стекле. Прежде всего он разбирает причину необходимости узкого отверстия для получения спектра, опираясь снова на опыты и попутно еще раз опровергая мнения как перипатетиков, так Декарта и Гука. Затем делается попытка количественно определить ширину спектральных участков по аналогии с протяженностью музыкального ряда, причем Ньютон глухо указывает, что, может быть, в этом кроется причина гармонии цветов, известной художникам. Второе подразделение касается непосредственного наблюдения глазом цветов, выходящих из призмы. Очень прискорбно, что ярый противник „Оптики“ Ньютона, Гёте, повидимому, не читал „Лекций“ и, в частности, рассматриваемого места. Оно разъяснило бы многие его недоумения, основанные главным образом на неправильно понятых наблюдениях через призму глазом. Разобрав визуальные наблюдения через призму у темной границы, Ньютон излагает, далее, опыты с цветными нитями и окрашенными предметами на темном фоне, рассматриваемыми через призму. В связи с этим описан опыт, когда окрашенная спектрально поверхность через призму кажется бесцветной. Указывается, что при наблюдении в микроскоп для повышения отчетливости полезно пользоваться монохроматическим светом (избегая таким образом хроматической aberrации). Далее описываются опыты с своеобразным цветным явлением в призмах, связанным со спектральной зависимостью полного внутреннего отражения. Следующее, третье подразделение касается спектрального разложения света прозрачными телами, ограниченными параллельными плоскостями. Этот случай важен для Ньютона потому, что „философы до сего времени полагали, что таким об-

разом цвета не могут получаться". Как всегда Ньютон делает свои выводы на основе тщательно обдуманных опытов. Последнее, четвертое подразделение разбирает цветовые явления, происходящие через среды, ограниченные сферой. Сначала описывается хроматическая аберрация при прохождении света через линзы. Затем Ньютон переходит к глазу и пытается ошибочно истолковать гало, цветные короны и другие дифракционные явления, в частности описываемые Декартом как результат преломления света в глазных срединах. Последние страницы книги посвящены спектральной теории радуги, дополняющей теорию Декарта. На этом „Лекции“ оканчиваются. Ньютон коротко упоминает о существовании цветовых пластинок, но, ссылаясь на „математические трудности“ изложения, не рассматривает их.

„Лекции“ производят впечатление не законченных. Во всяком случае несомненно, что Ньютон не выполнил обещания, данного вначале,— показать, как можно обойти трудности, создаваемые хроматической аберрацией,— не коснулся он также, вопреки обещанию, „теории и практики телескопов и микроскопов и доказательства, что выход из трудностей надо искать в соединении диоптрики и катоптрики“. Изложение этих вопросов было бы естественным, вполне логичным завершением „Лекций“. Без них разрушается стержень всего труда, построенного, в отличие от „Оптики“, как теоретическая основа для като-диоптрических систем. Эта незавершенность „Лекций“, читавшихся (надо понимать повторявшихся) в течение трех лет, остается загадкой.

#### 4. НАУЧНЫЙ МЕТОД И ВЗГЛЯДЫ МОЛОДОГО НЬЮТОНА

Если бы „Лекции“ были опубликованы своевременно, около 1670 г., а не остались мало усвоенным материалом в головах кэмбриджских студентов и почти неизвестным манускриптом в университете архиве, роль их в развитии учения о свете должна была стать необычайной.

В этом трактате впервые в истории науки оптика в целом, а не только геометрическая оптика Эвклида—Птоломея, стала несомненно физико-математической дисциплиной. Ньютон с гордостью мог заявить в „Лекциях“: „Так же как астрономия, география, мореплавание, оптика и механика считаются науками математическими, ибо в них дело идет о вещах физических, небе, земле, кораблях, свете и местном движении, так же точно и цвета относятся к физике, и науку о них следует почитать математической, поскольку она излагается математическим рассуждением“. Превра-

щение учения о цветах в науку математическую было сделано Ньютоном, и мир впервые узнал об этом из „Лекций“. Учение о простых монохроматических лучах, об их неизменности и однозначной связанности с величиной преломления — таковы великие открытия, спокойно впервые сообщаемые Ньютоном слушателям в „Лекциях“. Значительно уже и специальнее новые важные теоремы геометрической оптики, излагаемые в „Лекциях“. Однако аберрационные расчеты Ньютона должны занять в истории геометрической оптики столь же почетное место, как трактаты Кеплера и Декарта.

Молодой лукасовский профессор предпочел, как впоследствии он это делал всегда, отложить широкую публикацию своих открытий. Если впоследствии официальным поводом такого „откладывания“ была неприязнь к полемике, то в отношении „Лекций“ такого повода не могло быть, так как „Лекции“, появившись в печати, были бы опис I молодого Ньютона, и полемического опыта у него еще не было.

Оптическим открытиям Ньютона, вместо того чтобы стать сразу известными в виде обширного трактата, вполне подготовленного к публикации, суждено было медленно распространяться посредством сообщений в Королевском Обществе, ответов на критические статьи и полулегендарных сведений. Сохранилась, например, запись кэмбриджского студента де ля Прим от 1692 г., где о Ньютоне записано: „Среди всех написанных им книг была одна, о цветах и свете, основанная на тысячах опытов, которые он производил двадцать лет, затратив на них много сотен фунтов.\* Изданная в 1704 г. „Оптика“, которую отделяют от „Лекций“ почти 40 лет, только подводила итоги и исправляла эти сведения и легенды об оптических открытиях Ньютона. Впечатление, произведенное „Оптикой“ на ученый мир, было несравненно меньше, чем „Началами“, главным образом вследствие медленного подготовительного процесса, тянувшегося десятилетиями.

„Оптика“ вовсе не перекрывала „Лекций“. Сравнивая содержание „Лекций“ с „Оптикой“ и в основном и в деталях, легко убедиться, что больше половины материала, сообщаемого в „Лекциях“, совсем не вошло в „Оптику“, и в математической и в экспериментальной части „Лекций“. Притом дело идет, например, о таких принципиальных опытах, как спектральное разложение света Венеры, различие спектров светил и планет и пр.

Чем руководился Ньютон, не внося многого в „Оптику“ из „Лекций“? В 1704 г., в эпоху публикации „Оптики“, Ньютон

\* Ср., например, С. И. Вавилов. Исаак Ньютон, стр. 155.

с большой осторожностью относился к экспериментальным результатам, недостаточно им проверенным. С другой стороны, некоторые выводы, сообщаемые в „Лекциях“ (особенно в конце второй части), были ошибочными, что стало ясным автору. Наконец, „Оптика“ окончательно составлялась в Лондоне, и нет уверенности, что в руках Ньютона была в это время копия рукописи „Лекций“, официальный экземпляр которых хранился в Кембридже в университете архиве. Во всяком случае в „Оптике“ почти нет дословных вставок из „Лекций“.

Рок, тяготевший над „Лекциями“, усугублялся еще тем, что, как говорилось вначале, их перестали читать еще в XVIII в. Поэтому фактическое значение этой книги в развитии оптики было очень незначительным, и для истории оптики „Лекции“ — не столько фактор ее развития, сколько замечательный документ, характеризующий с большой ясностью научный метод и взгляды молодого Ньютона. Никакие другие документы, книги, воспоминания, письма не дают столь определенных и ясных сведений о мировоззрении Ньютона в начале расцвета его необычайного гения. Приходится поражаться, каким образом многочисленные биографы Ньютона могли пройти мимо „Лекций“. Поистине „habent sua fata libelli“.

Во введении ко второй части „Лекций“ Ньютон коротко, но с полной несомненностью определяет свои философские позиции: „Учившие о цветах до сих пор делали это либо только на словах, как перипатетики, либо стремились исследовать природу их и причины, как эпикурейцы и другие более новые авторы“. Ясны „эпикурейские“ атомистические симпатии Ньютона. Он в резкой форме обрушивается на учение Аристотеля, как совершенно неспособное „удовлетворить разум, жадный до естественной науки“.

„Лекции“ разительно отличаются от всех многочисленных трактатов о свете, писавшихся до Ньютона и в его время. Все эти книги начинались пространными рассуждениями о существе света. Так писали Кеплер, Декарт, Гриимальди, Марци, Гук и даже учитель Ньютона Барроу, правда, почти в иронически шутливой форме. Молодой Ньютон бросает вызов этой традиции.

„Лекции“ начинаются вполне конкретными предложениями, доказываемыми экспериментально или математически. Ньютон несколько раз в тексте возражает против различных следствий теории света Декарта и Гука, но нигде не высказывает своих собственных взглядов на природу света. Только косвенным путем можно догадываться, что его сочувствие склоняется в сторону эмиссионного, атомистического воззрения. Об этом можно, пожалуй, заключить потому, что, в отличие от теории Аристотеля, Декарта и Гука,



Исаак Ньютон  
*Портрет работы Кнеллера (около 1689 г.)*

корпускулярная теория света нигде не ставится под сомнение, хотя вместе с тем она и не упоминается. Только по отдельным выражениям и словам, ссылающимся у Ньютона в тексте „Лекций“, можно подозревать, что, говоря о световых лучах, Ньютон имел перед своим умственным взором образ летящих частиц. Он пишет о световых лучах, что они „отскакивают“ и „текут“, „последовательно падают“, что лучи „выбрасываются“ и т. д. Такой язык не мыслим для Аристотеля, Декарта или Гука, но вполне естественен для Эпикура или Лукреция. Так или иначе, но о подлинных взглядах Ньютона в эпоху составления „Лекций“ приходится только догадываться.

„Лекции“ — это сплошное, систематическое чередование математических и экспериментальных „предложений“. Еще не привозглашая в виде программы своих знаменитых лозунгов о нежелании смешивать домыслы с достоверностью и выдумывать гипотезы, Ньютон фактически впервые в истории науки написал большой физический трактат по своему методу, „без гипотез“.

Правда, в тексте „Лекций“ можно встретить некоторые произвольные предположения. Таково предположение о постоянстве дисперсии или о наличии неровностей на поверхности глазного яблока, вызывающих гало. Таких „гипотез“, однако, очень мало, и они имеют второстепенный характер. При этом Ньютон весьма осмотрителен и осторожен. По поводу своей гипотезы о постоянстве дисперсии он пишет: „Справедливость этой теоремы я еще не проверил опытом, но, поскольку едва ли предвидятся большие расхождения в отношении истины ее, я не опасаюсь принять ее в настоящее время без доказательств. Может быть, потом я ее подтвердю опытом или же, если найду ошибочной, поправлю“.

Основной, доминирующий метод исследования в „Лекциях“ экспериментальный. Этот метод стар, как само естествознание, но едва ли можно указать до „Лекций“ в истории развития наук о природе большее совершенство опыта. Ньютон выступает здесь прежде всего как необычайно тонкий наблюдатель, от пытливого взгляда которого не ускользают такие „мелочи“, как радужные каемки изображений в оптических системах, желтизна прямого солнечного света, компенсируемая синевой неба, „очень густое соединение некоторых родов лучей в первоначальном свете“ пламен (т. е., вероятно, спектральные линии) и т. д. В отличие от всех своих предшественников (и даже таких, как Леонардо, Галилей, Джильберт), Ньютон постигает искусство рационального опыта, отвечающего на определенные вопросы и, наоборот, выдвигающего новые вопросы. В его руках комбинация опытов становится таким

же могучим и гибким средством научного мышления, как логика в математике. Очень поучительно внимательно прочитать, продумать, а лучше всего повторить длинную цепь ньютоновских опытов, подробно излагаемых на страницах „Лекций“; тогда станет ясным, что подлинным творцом экспериментального метода в физике был в сущности Ньютон. Ко всему этому добавляется невиданная тщательность, точность и стремление всюду применить количественную меру. В „Лекциях“ Ньютон с явной гордостью констатирует у себя „привычное большое прилежание и любопытство испытующего“.

Рядом с Ньютоном-экспериментатором в „Лекциях“ впервые открывается и его математический гений и метод. Изумительный геометрический дар Ньютона открывается в специальных оптических теоремах „Лекций“ с неменьшей ясностью, чем в важнейших предложениях „Начал“. Стоит, например, проследить остроумное геометрическое решение проблемы об оптимальном показателе преломления, о геометрическом месте видимого изображения светящейся точки в диспергирующей среде, о круге рассеяния и т. д. В „Лекциях“ Ньютон слегка открывает завесу над своими новыми математическими открытиями в области разложения в ряды и учения о флюксиях, не делая из существования их секрета.

В письме к Коллинсу, о котором говорилось выше, Ньютон сообщал ему о своем намерении в случае издания „Лекций“ приложить к ним математический мемуар о рядах. Фактическое применение в „Лекциях“ только элементов математики, т. е. геометрии Эвклида, пропорций и начатков алгебры, диктовалось, очевидно, недостаточной подготовкой слушателей и чисто педагогическими соображениями. Во всяком случае „Лекции“ позволяют разделить и обнаружить то новое и огромное в математике, чем уже полностью владел молодой Ньютон, от того, что он считал возможным излагать студентам. По отдельным намекам, кратким замечаниям, то и дело встречающимся в „Лекциях“, видно, что Ньютон умел и знал много больше, чем он сообщал своим слушателям. Трудно, впрочем, представить себе кого-либо из современников Ньютона, кто мог бы полностью понять и усвоить то, что было известно молодому гению.

Насколько в своих исследованиях Ньютон опирался на прошлое? Известно, что в „Началах“ и „Оптике“ и отдельных мемуарах Ньютон крайне мало и мимоходом ссылается на предшественников. В „Лекциях“ в этом отношении он несравненно более словоохотлив и непосредственен. Ясно прежде всего, что составитель „Лекций“ внимательно изучал Эвклида, Декарта („геометрию“, „диоп-

трику“, „метеоры“) и Барроу. Ссылки на них многочисленны и вполне определены. На последних страницах „Лекций“ Ньютон приводит даже длинную цитату из „Метеоров“ Декарта, что совсем не обычно для Ньютона следующих десятилетий. Он ссылается также на „Микрографию“ Гука, трактат Бойля и математический мемуар Гуддена. Несмотря на эти ссылки и упоминания, своеобразие Ньютона в первом же его научном труде совершенно поразительно, и едва ли можно указать в истории физики другой пример такого резкого отрыва от предшественников. „Лекции“ действительно начинают новую, ранее не существовавшую науку.

„Лекции“ несомненно более специальны и сдержанны, чем грандиозные „Начала“ и энциклопедическая „Оптика“ с ее физическими и философскими глубинами, но в них, к счастью для истории науки и личности Ньютона, сохранился первый драгоценный образец творчества расцветающего гения со всеми особенностями его мышления и метода.

## ПРИМЕЧАНИЯ К ПЕРЕВОДУ „ЛЕКЦИЙ ПО ОПТИКЕ“ \*



<sup>1</sup> „Лекции“ Ньютона впервые частично опубликованы (первая часть) на английском языке после смерти Ньютона в 1728 г. Имя переводчика и издателей не указано. В конце предисловия к английскому переводу сообщается о намерении издателей вскоре „представить публике некоторые математические работы“ Ньютона; можно поэтому предполагать, что по крайней мере одним из участников издания был Джон Колсон (Colson), издавший в 1735 г. „Метод флюксий“ Ньютона. Сравнивая в процессе нашей работы латинский оригинал с английским переводом, мы могли убедиться в большой точности этого перевода.

<sup>2</sup> Несомненно, что оптические исследования Ньютона начались в годы опустошительной чумы в Англии (1664 — 1667). Более точно указать срок на основании документальных данных нельзя. По собственной записи Ньютона известно, что в сентябре 1665 г. на ярмарке в Строубридже он купил стеклянную призму, а в 1668 г. был готов первый экземпляр отражательного телескопа.

<sup>3</sup> Исаак Барроу (1630 — 1677) был первым лукасовским профессором в Кэмбридже и читал там лекции по оптике и геометрии. О причинах выбора оптики предметом своего первого курса в качестве лукасовского профессора Ньютон сообщает в начале „Лекций“.

<sup>4</sup> В связи с демонстрацией второго экземпляра своего телескопа Ньютон в июле 1671 г. находился в Лондоне. 11 января 1672 г. он был избран в члены Королевского Общества, после чего началась довольно длинная переписка по поводу телескопа с секретарем Общества Ольденбургом. Переписка опубликована в горслеевском издании трудов Ньютона (т. IV).

<sup>5</sup> Ньютон собирался издавать „Лекции“ по предложению Коллинса, однако 25 мая 1672 г. Ньютон писал Коллинсу следующее: „Я высоко ценю любезность Вашего предложения, о котором мне говорил Барроу, продвинуть издание моих лекций, особенно принимая во внимание множество дел, которыми Вы заняты; но я теперь решил иначе в отношении лекций; по тому небольшому опыту, который получил я, имея дело с печатью, я вижу, что не смогу больше наслаждаться моей спокойной свободой, пока не покончу с печатанием, что, надеюсь, случится, когда я приведу в порядок то, что у меня уже есть. Я сумею, может быть,

---

\* „Оптика“ И. Ньютона в примечаниях цитируется по нашему русскому переводу 1927 г.

дополнить рассуждение о решении задач бесконечными рядами; добрую половину его я написал прошлое рождество, предполагая, что оно будет приложено к «Лекциям»; но оно оказалось много больше, чем я ожидал, и до сих пор не окончено». Книга, издавая которую Ньютон „познакомился с печатью“, была „География“ Варенниуса, изданная им с добавлениями (1672), и добавления к „Алгебре“ Кинкхайзена.

<sup>6</sup> В недавно опубликованных выдержках из записей Дэвида Грегори (David Gregory, Isaac Newton and their Circle, extracts from D. Gregory's Memoranda (1677—1708) edited by W. G. Hiscock, 1937) имеются такие строки, касающиеся издания „Оптики“: „15 ноября 1702 г. он (Ньютон) обещал м-ру Робертсу, м-ру Фацио, капитану Галлею и мне опубликовать свои квадратуры, трактат о свете и его трактат о кривых второго рода“. Далее, от 1 марта 1704 г. есть такая запись: „м-р Ньютон был вынужден (provoced) вследствие появления книги д-ра Чайна (Cheyn) опубликовать свои квадратуры, а с ним свет и цвета и пр.“. Речь идет о книге Чайна по интегральному исчислению: „Fluxionum methodus inversa“ (1703). До последнего времени исследователями и биографами Ньютона принималось, что год первого издания „Оптики“ определился: 1) смертью постоянного оппонента Ньютона Р. Гука в 1703 г. и 2) изданием „Диоптрики“ Гюйгенса в 1703 г. Сведения, сообщаемые Д. Грегори, опровергают это. Издание „Оптики“ готовилось Ньютоном по крайней мере еще в 1702 г.

<sup>7</sup> Механическим решением задачи в „Лекциях“ называется решение при помощи чертежа. Такое решение приходилось применять в том случае, когда для его нахождения нужны были кривые более высокого порядка, чем второй или трансцендентные.

<sup>8</sup> В „Лекциях“ указания на конические сечения в этом месте нет.

<sup>9</sup> Новая модель телескопа Ньютона, изготовленная Гадлеем, описана им в 1723 г. в „Philosophical Transactions“, т. 32, 376. Ср. D. Brewster, Memoirs of Life. Writings and discoveries of Sir J. Newton, v. I, стр. 54.

<sup>10</sup> Барроу в „Письме к читателю“, которым начинается его „Лекции по оптике и геометрии“, указывает, что издание их осуществилось только с помощью друзей, причем первым назван Ньютон: „Наш коллега д-р Исаак Ньютон (муж славный и выдающихся знаний), — пишет Барроу, — просмотрел рукопись, указал несколько необходимых исправлений и добавил нечто и своим пером, что можно заметить с удовольствием в некоторых местах“ (Lectiones Opticae et Geometricae. Auctore Isaaco Barrow. Londini, 1674); (ср. также примечание 71). Ньютон несомненно участвовал в редактировании не только оптических, но и геометрических лекций Барроу; об этом есть собственное свидетельство Ньютона. Биографы Ньютона обычно высказывают удивление, как мог автор „новой теории света и цветов“ приложить свою руку к редактированию лекций Барроу, в которых цвета рассматриваются как результат „смешения света с тьмой“. Поэтому поводу можно прежде всего заметить, что и Барроу приводит эту гипотезу почти иронически, просто потому, что „по обычай и порядку“ в книге по оптике нужно привести какую-нибудь гипотезу о цветах (ср. по этому вопросу: С. И. Вавилов. Исаак Ньютон, 1942). Нужно, кроме того, указать на следующее обстоятельство. Насколько нам известно, лекции Барроу в XVII веке издавались только один раз. В экземпляре библиотеки Государственного Оптического института, бывшем у нас в руках, годом издания указан 1674 г. Разрешение на печатание „Imprimatur“ дано в начале 1669 г. Розенбергер в своей известной книге

о Ньютоне указывает 1670 год как год издания геометрических лекций Барроу.

Существуют, однако, экземпляры „Лекций“ Барроу с датой издания 1669 г., полностью страница в страницу соответствующие изданию 1674 г., за исключением титульного листа, имеющего другое, следующее заглавие: „*Lectiones XVIII Cantabrigiae in Scholis publicis habitae in quibus opticorum phenomenon genuinae rationes investigantur ac explicantur. Apud haec sunt Lectiones aliquot Geometricae*“.

Наконец, по каталогу библиотеки Ньютона, опубликованному в книге „R. de Villamil. Newton: the Man“, годом издания лекций Барроу по оптике и геометрии указан 1667 год. Если лекции Барроу действительно печатались в 1667 г., а следовательно, составлялись и редактировались примерно за год-два перед этим, то нет ничего странного в том, что Ньютон не мог еще ничего окончательного сообщить о своих воззрениях.

<sup>11</sup> Гугений — Христиан Гюйгенс.

<sup>12</sup> По этому вопросу см. „Введение и комментарии“ Д. Д. Мордухай-Болтовского к изданию „Математических работ“ И. Ньютона (Москва — Ленинград, 1937 г.).

<sup>13</sup> Давид Грегори получил савильскую (Savilian) профессуру в Оксфорде в 1691 г. главным образом благодаря влиянию Ньютона.

<sup>14</sup> Наш перевод сделан с латинского издания 1749 г. Isaaci Newtoni *Opera Omnia Optica. Partavia*, 1749. В этом издании указанных примечаний нет; как отмечено в предисловии, все необходимое расположено по своим местам.

<sup>15</sup> „Лекции по оптике“ И. Барроу, ср. примеч. 3 и 8.

<sup>16</sup> Имеются в виду, очевидно, выводы Декарта; ср. *Oeuvres de Descartes*, publiées par Charles Adam et Paul Tannery, VI, Paris, 1902, Discours de la méthode pour bien conduire la raison et chercher la vérité dans les sciences. Plus: La Dioptrique, Les Météores et la Géométrie, стр. 147. Des moyens de perfectionner la vision, стр. 165. Des figures qui doivent avoir les corps transparents pour détourner les rayons par refraction en toutes les façons qui servent à la vue, стр. 169. La description des lunettes, стр. 211. De la façon de tailler les verres.

<sup>17</sup> Вопреки обещанию показать, „что усовершенствование оптики следует искать в соединении диоптрики и катоптрики“, в „Лекциях“ нет описания телескопа-рефлектора. Можно предполагать поэтому, что рукопись „Лекций“ была не закончена.

<sup>18</sup> Пурпуровыми цветами Ньютон, в отличие от современной терминологии, называет в „Лекциях“ довольно часто фиолетовые цвета.

<sup>19</sup> Смысл этой теоремы, подробно выводимой Ньютоном, заключается в том, что конечные угловые размеры солнечного диска не являются причиной удлинения изображения, вызываемого дисперсией. До Ньютона в конечных размерах солнечного диска искали основную причину удлинения изображения и причину цветов (М. Марци, Декарт и др.).

<sup>20</sup> Ссылка на „Элементы“ Эвклида.

<sup>21</sup> Ньютон, как и Барроу, для обозначения пропорций всюду пользуется символом  $a \cdot b :: c \cdot d$ . Для облегчения чтения книги современному читателю и во избежание недоразумений в русском издании всюду применяется современное обозначение  $a : b = c : d$ .

<sup>22</sup> Ч. Т. Д. — сокращение: что требовалось доказать, соответственно латинскому сокращению Q. D. E. (*Quod demonstrandum est*).

<sup>28</sup> Даем современное доказательство теоремы Ньютона. Пусть на точку  $M_1$  падает сходящийся пучок с углом у вершины  $\epsilon_1$ . Если угол  $\epsilon_1$  достаточно мал, можно пользоваться формулами астигматических пучков.

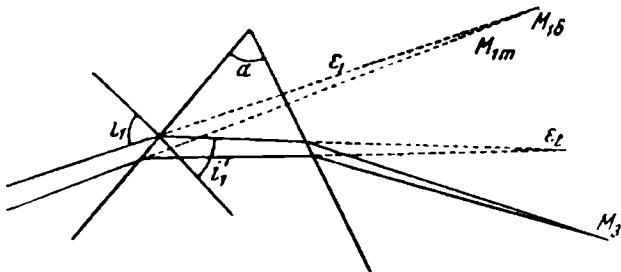
Плоскость главного сечения призмы примем за меридиональную плоскость. Из формулы преломления

$$n \sin i'_1 = \sin i_1$$

получаем дифференцированием

$$n \cos i'_1 di'_1 = \cos i_1 di_1.$$

Возьмем  $di_1 = \epsilon_1$ , тогда  $\epsilon_2 = di'_1$



$$\epsilon_2 = \epsilon_1 \frac{\cos i'_1}{\cos i'_1} \cdot \frac{1}{n}.$$

После преломления через вторую поверхность, имеем

$$\epsilon_3 = \epsilon_2 \frac{\cos i_2}{\cos i'_2} n = \epsilon_1 \frac{\cos i_1}{\cos i'_1} \frac{\cos i_2}{\cos i'_2}. \quad (1)$$

Если призма находится в положении наименьшего отклонения, то

$$i_1 = i'_1; i_2 = i'_2; \text{ и } \epsilon_3 = \epsilon_1. \quad (2)$$

Для сагиттального пучка имеем для любого  $i_1$

$$\overline{\epsilon_3} = \overline{\epsilon_1} \quad (3)$$

и, следовательно,

$$\overline{\epsilon_3} = \overline{\epsilon_3}.$$

Если на призму падают лучи от бесконечно удаленного источника света, например от краев солнечного диска, то, где бы ни располагалась точка  $M$ , угол расхождения лучей, идущих из противоположных точек диска, будет всегда один и тот же. Поэтому, несмотря на то, что на

некоторую, наперед заданную точку  $M_3$  (бесконечно малое отверстие в экране) падают лучи, первоначально сходящиеся вследствие астигматизма в разных точках  $M_{Im}$  и  $M_{Is}$ , углы  $\epsilon_{Im}$  и  $\epsilon_{Is}$  будут одинаковы, и по выходе из точки  $M_3$  пучок будет ограничен конусом с круглым основанием, перпендикулярном оси. Если второй экран, на который проектируется изображение Солнца, расположен перпендикулярно выходящему из призмы пучку, изображение Солнца монохроматическими лучами будет представлять собой фигуру, весьма мало отличающуюся от точного круга. Формула (1) не вполне точная, так как она выведена в предположении, что угол  $\epsilon_1$  бесконечно мал. Но отступление между точным значением  $\epsilon_3$  и приближенным значением, получаемым из формулы (1), крайне мало.

Точный тригонометрический расчет, выполненный для призмы с углом  $\alpha = 60^\circ$  и показателем преломления  $n = 1,52$  при угле  $\epsilon = 32'$ , что соответствует угловому диаметру Солнца, дал для величины  $\epsilon_3$   $32'0''$ . 1; отступление  $\epsilon_3$  от  $\epsilon_1$  равно  $0''$ . 1, т. е.  $\frac{1}{20\,000}$  часть самого угла, т. е. величина, совершенно не поддающаяся даже точному измерению, что вполне подтверждает указание Ньютона.

<sup>24</sup> Способ установки призмы на угол наименьшего отклонения, описываемый Ньютоном, сохраняется полностью до сего времени при оптических измерениях.

<sup>25</sup> Две указываемые Ньютоном причины размытия спектра на полуциркульных концах в действительности сводятся к одной — постепенному убыванию яркости монохроматических лучей по мере перехода к концам видимого спектра. Ньютон, очевидно, предполагает, что цвета резко обрываются на концах. Если бы яркость разнородных лучей, выходящих из призмы по разным направлениям, была вполне одинаковой, но лучи резко обрывались бы на спектральных концах, то на полуциркульных все же наблюдалось бы размытие. Оно увеличилось бы, если бы яркость, кроме того, постепенно убывала от центра спектра к концам.

<sup>26</sup> Фокусом линзы Ньютон называет в отличие от современной терминологии расстояние изображения от линзы.

<sup>27</sup> Удивительно, что Ньютон не включил опыт со спектральным расположением света Венеры в „Оптику“. Принципиальная важность этого опыта состояла в том, что им радикально устраивались сомнения и возражения, связанные с конечными угловыми размерами источника света.

<sup>28</sup> Галилей сначала назвал телескоп „perspicillum“, линчейские академики, вместо этого, скоро ввели название „телескоп“. Но наряду с ним распространился также термин „perspectiva mundi“, т. е. „перспектива мира“. Отсюда укороченное название „перспектива“, применявшееся в XVII и XVIII вв., в частности в России.

<sup>29</sup> Такое мнение было распространено до Ньютона, восходит к Аристотелю и изложено, например, в „Диоптрике“ Декарта.

<sup>30</sup> Антонио де Доминис в своем трактате „De radiis visus et lucis in vitris perspectivis et iride“, изданном в 1611 г. в Венеции, полагал, что у преломляющего ребра призмы, где она тоньше всего, выходит красный цвет, по мере возрастания толщины появляются прочие цвета в радужном порядке.

<sup>31</sup> В издании Горслея § XIII разбит на три, поэтому дальнейшее обозначение параграфов в нашем переводе и у Горслея не совпадают. Следует думать, что в различных списках „Лекций“ переписчики распределяли материал по параграфам произвольно.

<sup>33</sup> Результаты измерений преломления света сообщаются в трактате Птоломея (II век н. э.). Кеплер предложил общую ошибочную формулу для преломления, которая может быть выражена в современной форме так:

$$\frac{\alpha - \beta}{\alpha \sec \beta} = k$$

(ср. J. Kepler. Gesammelte Werke. B. II. Astronomiae pars optica hrsg. von F. Hammer, 1939, стр. 444). Позднее в „Диоптрике“ 1611 г. Кеплер для рассмотрения параксиальной оптики ограничился простой пропорциональностью углов падения и преломления. Указывая на „старых авторов“, Ньютон мог иметь в виду только Кеплера. Никаких прямых указаний на Кеплера в „Лекциях“, впрочем, нет.

<sup>34</sup> Обозначим угол падения через  $\alpha$ , угол преломления через  $\beta$ . Преломленный угол равен  $\alpha - \beta$ . Предполагая для малых углов  $\alpha \approx \beta n$ , найдем для отношения угла преломления к преломленному углу  $\frac{\alpha}{\alpha - \beta} = \frac{n}{n - 1}$ . Для стекла  $n \sim 1.5$ , имеем  $\frac{\alpha}{\alpha - \beta} = 3$ .

<sup>35</sup> В „Лекциях“ открытие закона преломления всюду приписывается Декарту. В „Оптике“ по вопросу о приоритете открытия этого закона Ньютон занимает нейтральную позицию. Он пишет неопределенно: „Новейшие писатели по оптике учат, что синусы падения находятся в данном отношении к синусам преломления“ („Оптика“, стр. 67). Рукопись В. Снелля, содержавшая исторически первую формулировку закона преломления, была опубликована И. Фоссом только в 1662 г.

<sup>36</sup> Закон преломления выведен Декартом теоретически из предположения о различии скоростей света в разных средах.

<sup>37</sup> Громоздко формулированное предложение XXVI сводится к тому, что если для одного монохроматического луча известен показатель преломления, то для нахождения показателей преломления лучей любой цветности достаточно знать отношение между синусами преломления лучей различной цветности для какого-нибудь одного показателя преломления.

<sup>38</sup> Вертикальным углом Ньютон называет преломляющий угол призмы.

<sup>39</sup> Метод измерения показателя преломления с призмой при угле наименьшего отклонения обычно приписывается Фраунгоферу. В § XXXI метод изложен Ньютоном с полной ясностью и с указанием преимуществ.

<sup>40</sup> В оригинале: crystallum — хрусталь, тяжелое свинцовое стекло.

<sup>41</sup> Повидимому, первое в истории оптики указание на зависимость преломления жидкостей от температуры и плотности.

<sup>42</sup> §§ XLII, XLIII и XLIV основаны на гипотезе Ньютона о дисперсии света в различных средах. Графическое построение теоремы (правильнее — гипотезы) XLII соответствует следующему. Из построения следует:

$$\frac{Xp}{XP} \frac{\cos p}{\cos P} = \frac{Xr}{XR} \frac{\cos r}{\cos R};$$

$$\frac{Xp}{XP} = \frac{\sin P}{\sin p} = \frac{n_p}{n_P}; \quad \frac{Xr}{XR} = \frac{\sin R}{\sin r} = \frac{n_r}{n_R}.$$

Отсюда

$$\frac{n_p}{n_P} \frac{\sqrt{1 - \frac{1}{n_p^2}}}{\sqrt{1 - \frac{1}{n_P^2}}} = \frac{n_r}{n_R} \frac{\sqrt{1 - \frac{1}{n_r^2}}}{\sqrt{1 - \frac{1}{n_R^2}}}$$

или

$$\frac{n_p^2 - 1}{n_P^2 - 1} = \frac{n_r^2 - 1}{n_R^2 - 1} = k_1,$$

где  $k_1$  — постоянная величина, меняющаяся, однако, от вещества к веществу. Иначе говоря,

$$n^2 - 1 = k_1 (n_0^2 - 1), \quad (1)$$

где  $n_0$  соответствует выбранной за нормаль среде, а  $n$  — рассматриваемой, причем как  $n_0$ , так и  $n$  зависят от цветности.

В „Оптике“ Ньютона, основываясь на опыте со стеклянной призмой, помещенной внутри призматического сосуда с водой, и на кажущейся невозможности устранения хроматизма, предлагает другой, более простой дисперсионный закон („Оптика“, стр. 105, 106). Он формулирует его так: „Избытки синусов преломления различных сортов лучей над их общим синусом падения в том случае, когда преломление происходит при переходе из различных плотных сред непосредственно в одну и ту же более разреженную среду, положим воздух, находятся друг к другу в данном отношении“. Обозначим угол падения через  $\alpha$ , углы преломления для двух сред  $\beta_1$  и  $\beta_2$ . Тогда на основании сказанного предположения:

$$\frac{\sin \beta_1 - \sin \alpha}{\sin \beta_2 - \sin \alpha} = \frac{n_1 - 1}{n_2 - 1} = k_2,$$

или

$$n - 1 = k_2 (n_0 - 1). \quad (2)$$

Об экспериментальной недоказанности гипотезы (1) Ньютон вполне ясно говорит в § XLIII. На эту гипотезу, вероятно, наталкивали простота и изящность геометрического построения, найденного Ньютоном. Замечательно, впрочем, что инвариант (1) появился в „Оптике“ в виде знаменитого соотношения (обычно называемого формулой Лапласа)

$$\frac{n^2 - 1}{\rho} = \text{const}, \quad (3)$$

где  $\rho$  — плотность вещества („Оптика“, стр. 211 и след.). На этот раз формула выведена из динамических соображений о действии вещества на световые корпускулы. Между законом (2), принятым в „Оптике“, и соотношением (3) имеется противоречие, инвариантным следовало бы ожидать выражение  $\frac{n-1}{\rho}$  (формула Гладстона — Дэля). Наоборот, закон (1) находится в полном согласии с (3).

В связи со знаменитым вопросом об ахроматизации оптических систем можно заметить следующее. Закон (2), принимаемый Ньютоном в „Оптике“, полностью исключает возможность ахроматизации. Однако закон (1)

„Лекций“ принципиально допускает ахроматизацию, хотя и в очень слабой степени. Для примера рассмотрим случай ахроматической призмы, отклоняющей лучи на угол  $\alpha$ . Имеем

$$\alpha = (n_1 - 1) A_1 + (n_2 - 1) A_2,$$

где  $A_1$  и  $A_2$  — преломляющие углы первой и второй призм с показателями преломления  $n_1$ ,  $n_2$ , подчиняющимися закону (1). Условие ахроматизации можно написать в виде

$$n_F - n_C = 0 = \Delta n_1 A_1 + \Delta n_2 A_2,$$

где  $n_F, n_C$  — показатели преломления для двух цветов. Дифференцируя (1), имеем

$$\Delta n = \frac{(n^2 - 1)}{2 k_1 n}.$$

Подставляя в предыдущее равенство, найдем

$$n_F - n_C = 0 = \frac{1}{k_1} \left( \frac{n_1^2 - 1}{n_1} A_1 + \frac{n_2^2 - 1}{n_2} A_2 \right).$$

Решая совместно (4) и (5), находим

$$A_1 = -\frac{n_1(n_2 + 1)}{(n_1 - n_2)(n_1 - 1)} \alpha; \quad A_2 = -\frac{n_2(1 + n_1)}{(n_1 - n_2)(n_2 - 1)} \alpha.$$

Например, для случая  $n_1 = 1.5$ ;  $n_2 = 1.7$

$$A_1 = -40.5 \alpha; A_2 = 30.5.$$

Однако, исправление хроматизма в случае справедливости закона (1) приводит для рассматриваемого примера призм к углам в 10—15 раз большим, чем те, которые требуются при применении пары: боросиликатный крон + тяжелый флинт.

Таким образом, практически материалы, подчиняющиеся закону (1), также не пригодны для ахроматизации.

<sup>42</sup> Возведение в квадрат в „Лекциях“ в большинстве случаев обозначается подстановкой справа буквы  $q$ , например  $aq$ . В других местах „Лекций“ применяется удвоение, например  $aa$ , и совсем редко — принятное теперь обозначение  $a^2$ . В русском переводе сохраняется это разнообразие. Следует отметить, впрочем, что такая неустойчивость характерна только для молодого Ньютона, автора „Лекций“. Позднее именно Ньютон систематически проводил принятное теперь обозначение степени (*Arithmetica universalis*).

<sup>43</sup> Т. е., пользуясь законом преломления, согласно которому (фиг. 24)

$$\frac{fc}{Fc} = n \quad \text{и} \quad \frac{Xp}{XC} = n.$$

В первом английском издании „Лекций“ это место доказательства изложено иначе: „Уменьшая на члены равного отношения, имеем

$$Fcq : Xcq = fcq : (Cpq + XCq), \text{ или } Xpq.$$

Наконец, извлекая корни членов и перемещая их, имеем

$$fc : Fc = Xp : XC^a.$$

<sup>44</sup> Это важное предложение высказано у Барроу как для преломления, так и для отражения со ссылкой, в частности, на Альгасена.

<sup>45</sup> У Барроу предложение III высказано для отражения и преломления, сначала для отклоняемого угла, т. е. угла, составляемого отклоненным (отраженным или преломленным) лучом с перпендикуляром, затем для угла отклонения (т. е. угла между падающим и отклоненным лучами). По поводу очевидности доказательства первой части предложения Барроу иронически замечает: „Откуда быстро следует предложенное, к чему же множить слова и рисунки“. (*Unde liquido constat propositum: quorsum verba, quorsum schemata multiplicem.*)

<sup>46</sup> В оригинале: *divisim*, т. е. при замене  $CG = BG + RC$  и  $EG = DG + Er$ .

<sup>47</sup> *EA* приравнивается *DA* ввиду принятого бесконечно малого значения *ED*.

<sup>48</sup> В оригинале, вместо перемножения отношений, говорится об их сложении:  $BA : AG + AG : DA = BA : DA$ , что неверно. В переводе это исправлено.

<sup>49</sup> В оригинале: *dico factum*.

<sup>50</sup> В древней геометрии плоскими (*planus*) задачами называли задачи, решаемые посредством прямой и окружности. Телесными (*solidum*) обозначали те задачи, для решения которых требовались конические сечения. (Ср. Р. Декарт. Геометрия. Примечания А. П. Юшкевича, стр. 207 — 209, 1938). В „Геометрии“ Декарта книга третья посвящена решению „телесных“ задач.

<sup>51</sup> Циссоида приписывается Диоклесу, применившему эту кривую для решения делийской задачи. Уравнение циссоиды:

$$(x^2 + y^2)x = 2ry^2.$$

Свойства циссоиды разбираются Ньютоном в „Arithmetica universalis“.

<sup>52</sup> Преобразуем пропорцию  $Bfq : Rfq = BR : RE$ , оборачивая и вычитая из обеих частей по единице:  $(Rfq - Bfq) : Bfq = BRq : Bfq = (RE - BR) : BR = EB : BR$ , откуда  $Bfq : BRq = BR : EB$ .

<sup>53</sup> Приводим краткое доказательство изящной теоремы Ньютона, основательно забытой в наше время, пользуясь современными понятиями и обозначениями.

Пусть *F* — точечный источник, *FRX* — монохроматический луч, *n* и *m* — показатели преломления первой и второй сред (меняющиеся в зависимости от цветности), *fRX* — другой монохроматический луч. Обозначим  $FR = T$ ,  $fR = t$ , угол  $NRF = I$ ; угол  $NRf = i$ .

По формуле Аббе для фокуса меридиональных лучей

$$m \frac{\cos^2 i}{t} = n \frac{\cos^2 I}{T}.$$

Исключаем  $\frac{n}{m}$ , полагая это отношение равным  $\frac{\sin I}{\sin i}$ . Тогда

$$t = T \frac{\sin I}{\cos^2 I} \cdot \frac{\cos^2 i}{\sin i}.$$

Это — полярное уравнение кривой, описываемой точкой  $f$  при изменении отношения  $\frac{n}{m}$  ( $T, I$  — постоянные). Переходим к декартовым координатам, полагая

$$t = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \frac{T \sin I}{\cos^2 I} = 2r, \quad \operatorname{tg} i = \frac{x}{y};$$

получаем

$$(x^2 + y^2)x = 2ry^2,$$

т. е. уравнение циссоиды (ср. прим. 51). Таким образом, геометрическое место монохроматических изображений точки, рассматриваемой из другой среды, будет циссоидой.

<sup>54</sup> *Corollarium* — в буквальном смысле *венок*, в переносном — *прибавок, добавление*. Мы оставляем принятый в старой литературе латинский термин.

<sup>55</sup> В оригинале: *rationum similitudines*.

<sup>56</sup> Очень часто, говоря о бесконечно малых, Ньютон пользуется более осторожным термином *indefinitus* (неопределенный) вместо *infinitus* (бесконечный). В нашем переводе это различие сохраняется.

<sup>57</sup> Предшествующие разделы „Лекций“ служат подготовкой к центральному предложению XVII, в котором Ньютон доказывает интересную теорему о существовании максимального угла расхождения монохроматических лучей в спектре при данном угле падения при изменении „среднего“ показателя преломления второй среды. Такой максимум возможен только при некоторых законах дисперсии, к числу которых относится и принятый Ньютоном закон (ср. предл. XLII и наше примечание 41)

$$n^2 - 1 = k(n_0^2 - 1). \quad (1)$$

Для пояснения изящного геометрического приема, применяемого Ньютоном (случай I предл. XVII), приводим современное решение задачи Ньютона. Из закона преломления находим

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n},$$

откуда

$$\cos \beta d\beta = -\frac{\sin \alpha}{n^2} dn.$$

Замечая, что

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}},$$

находим

$$d\beta = -\frac{\sin \alpha}{n^2 \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \cdot dn. \quad (2)$$

Заметим, что в дисперсионной формуле Ньютона (1)  $k$  меняется от вещества к веществу, но не зависит от цветности; наоборот  $n_0$  постоянно для любых веществ, но меняется с цветом. Дифференцируя (1) по  $n_0$ , находим

$$dn = k \frac{n_0}{n} dn_0;$$

подставляя во (2) и пользуясь, кроме того, (1), находим

$$\frac{\partial \beta}{\partial n_0} = - \frac{k n_0 \sin \alpha}{[1 + k(n_0^2 - 1)] \sqrt{\cos^2 \alpha + k(n_0^2 - 1)}}.$$

Дифференцируем далее по  $k$ ; находим

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \beta}{\partial n_0 \partial k} &= \frac{-n_0 \sin \alpha \sqrt{\cos^2 \alpha + k(n_0^2 - 1)} \{1 + k(n_0^2 - 1)\}}{[1 + k(n_0^2 - 1)]^2 [\cos^2 \alpha + k(n_0^2 - 1)]} + \\ &+ \frac{k n_0 \sin \alpha (n_0^2 - 1) \left\{ \frac{1}{2\sqrt{\cos^2 \alpha + k(n_0^2 - 1)}} + \sqrt{\cos^2 \alpha + k(n_0^2 - 1)} + \frac{k(n_0^2 - 1)}{2\sqrt{\cos^2 \alpha + k(n_0^2 - 1)}} \right\}}{[1 + k(n_0^2 - 1)]^2 [\cos^2 \alpha + k(n_0^2 - 1)]}. \end{aligned}$$

Решая уравнение  $\frac{\partial^2 \beta}{\partial n_0 \partial k} = 0$ , находим два решения:

$$\begin{aligned} k(n_0^2 - 1) &= 0, \\ k(n_0^2 - 1) &= \infty, \end{aligned}$$

т. е.

$$n = 1; n = \infty,$$

соответствующие минимумам расхождения лучей, и

$$k(n_0^2 - 1) = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 2 \cos^2 \alpha}; \quad n = \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 2 \cos^2 \alpha}}. \quad (3)$$

Для первого случая, рассматриваемого Ньютона,  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ , имеем  $n = \sqrt{2}$ . Общий случай дается формулой (3).

В „Оптике“, вместо закона (1), Ньютон (ср. прим. 41) применяет другой закон:

$$n - 1 = k'(n_0 - 1).$$

Для этого случая, очевидно, решение задачи будет иным. Можно заметить, что задача Ньютона о максимальном расхождении монохроматических лучей должна иметь смысл для всех случаев, когда может быть составлена некоторая функция показателя преломления  $\phi(n)$ , являющаяся произведением двух постоянных:  $k_1$ , меняющейся от вещества к веществу, но не зависящей от цвета, и  $k_2$ , зависящей только от цвета. Например, она применима для группы веществ, охватываемых формулой Лорентц — Лоренца

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \rho k,$$

где  $\rho$  — плотность и  $k$  — постоянная, для данной группы практически зависящая только от цвета.

<sup>58</sup> В оригинале: punctum radios ejaculans. Слово ejaculare (имеется и в английском языке) значит — выбрасывать, извергать или метать с силой. Применение этого глагола указывает, что в эпоху составления „Лекций“

Ньютона неявно, „для себя“, представлял свет в виде извергаемых из вещества частиц.

<sup>60</sup> *Latus rectum* — буквально „прямая сторона“, численно равна удвоенному параметру параболы (диаметру круга кривизны у вершины).

<sup>61</sup> *Latus transversum* — „поперечная сторона“ — есть диаметр конического сечения (большая ось эллипса).

<sup>61</sup> Построение Ньютона в предложении XXX для параксиальных лучей соответствует фундаментальной формуле геометрической оптики

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r},$$

иногда называемой формулой Гаусса.

<sup>62</sup> Предложение XXXI дает формулу для поперечной сферической аберрации третьего порядка для частного случая, когда луч падает параллельно оси. Ньютон указывает, что им выведена и формула для общего случая, когда предмет находится на конечном расстоянии, но она не приводится. Формула эта такова:

$$z = -\frac{s'}{2n'} h^8 n^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s}\right)^2 \left(\frac{1}{n's'} - \frac{1}{ns}\right),$$

где  $z$  — поперечная аберрация, т. е. расстояние от оси точки пересечения луча с плоскостью изображений параксиальными лучами,  $s$ ,  $s'$  — расстояния точек пересечения луча с осью до вершины поверхности,  $h$  — высота падения луча.

Современный вывод сферической аберрации совершенно аналогичен выводу Ньютона и выполняется с теми же пренебрежениями, которые допускает Ньютон. Эти пренебрежения относятся к так называемым „высшим порядкам“ сферической аберрации.

<sup>63</sup> Сагitta — стрелка, термин, применяющийся в геометрии и теперь.

<sup>64</sup> В английском переводе первой части „Лекций“ 1728 г. это место сопровождается следующим примечанием: „Здесь наш автор ссылается на метод Гуддена *нахождения максимумов и минимумов*, опубликованный в 1659 г. в «Геометрии» Декарта. Ибо его собственный метод флюксий еще не был опубликован, хотя он и написал несколько небольших трактатов по этому вопросу в 1665 г., до чтения этих „Лекций“, а более обширный трактат в 1671 г.“. Эти трактаты до сих пор еще никогда не печатались, хотя многие копии их в рукописи попали за границу. Об этом часто говорится в „Соттегсium Epistolicum“.

Письмо Иог. Гуддена о максимумах и минимумах помещено во втором латинском издании „Геометрии“ Декарта, выпущенном в 1659—1661 гг. Скаутеном. (Ср. русский перевод «Геометрии» с примечаниями А. П. Юшкевича, стр. 199.)

<sup>65</sup> В короллариях IV, V, VI, VII Ньютон отыскивает положение и величину наилучшего изображения. Под таковым он понимает то изображение точки, диаметр которого является минимальным. Полученный им результат настолько мало известен, что приводится некоторыми современными авторами как совсем новый. Существование сферической аберрации было, конечно, известно и до Ньютона, но никто не изложил ее с такой глубиной и не представил так ясно ее практическое значение.

<sup>66</sup> Переводчик первого (английского) издания „Лекций“ справедливо замечает в списке опечаток, что в королл. VI, вместо значения  $BF = \frac{Ia}{R-I}$ , взято  $CF = \frac{Ra}{R-I}$ , и последнее равенство короллария должно писаться так:

$$\frac{Ia}{R-I} : y = \frac{RRyy}{8IRa - 8Ia} \left( = \frac{1}{4} KF \right) : \frac{RRy^3}{8Iaa},$$

что равно  $OQ$ . Удвоенная величина, т. е.  $\frac{RRy^3}{4Iaa}$  будет равна  $PQ$ .

<sup>67</sup> „Боковая ошибка“ — поперечная aberrация. В наше время ошибками оптических систем принято называть случайные отклонения, вызываемые недостатками производства.

<sup>68</sup> Необходимо исправление. См. примечание 66.

<sup>69</sup> Из фиг. 59 следует, что  $dC = DC - Dd$ ;  $eC = EC - Ee$ . Подставляя это в пропорцию  $DC : EC = dC : eC$ , получаем  $DC : EC = Dd : Ee$ .

<sup>70</sup> Предложение XXXII с тремя последующими короллариями может рассматриваться с двух точек зрения. С одной, оно дополняет исследование сферической aberrации в предыдущем предложении и дает средство определения каустической поверхности по точкам. С другой стороны, это предложение позволяет построить фокус бесконечно тонкого меридионального пучка при любом положении точки предмета. Для этого достаточно заметить, что „ось“  $ACK$  может всегда быть выбрана так, чтобы проходить через точку  $A$ .

Способ построения фокуса бесконечно тонкого меридионального пучка у Ньютона очень оригинален; он отличается простотой, и жаль, что он не известен, в то время как аналогичные построения для фокуса сагиттальных пучков приводятся всюду. Ньютон, по обычаю своему, не дает аналитического выражения, эквивалентного его построению. Обозначим через  $t$  и  $t'$  отрезки  $NA$  и  $NZ$ ,  $i$  и  $i'$  — углы падения и преломления луча  $ANZ$ ,  $r$  — радиус кривизны преломляющей сферы. Величины  $t$  и  $t'$  связаны формулой Аббе

$$\frac{n' \cos^2 i'}{t'} - \frac{n \cos^2 i}{t} = \frac{n' \cos i' - n \cos i}{r}.$$

Для сагиттальных лучей Аббе вывел соотношение

$$\frac{n'}{t'} - \frac{n}{t} = \frac{n' \cos i' - n \cos i}{r}.$$

Это соотношение также легко получается из построения Ньютона для сагиттальных лучей.

<sup>71</sup> В § XXVI лекции XIII у Барроу сказано следующее: „Присовокупляю также построение, сообщенное другом (найденное им другим методом и изящно доказанное)“. Далее следует построение, излагаемое Ньютоном. „Друг“, очевидно, сам Ньютон. Об этом определенно говорится в примечании к первому (английскому) изданию „Лекций“ 1728 г.

<sup>72</sup> В первом (английском) издании „Лекций“ 1728 г. имеется примечание к этому месту: „В «Трактате о флюксиях», написанном Ньютоном в 1665 и 1666 гг.“ Это единственное место, где Ньютон глухо указывает на существование у него нового математического метода.

<sup>73</sup> См. Р. Декарт. Геометрия. Перевод и примечания А. П. Юшкевича.

1938. „Исследование четырех новых родов овалов, употребляющихся в оптике“, стр. 59—73.

<sup>74</sup> Метод для построения кривой преломляющей поверхности, изображающей точку безабберационно (oval Декарта), изложенный в предл. XXXIV, есть непосредственное выражение принципа Ферма.

Расстояние  $AS = AN + NS = AN + \frac{n}{n'} NZ = \frac{1}{n'} (n'AN + nNZ)$  изображает оптический путь между  $A$  и  $Z$ , деленный на  $n'$ . Поэтому  $AS$  должно быть постоянным для всех лучей. Впрочем, мало вероятно, чтобы Ньютон исходил из принципа Ферма, на который он не ссылается ни в „Лекциях“, ни в „Оптике“.

<sup>75</sup> Назначение предл. XXXV — теория радуги, разбираемая в конце „Лекций“.

<sup>76</sup> Определение хроматической аберрации положения изображения выполнено Ньютоном для параксиальных лучей, и его вывод ничем по существу не отличается от выводов в современных курсах оптики. В современных обозначениях хроматическая аберрация  $\Delta S_1$ , вызываемая одной поверхностью, равна

$$\Delta S_1 = \frac{S_1^2}{n'} \left[ \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{s'} \right) \Delta n' - \frac{\Delta n}{r} \right],$$

где  $\Delta n$  и  $\Delta n'$  — дисперсии первой и второй сред.

<sup>77</sup> Расчет, приводимый в поучении, ошибочен в связи с ошибкой, сделанной в предл. XXXVI, королл. VI (ср. прим. 66). Исправленный подробный расчет аберрационных ошибок приведен Ньютоном в „Оптике“, книга I, предл. VII (стр. 71).

<sup>78</sup> В связи с этим утверждением Ньютона ср. „Поучение“ в конце первой книги „Начал“. В „Поучении“ говорится: „Изо всех фигур сферическая наиболее подходит к оптическим целям. Если бы объективные стекла телескопов были составлены из двух стекол со сферической фигурой, заключающей между собою воду, то возможно, что ошибки преломления на крайних частях стеклянных поверхностей будут довольно точно исправляться преломлениями воды. Такие объективные стекла следует предпочесть эллиптическим и гиперболическим стеклам не только потому, что они могут быть выполнены более легко и точно, но и потому, что пучки лучей, расположенные вне оси стекла, будут преломляться в них более точно“.

Более подробно тот же вопрос разобран Ньютоном в „Оптике“, книга I, предл. VII (русский перевод, стр. 86).

Стеклянно-водяной объектив Ньютона состоит из стеклянных менисков, между которыми содержится вода. Ньютон указывает, что преломления на различных границах: стекло — воздух, вода — стекло имеют разные величины и знаки. Подбирая радиусы кривизны, можно добиться уничтожения сферической аберрации.

Предложение Ньютона вполне рационально. В принципе так поступают и теперь. В наше время, однако, имеются стекла с различными преломлениями, и нет надобности применять воду. Достаточно склеить две линзы из различных стекол. Впрочем, идея Ньютона в ее точном виде была также осуществлена в 1700 г. Jeaurat, в 1785 г. — Blair, в 1828 г. — Cachot. Иногда предлагалось заменить воду другими жидкостями. В 1859 г. Сэттон предложил конструкцию фотографического объектива, реализующего почти в точности идею Ньютона. Все перечисленные объективы исправ-

лены в отношении сферической аберрации. Однако ньютоновская система даже более мощна, чем предполагал сам автор: она позволяет одновременно исправить и хроматическую аберрацию, что и утилизируется в указанных выше позднейших объективах.

<sup>79</sup> Молодой Ньютон этими словами вполне ясно декларирует свои научные позиции, явно становясь на сторону атомистов-эпикурейцев, примыкающих к ним „новых авторов“, т. е. Галилея и Декарта, и резко нападая на перипатетиков. „Введение“ ко второй части „Лекций“ — единственное место в писаниях Ньютона, где он откровенно высказывает свои взгляды.

<sup>80</sup> Теория цвета, сводящая в различных вариантах разнообразие цветов, в конце концов, к различным степеням смешения светлого и темного начал, восходит к Аристотелю. При этом у Аристотеля она имела весьма разработанные и тонкие формы, не понятые и огрубленные последующими поколениями. (Ср. A. E. Haas. Antike Lichttheorien. Archiv für Geschichte der Philosophie, XX. Neue Folge, XIII Band, стр. 345—386, 1907.) Аристотелевские взгляды высказывает еще Кеплер в своих „Паралипоменах к Вителлию“. В очень конкретной, почти количественной форме теория цвета как смеси темного и светлого изложена в 1611 г. Антонио де Доминис (ср. F. Rosenberg. J. Newton, стр. 14 и след., 1895) и, наконец, в краткой и почти насмешливой форме (ср. прим. 10) такая теория „для порядка“ коротко доводится до сведения слушателей И. Барроу в его „Лекциях по оптике“, в составлении и редактировании которых принимал участие Ньюトン. Нужно иметь в виду, что Барроу, вероятно, хорошо знал текст „Лекций“ Ньютона, еще во время их составления.

<sup>81</sup> „Цвет же есть поверхность ограниченного прозрачного тела“. Учение о цветах излагается у Аристотеля в „De anima“ и „De Sensu“ (ср. A. E. Haas. Antike Lichttheorien).

<sup>82</sup> Учение Аристотеля. Аристотель называет промежуточную среду между глазом и предметом „прозрачным“. Он различает потенциально прозрачное, т. е. еще темное, и актуально прозрачное, возникающее из первого под действием огня или эфира „квант-эссенции“, всегда актуально прозрачных. В этом смысле Аристотель называет свет энтелехией прозрачного, прозрачным в действии (Ср. A. E. Haas. loc. cit.).

<sup>83</sup> И. Кеплер. А. де Доминис. Ср. прим. 80.

<sup>84</sup> Теория Р. Декарта. Она изложена в „Диоптрике“ и „Метеорах“ (ср. прим. 16) и, кроме того, в посмертно появившемся трактате „Мир или трактат о свете“. Последний имеется в русском переводе С. Ф. Васильева: Р. Декарт. Космогония, стр. 216—237. 1934.

<sup>85</sup> Имеется в виду, очевидно, волновая теория Р. Гука. В 1665 и затем в 1667 г. появилась „Микрография“ Гука, в которой, в частности, изложена и теория Гука. Таким образом, дискуссию с Гуком Ньютон начал еще в „Лекциях“. (Ср. F. Rosenberg. J. Newton, стр. 35 и след., 1895.)

<sup>86</sup> Эти мало известные строки „Лекции“ о математическом характере учения о цветах подчеркивают основную особенность „Лекций“, коренным образом отличающую их от всех предшествующих оптических трактатов. Сложное учение о цветах Ньютон впервые поставил на почву измерительного физического опыта и математического расчета. Учение о цветах наряду с геометрической оптикой заняло законное место в quadrivium.

<sup>87</sup> Здесь Ньютон применяет слово „пурпуровый“ совсем в ином смысле,

чем в прочих местах „Лекций“, обозначая им темнокрасный цвет. В прочих местах „пурпуровый“ и „фиолетовый“ применяются как равнозначащие.

<sup>88</sup> Спектральные установки Ньютона были настолько современными, как это ясно из внимательного чтения „Лекций“ и „Оптики“, что трудно допустить, чтобы Ньютон не заметил черных линий на солнечном спектре, впервые отмеченных Волластоном в 1802 г. и названных впоследствии линиями Фраунгофера. Довольно подробно разбирая недавно этот вопрос (*Nature*, 11 декабря 1943 г., № 3867, стр. 680), лорд Рэлей млад. в конце концов приходит к такому выводу: „Возможно, что он видел линии, но не имел никаких оснований предполагать их важность, не стал исследовать их дальше и умолчал о них в своих писаниях“. Ср. прим. 94.

<sup>89</sup> „Id quod secus esset, sin lux in lucem per idem medium transeuntem posset agere“. Здесь Ньюトン формулирует оптический принцип суперпозиции, обычно приписываемый Гюйгенсу („Трактат о свете“). Впрочем, эта формулировка не является первой. Указание на независимость распространения световых пучков один через другой имеется, например, у Декарта. Ср., например, „Трактат о свете“ (русский перевод, стр. 234).

<sup>90</sup> Ньютон говорит, очевидно, о дифракционных цветах, наблюдаемых на пылинках в солнечном пучке. Ясно, конечно, что причина исчезновения этих цветов, когда „пылинки собираются в кучу“, совсем не та, о которой говорит Ньютон. Дифракция становится незаметной. Пример Ньютона на редкость неудачен.

<sup>91</sup> Под фокусом здесь, вероятно, имеется в виду переменное расстояние изображения от линзы. Другое толкование — наличие у Ньютона нескольких линз такого рода, что также возможно. „Лекции“ показывают, что Ньютон располагал для своих опытов довольно обширным для своего времени набором линз, призм, стеклянных пластинок, зеркал и прочих оптических деталей.

<sup>92</sup> Обращаем внимание на эти строки, единственные в своем роде, в которых Ньютон характеризует себя как экспериментатор. В оригинале эта характеристика такова: „et insuper experientis diligentia at curiositas solito maior, forte excidet proposito“.

<sup>93</sup> Т. е. светящаяся точка и ее изображение.

<sup>94</sup> В этом замечательном абзаце содержится прежде всего, повидимому, первое в истории оптики правильное объяснение небесной лазури рассеянием синих лучей Солнца в атмосфере. Весьма своеобразен при этом аргумент в пользу такого объяснения по „желтизне“ прямого солнечного света. Действительно, цвет очень высоких облаков должен быть „белее“ прямого солнечного света, так как эти облака рассеивают лучи, еще мало ослабленные в синей части спектра.

Говоря о „сильно сгущенной атмосфере вокруг Солнца“, Ньютон предвидит возможность слоев около светила, избирательно поглощающих его лучи.

Наконец, Ньютон указывает на отличие спектров разных источников, пламен и звезд. „Очень густое соединение некоторых родов лучей в первоначальном свете“ правильнее всего толковать как спектральные линии или полосы. Во всяком случае не исключена возможность, что Ньютон замечал в пламенах по крайней мере вездесущую желтую линию натрия.

<sup>95</sup> Книга Р. Бойля „Опыты и рассуждения о цветах“ 1665 г. В этой книге, написанной главным образом с химической точки зрения, Бойль рассматривает критически различные гипотезы о цветах, в частности и гипотезу о смешении света и темного начала как причине цветов. Отно-

шенис его к этому воззрению явно отрицательное. Но в конце концов Бойль, обсудив все гипотезы, уклоняется от высказывания собственных взглядов.

<sup>66</sup> Настойка нефритового дерева содержит ярко флуоресцирующее голубым цветом вещество, эскуллин, до сего времени остающийся частым предметом исследований (ср. прим. 58 к русскому переводу „Оптики“). В проходящем свете, в зависимости от концентрации, свет окрашивался в желтый, оранжевый или красный. В проходящем при поглощении длинноволновых ультрафиолетовых лучей видна яркая голубая флуоресценция. Ньютон ошибался, пытаясь видеть в этом голубом свете дополнительный к проходящему желтому или оранжевому и толкя его подобно небесной лазурь, хотя, конечно, это было вполне естественно и правдоподобно (ср. прим. 94). Вместе с тем толкование цвета отраженного и проходящего пучка в случае листового золота вполне верно. Также частично верно толкование явлений, наблюдавшихся в стекле, хотя некоторая доля видимого в торец голубого света может в некоторых случаях возникать не только вследствие рассеяния, но и вследствие флуоресценции.

<sup>67</sup> Не заметив „стоксова смещения“ спектров флуоресценции, Ньютон вместе с тем отмечает, что наблюдаемое голубое свечение встречается только у некоторых веществ. У большинства тел происходит, по современной терминологии, тепловое поглощение. В случае же флуоресценции она может быть *потушена* солями. Перед нами первые начатки современного учения о флуоресценции, в частности о ее тушении, сохранившие полностью свое значение.

<sup>68</sup> Как сообщает Ньютон в „Оптике“, ему самому не удалось провести этот опыт (ср. примеч. 74 к русскому переводу „Оптики“).

<sup>69</sup> „Пределы должностного Ньютона, слишком распространившись в физическую область“, превзошел, повидимому потому, что, по уставу, с Лукасовской кафедры, с которой он читал свои „Лекции“, должны были преподаваться только математические науки — геометрия, арифметика, астрономия, география, статика.

<sup>100</sup> Ср. предыдущее примечание. Слушателями Лукасовской кафедры должны были являться по преимуществу „геометры“. Ньютону при переходе к чисто экспериментальным вопросам приходится приносить извинения.

<sup>101</sup> ἀτρίζεια — наиболее точный, основательный.

<sup>102</sup> В оригинале: ιψία, т. е. двенадцатая часть. Обычно применяется для обозначения двенадцатой части фунта. Это единственное место в „Лекциях“, где Ньютон дюйм обозначает таким образом.

<sup>103</sup> По поводу „акустического“ распределения спектральных участков ср. „Оптику“ и прим. 68 к русскому переводу. В „Лекциях“ Ньютон в неясной форме указывает, что им руководило до известной степени желание отыскать объяснение „гармонии цветов“, известной художникам. Этот аргумент, однако, уже не повторялся в „Оптике“. Акустическая аналогия в случае ее справедливости, конечно, требовала универсальности дисперсионного закона. Наряду с гипотезом изящного геометрического построения § XLII (ср. прим. 41), в этом надо искать корни рокового ошибочного утверждения о невозможности построения ахроматических преломляющих оптических систем. О сходстве консонанса в акустике и оптике Ньютон упоминает еще в письме к Бриггсу 1685 г. (ср. D. Brewster, том I, стр. 429).

<sup>104</sup> Энгископ — микроскоп. От греческого *engys* — близкий. Такое

название более последовательно, если для зрительной трубы применять слово „телескоп“.

<sup>105</sup> В оригинале: *resiliunt* — отскакивают, отпрыгивают.

<sup>106</sup> В оригинале: *in extremitate partem Oculi*, т. е. „в крайней части глаза“.

<sup>107</sup> В оригинале: *successive incedentes* — последовательно падающие. Такой термин понятен только в том случае, если Ньютона в неявной форме предполагает, что разные роды лучей падают не сразу вместе, а последовательно.

<sup>108</sup> В оригинале: *fluxissent* — снова указание на неявные корпускулярные представления Ньютона.

<sup>109</sup> Сведения о весьма обширных знаниях и личном опыте Ньютона по вопросу об анатомии глаза и об оптических нервах сохранились в его записках, рисунках и известных письмах к Бриггсу. (Ср. Brewster, loc. cit., v. I, стр. 218 — 238 и 420 — 436. Ср. также „Оптику“ вопросы 15 и 16.)

<sup>110</sup> В „Метеорах“ Декарта (ср. Descartes. *Oeuvres publiées par Ch. A. et P. Tappugey*, VI), стр. 366 (франц. текст) и стр. 720 (латинский текст), имеется всего десять глав; последняя трактует о явлении ложных солнц. Поэтому цитата Ньютона не понятна.

<sup>111</sup> *Oeuvres*, т. VI, стр. 345 и пр. и 710 и пр.

<sup>112</sup> В дальнейшем следует довольно пространное ошибочное объяснение различных явлений гало, корон и т. д. В „Оптике“ исключено как описание этих явлений, так и объяснение их. Несомненно, что Ньютон понял ошибочность своего прежнего толкования, но не мог предложить что-либо иное. Дифракционная природа гало, точно так же как и радуги, была Ньютону в то время естественно неизвестной.

<sup>113</sup> Далее следует точная цитата из Декарта (Descartes. *Oeuvres*, т. VI, стр. 352 (французский текст, стр. 713).

<sup>114</sup> Снова ошибочная попытка истолковать при помощи преломления дифракционное явление.

<sup>115</sup> В „Оптике“ Ньютон отзывает о теории Декарта более сдержанно и ставит на первое место А. де Доминис. Отсюда возможно заключить, что при чтении „Лекций“ Ньютон не был хорошо знаком с трактатом де Доминис. Впрочем, Био обвиняет Ньютона и в невнимательном чтении Декарта (J. B. Biot. *Traité de physique*, v. III, стр. 468, 1816).

<sup>116</sup> Явления цветов тонких пластинок разобраны Ньютоном в мемуаре 1675 г. и более подробно в „Оптике“. В эпоху составления „Лекций“ Ньютон, повидимому, думал о каком-то ином объяснении цветов тонких пластинок, в котором потребовались бы „более отвлеченные части математики“.

## ОГЛАВЛЕНИЕ



Предисловие к первому неполному изданию в английском переводе 1728 г. . . . .	7
Предисловие к первому латинскому изданию 1729 г. . . . .	13

### *Часть первая.*

#### *О ПРЕЛОМЛЕНИЯХ ЛУЧЕЙ СВЕТА*

<i>Раздел первый.</i> Преломляемость лучей различна . . . . .	19
<i>Раздел второй.</i> Об измерении преломлений . . . . .	44
<i>Раздел третий.</i> О преломлениях плоскостей . . . . .	74
<i>Раздел четвертый.</i> О преломлениях кривых поверхностей . . . . .	116

### *Часть вторая.*

#### *О ПРОИСХОЖДЕНИИ ЦВЕТОВ*

<i>Раздел первый.</i> Излагается учение о цветах и испытывается на опытах с призмой . . . . .	141
<i>Раздел второй.</i> О различных явлениях цветов . . . . .	202
Послесловие переводчика . . . . .	257
„Лекции по оптике“ И. Ньютона (статья) . . . . .	260
Примечания к переводу „Лекций по оптике“ . . . . .	276

ИСААК НЬЮТОН—ЛЕКЦИИ ПО ОПТИКЕ

\*

*Печатается по постановлению  
Редакционно-издательского совета  
Академии Наук СССР № 2446*

\*

Технический редактор *О. Залышкина*  
Корректор *В. Г. Богословский*  
Художественное оформление художника  
*Н. М. Лобанова*

\*

РИСО АН СССР № 2464. Л—008. Издат. № 438.  
Сдано в набор 13/І 1945 г. Подписано к печати 20/V  
1946 г. М 05951. Формат бумаги 70 × 92<sup>1</sup>/<sub>10</sub>. Печ. л.  
18<sup>1</sup>/<sub>2</sub> + 2 вклейки. Уч. изд. 18<sup>1</sup>/<sub>2</sub>. Тираж 10000.

2-я типография „Печатный Двор“ им. А. М. Горького  
треста „Полиграфніга“ ОГИЗа при Совете Министров РСФСР. Ленинград, Гатчинская, 26. Заказ № 178.