

EDITURA DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ, BUCUREȘTI-1988

Lei 8,55

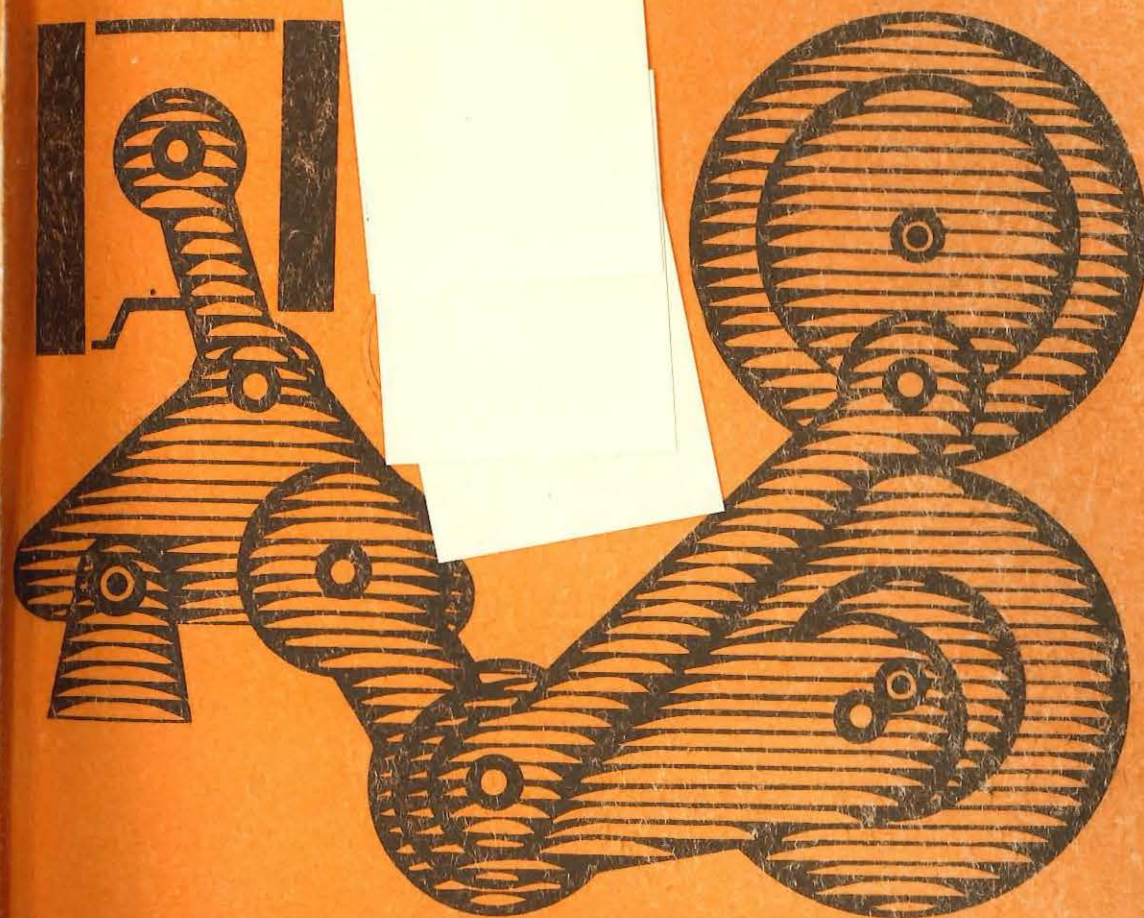
MECANISME

6-5

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI ÎNVĂȚĂMÎNTULUI

MECANISME

MANUAL PENTRU CLASA A XI-A LICEE INDUSTRIALE ȘI DE MATEMATICĂ-FIZICĂ
ȘI ȘCOLI PROFESIONALE

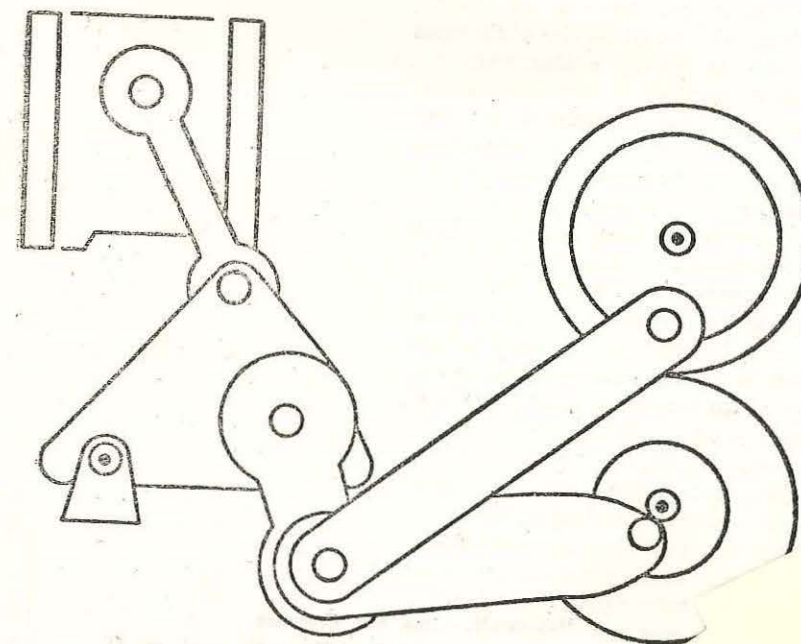


MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI ÎNVĂȚĂMINTULUI

Prof. univ. dr. doc. ing. NICOLAE I. MANOLESCU
Ing. MIRCEA MIHAIL POPOVICI, prof. gr. I

MECANISME

Manual pentru clasa a XI-a licee
cu profilurile de mecanică, electrotehnică, mine-petrol-geologie,
metalurgie, industrie alimentară, industrie ușoară, materiale
de construcții, poligrafie, aeronautică, prelucrarea lemnului,
și școli profesionale



EDITURA DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ — BUCUREȘTI.

Manualul reprezintă reeditarea lucrărilor „Mecanisme”, ediția 1980, și „Cinemática, cinetostática și dinamica mecanismelor”, ediția 1981, pus de acord cu programa școlară aprobată de Ministerul Educației și Învățămîntului cu nr. 36213/1981.

Textul marcat cu linie verticală este valabil numai pentru licee

Referenți: ing. Ion Erceanu
ing. Dan Horvath, prof. gr. II

Redactor: ing. Maria-Valentina Popa
Tehnoredactor: Sanda Dumitrașcu
Grafician: Victor Wegemann

PARTEA ÎNTÎI

GENERALITĂȚI ASUPRA MECANISMELOR

1

NOȚIUNI INTRODUCTIVE

1.1. OBIECTUL ȘI IMPORTANȚA STUDIULUI MECANISMELOR

1.1.1. OBIECTUL STUDIULUI MECANISMELOR

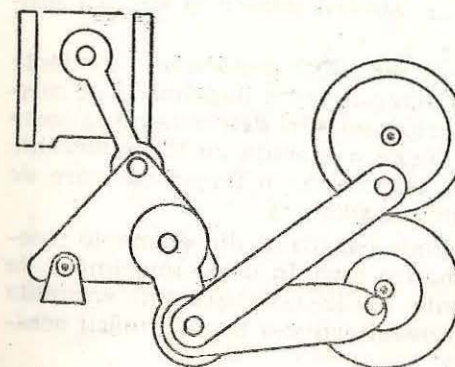
Disciplina „Mecanisme” are ca obiect studiul general al mecanismelor și mașinilor și cuprinde patru părți: structura, analiza cinematică, cinetostatica și dinamica.

Structura mecanismelor se ocupă de principalele noțiuni despre elementele cinematice, cuplurile cinematice, lanțurile cinematice, mecanismele și mecanismele-motor. În această parte sînt date formulele structurale ale lanțurilor cinematice plane și ale mecanismelor plane, precum și clasificările structurale ale mecanismelor-motor plane.

Analiza cinematică a mecanismelor se ocupă cu metodele grafoanalitice prin intermediul cărora se trasează *traiectoriile* diverselor puncte ale elementelor cinematice și se stabilesc *pozițiile* mecanismului în timpul ciclului cinematic, pe baza cărora se determină *vitezele și accelerațiile* (liniare și unghiulare) ale unor puncte caracteristice, respectiv ale elementelor cinematice conduse.

Cinetostatica mecanismelor se ocupă cu studiul forțelor exterioare și interioare care solicită elementele mecanismului, precum și cu stabilirea valorilor reacțiunilor din cuplurile cinematice și ale forțelor de echilibrare.

Dinamica mecanismelor se ocupă cu modalitățile de echilibrare statică și dinamică a mecanismelor și efectuează studiul mișcării mașinii sub acțiunea forțelor exterioare date.



1.1.2. IMPORTANȚA STUDIULUI MECANISMELOR

Înfăptuirea amplului program adoptat de Congresul al XIII-lea al Partidului Comunist Român privind dezvoltarea continuă a societății noastre și ridicarea României socialiste pe noi culmi ale progresului și civilizației este indisolubil legată de modernizarea economiei naționale. În acest amplu proces de dezvoltare multilaterală a forțelor de producție, o coordonată fundamentală constantă a politicii P.C.R. o reprezintă întărirea rolului industrializării în lărgirea și perfecționarea continuă a bazei tehnico-materiale a socialismului, în dezvoltarea echilibrată a economiei naționale, în perfecționarea relațiilor de producție socialiste, în ridicarea bunăstării materiale și spirituale a poporului. În acest cadru, industriei constructoare de mașini îi revin sarcini de primă importanță privind perfecționarea continuă a *mecanizării și automatizării*, extinderea gamei de produse în care se materializează muncă cu un înalt grad de calificare. Nivelul atins de industria românească în domeniul construcției de utilaje petroliere și al echipamentelor pentru transportul feroviar și rutier, gama largă de autovehicule, nave, avioane, mașini-unelte și agricole realizate, precum și calitatea și diversificarea dispozitivelor și instalațiilor automatizate sau a aparaturii de măsurat, impun cunoașterea întreținerii și exploatarea acestor produse la nivelul impus de ritmul general de creștere a producției și a productivității muncii în industrie.

În aceste condiții este necesar ca viitorii muncitori din diferitele ramuri ale industriei să aibă o temeinică cultură tehnică generală, care să le asigure competența necesară practicării profesiei cu un înalt randament de muncă.

Importanța studiului mecanismelor constă în faptul că face trecerea spre cunoașterea construcției de mașini și utilaje din orice domeniu industrial, sintetizând și aplicând într-o concepție unitară cunoștințe de matematică, fizică, tehnologie, rezistența materialelor, organe de mașini, desen tehnic, protecția muncii ș.a. În acest fel se dobîndesc cunoștințele necesare pentru rezolvarea unei game foarte diverse de probleme tehnice, cu care absolventul se va confrunța în practica productivă.

1.2. MAȘINA ȘI MECANISMUL CA SISTEME TEHNICE

Prin *sistem tehnic* se înțelege o creație a omului prin intermediul căreia legile naturii sînt utilizate în scopul ușurării muncii și sporirii productivității ei.

Mașina este un *sistem tehnic* alcătuit din părți componente distincte cinematic (numite *elemente cinematice*) care, în urma imprimării de mișcări date uneia sau unora din ele, realizează *mișcări determinate* la toate celelalte elemente cinematice, cu scopul fie de a executa un *lucru mecanic util* (cazul *mașinilor de lucru*), fie de a transforma o formă oarecare de energie în energie mecanică (cazul *mașinilor motoare*).

Mecanismul reprezintă un *sistem tehnic* constituit din elemente cinematice legate între ele prin cuple cinematice care, în urma imprimării de mișcări date uneia sau unora din elemente, realizează *mișcări determinate* la toate celelalte elemente, cu scopul transmiterii sau transformării acestora.

Se constată că mecanismul îndeplinește primele două caracteristici esențiale ale mașinii: de a fi un *sistem tehnic* ale cărui elemente cinematice au *mișcări determinate*. Rezultă că, în general, mecanismul este o parte componentă a mașinii.

1.3. SCHEMELE CONSTRUCTIVE ȘI CINEMATICE ALE MECANISMELOR

Schema constructivă (fig. 1.1, a) constă în reprezentarea *plană* sau în *perspectivă* a elementelor și cuplelor cinematice componente ale unui mecanism. La reprezentarea schemei se folosesc normele desenului industrial.

Schema cinematică (fig. 1.1, b) constă în reprezentarea convențional *plană* sau în *perspectivă* a configurației geometrice a elementelor și cuplelor cinematice existente într-un mecanism, pentru un anumit sens de mișcare. Într-o astfel de schemă, elementele cinematice sînt redată prin *axele lor geometrice*, iar cuplele cinematice prin *reprezentări convenționale*.

Cele două scheme prezentate se referă la mecanismul manivelă-piston înfîlțit în motoarele cu ardere internă.

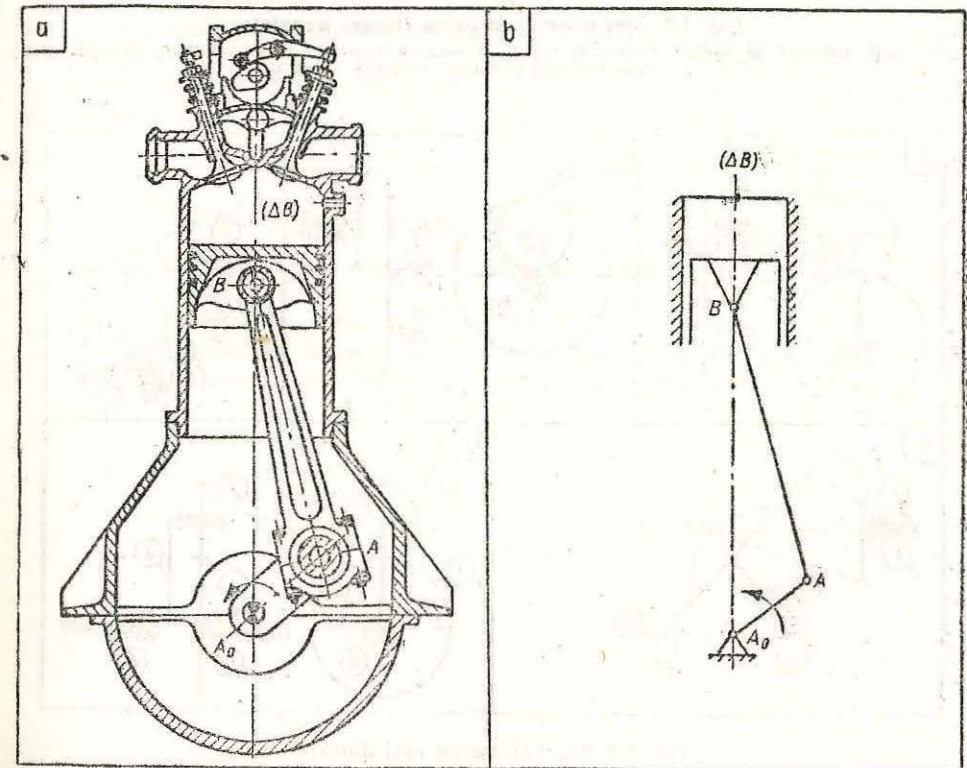


Fig. 1.1. Mecanismul manivelă-piston:

a — schema constructivă; b — schema cinematică.

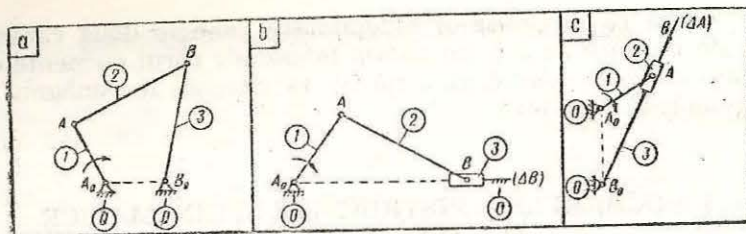


Fig. 1.2. Mecanisme uzuale cu bare:

a — mecanismul patrulater; b — mecanismul manivelă-piston; c — mecanismul manivelă-culisă.

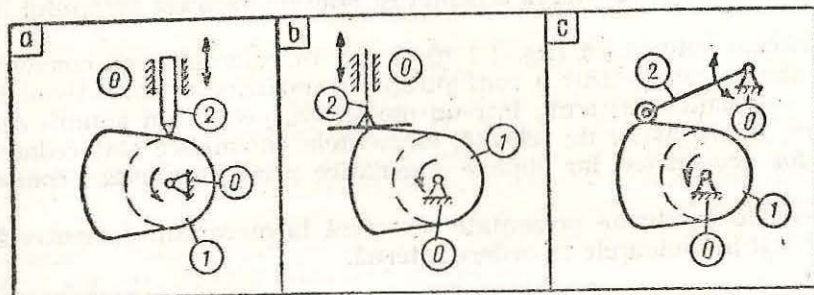


Fig. 1.3. Mecanisme cu came (tipuri uzuale):

a — camă rotativă și tachet translat axial; b — camă rotativă și tachet translat cu disc; c — camă rotativă și tachet oscilant cu roată.

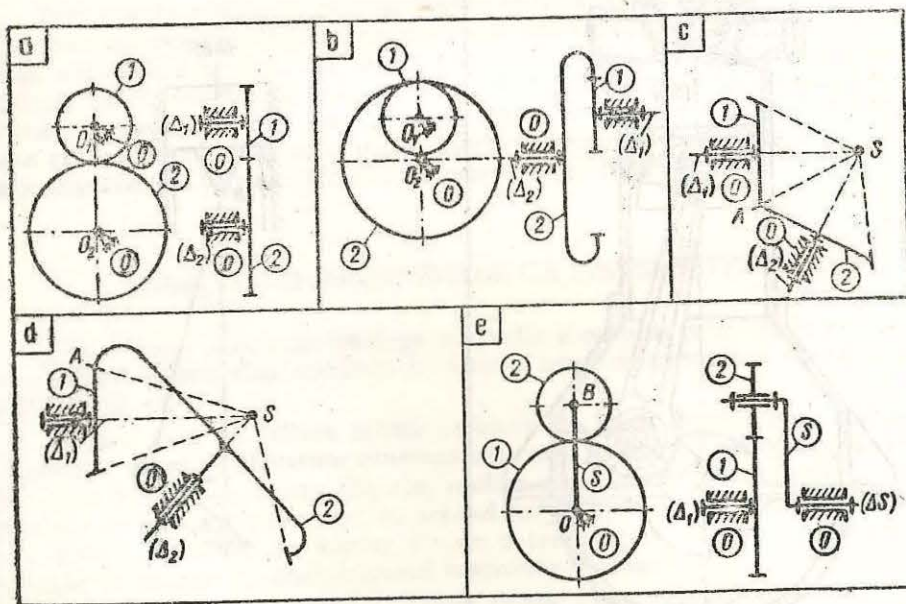


Fig. 1.4. Mecanisme cu roți dințate:

a — angrenaj cilindric cu axe fixe având angrenare exterioară; b — angrenaj cilindric cu axe fixe având angrenare interioară; c — angrenaj conic cu axe fixe având angrenare exterioară; d — angrenaj conic cu axe fixe având angrenare interioară; e — mecanism planetar diferențial cilindric cu o roată centrală având angrenare exterioară.

1.4. CLASIFICAREA MECANISMELOR DUPĂ FORMA LOR CONSTRUCTIVĂ

Clasificarea constructivă delimitează următoarele categorii principale de mecanisme:

— *Mecanisme cu bare*, formate din elemente cinematice articulate. Dintre acestea cele mai răspândite sînt *mecanismele planare* care au numărul cel mai mic de elemente (adică 4), cum sînt: *mecanismul patrulater* (fig. 1.2, a), *mecanismul manivelă-piston* (fig. 1.2, b) și *mecanismul manivelă-culisă* (fig. 1.2, c). În aceste scheme elementul fix (baza sau batiul) este notat cu cifra zero (0).

— *Mecanismele cu came*, compuse din trei elemente (fig. 1.3, a, b, c): *cama* 1, *tachetul* 2 și elementul fix 0.

— *Mecanisme cu roți dințate* (fig. 1.4, a, b, c, d, e), constituite din minimum două roți dințate de construcție diversă, avînd toate axele de rotație fixe (mecanisme ordinare) sau unele axe fixe și altele mobile (mecanisme planetare).

— *Mecanisme diverse* (simple sau complexe), din categoria cărora fac parte: mecanismele cu cruce de Malta, mecanismele cu roți de fricțiune, mecanismele cu came (roți) și fire (curele, lanțuri, cabluri), mecanismele cu bare, roți și curele, mecanismele cu bare, roți dințate și fire etc.

Clasificarea prezentată, utilă din punct de vedere practic, prezintă dezavantajul că nu oferă posibilitatea studierii *unitare* a mecanismelor din punct de vedere cinematic și cinetostatic. Această cerință este îndeplinită de *clasificarea structurală* (a cărei prezentare se face în cap. 5). Clasificarea constructivă este acceptată din punct de vedere *didactic* pentru tratarea principalelor categorii de mecanisme folosite pe scară largă în tehnică.

VERIFICAREA CUNOȘTINȚELOR

1. Precizați obiectul și părțile componente ale studiului disciplinei „Mecanisme”.
2. Ce caracteristici definitorii are mașina comparativ cu mecanismul?
3. Analizați mecanismele existente într-o mașină din atelierul școală și clasificați-le din punct de vedere constructiv.

ELEMENTE CINEMATICE.
CUPLE CINEMATICE

2.1. ELEMENTE CINEMATICE

Prin *element cinematic* se înțelege un corp material component al mecanismului care are rolul, când este mobil, de a transmite mișcarea și forța (exemple: manivela, biela, pistonul, cama, curea etc.). Un element poate fi:

— *mobil* (exemple: arbore cotit, tachet, roată dințată), numit *element cinematic*;

— *fix sau presupus fix*, caz în care se numește *element-bază* (exemple: batiul mașinilor-unelte, carterul motorului).

Elementul-bază reprezintă elementul față de care se studiază mișcarea celorlalte elemente ale mecanismului.

Analiza diferitelor *elemente cinematice* permite identificarea a cinci tipuri principale, și anume:

— *elemente rigide* (nedeformabile) formate fie dintr-o singură piesă (numită și *organ de mașină*), fie din mai multe organe de mașini asamblate între ele (de exemplu: biela unui motor reprezintă un singur element cinematic deși este formată din corpul propriu-zis, capace, cuzineți, șuruburi de prindere inele de siguranță etc.) (fig. 2.1, a);

— *elemente flexibile*, folosite pentru transmiterea la distanță a mișcării și implicit a puterii mecanice (exemple: cabluri, curele, lanțuri) (fig. 2.1, b);

— *elemente lichide* (în general apa la presele hidraulice și pompe, respectiv uleiul la prese de puteri mari) (fig. 2.1, c);

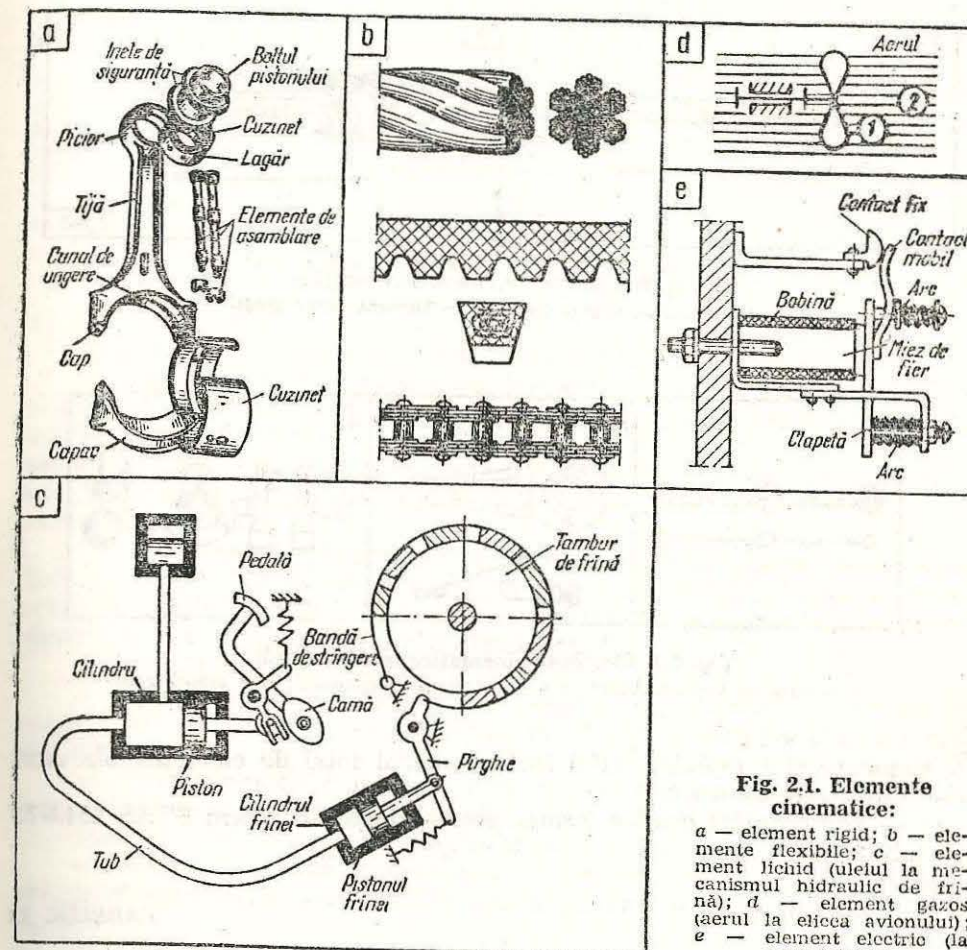


Fig. 2.1. Elemente cinematice:

a — element rigid; b — elemente flexibile; c — element lichid (uleiul la mecanismul hidraulic de frână); d — element gazos (aerul la elicea avionului); e — element electric (la comutatoare).

— *elemente gazoase* (aerul la elicea avionului — fig. 2.1, d; aerul comprimat utilizat la uneltele pneumatice);

— *elemente electrice* care transmit mișcarea prin intermediul câmpului electromagnetic (fig. 2.1, e).

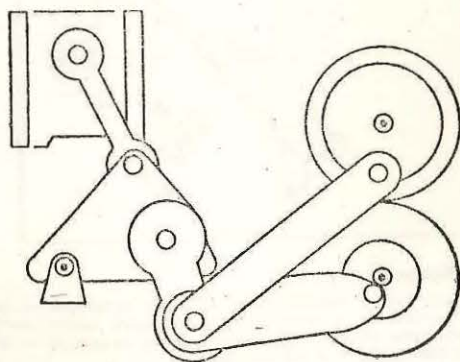
Pentru caracterizarea structurală a unui element cinematic rigid se folosește noțiunea de *rang*. Prin rang se înțelege numărul legăturilor pe care un element cinematic le formează cu elementele vecine. Notînd cu j rangul elementului, se deosebesc:

— *elemente cinematice simple* ($j \leq 2$), din categoria cărora fac parte elementele monare ($j=1$) și elementele binare ($j=2$) (fig. 2.2);

— *elemente cinematice compuse* ($j > 2$), cum ar fi elementele ternare ($j=3$) — fig. 2.3 — sau cel cu rang $j > 3$ numite și *elemente polinare*.

În scopul identificării elementelor cinematice se folosesc:

— *reprezentări numerice*, afectîndu-se fiecărui element un număr i ($i=0, 1, 2, \dots, n$) cifra zero fiind atribuită elementului-bază. Celelalte



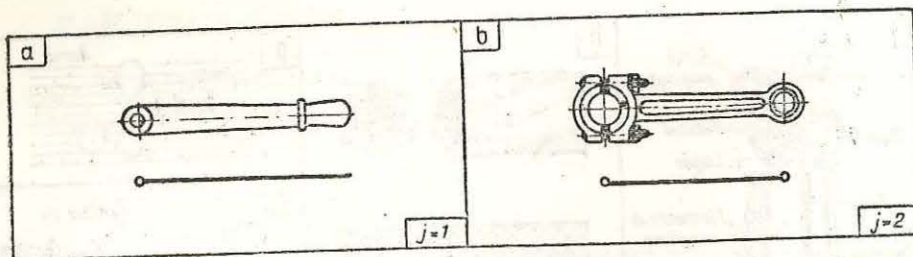


Fig. 2.2. Elemente cinematice simple:
a — element monar ($j=1$); b — element binar ($j=2$).

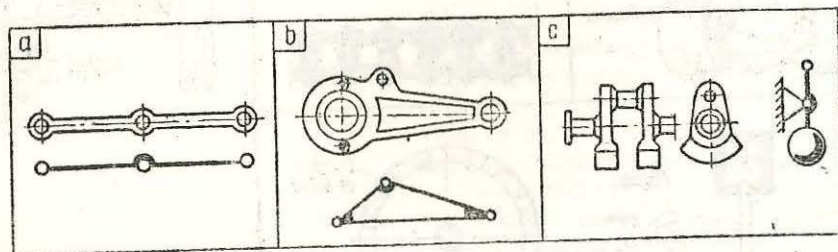


Fig. 2.3. Elemente cinematice ternare ($j=3$):
a — bară cu trei articulații; b — bielă cu trei articulații; c — arbore cotit.

n elemente sînt mobile, astfel încît numărul total de elemente ale unui mecanism este $e \neq n+1$;

— reprezentări grafice (semne convenționale conform STAS 1543-75 — tab. 2.1).

TABELUL 2.1

Nr crt	Denumirea	Reprezentarea convențională
1	Element monar (de rangul $j=1$)	
2	Element binar (de rangul $j=2$)	
3	Element ternar (de rangul $j=3$)	
4	Element polinar (de rangul $j=k$)	

2.2. CUPLE CINEMATICE

Cupla cinematică reprezintă *legătura mobilă directă* dintre două elemente cinematice, făcută cu scopul *limitării libertăților de mișcare relativă* dintre acestea și *transmiterii mișcării* de la un element la altul. Legătura se poate realiza *continuu* sau *periodic*, pe o *suprafață*, *linie* sau *punct*.

2.2.1. CLASIFICAREA CUPLELOR CINEMATICE

Din punct de vedere *geometric*, se deosebesc:

— *cuple cinematice inferioare*, la care contactul dintre elemente se realizează pe o *suprafață* care poate fi *cilindrică* (fig. 2.4, a), *sferică* (fig. 2.4, b), *plană* (fig. 2.4, c) și *elicoidală* (fig. 2.4, d). Aceste cuple sînt *reversibile*, deoarece suprafețele în contact fiind geometric identice, caracterul mișcării relative a elementelor nu se modifică, indiferent care dintre ele este fix sau mobil;

— *cuple cinematice superioare*, la care contactul dintre elemente se face pe o *linie* (fig. 2.5, a) sau într-un *punct* (fig. 2.5, b). Aceste cuple nu sînt reversibile întrucît caracterul mișcării relative a elementelor se modifică după cum unul sau altul este considerat fix.

Din punct de vedere *cinematic*, se disting:

— *cuple cinematice plane*, care permit elementelor cinematice în contact mișcări într-un singur plan sau în plane paralele (fig. 2.4, a, c; fig. 2.5, a, b);

— *cuple cinematice spațiale*, care permit elementelor cinematice în contact mișcări spațiale (fig. 2.4, b, d).

Din punct de vedere *constructiv* (tehnic), se întîlnesc:

— *cuple cinematice închise*, la care contactul dintre cele două elemente cinematice se realizează printr-o ghidare permanentă (fig. 2.4, a, b, d);

— *cuple cinematice deschise*, la care contactul dintre cele două elemente cinematice se asigură prin forță, care poate fi greutate (fig. 2.4, c) sau arc (fig. 2.5, b).

Din punct de vedere *structural*, cuplele cinematice se împart în cinci clase, după numărul gradelor de libertate eliminate de cupla cinematică.

Gradul de libertate reprezintă numărul parametrilor scalari independenți necesari pentru a determina, la un moment dat, poziția unui corp în raport cu un sistem de referință. El corespunde numărului de posibi-

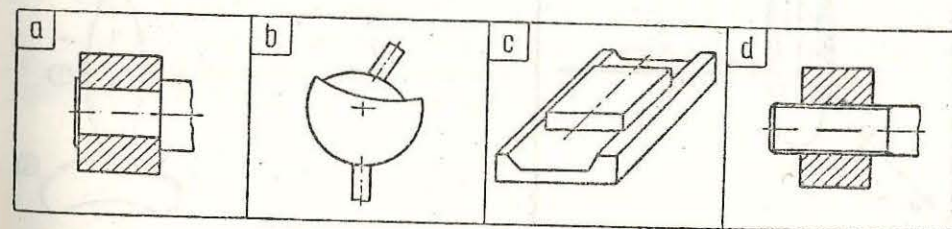


Fig. 2.4. Cuple cinematice inferioare:

a — fus cilindric în lagăr închis; b — articulație sferică; c — placă prismatică cu ghidaj prismatic; d — șurub și piuliță.

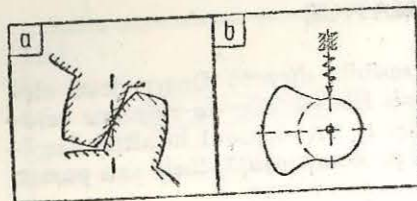


Fig. 2.5. Cuple cinematice superioare: a - angrenaj cilindric; b - camă rotativă cu tachet translat axial.

Cele șase libertăți de mișcare pot fi limitate, introducând anumite condiții de legătură care pot suprima mișcarea într-o direcție sau pot impune o relație între mărimile unor componente ale translației și rotației instantanee.

Dacă se notează cu l numărul gradelor de libertate pe care o cuplă cinematică le permite elementelor ei ($0 \leq l \leq 6$) și m numărul de mișcări anulate de cuplă ($1 \leq m \leq 5$), se obține o relație evidentă:

$$l = 6 - m. \quad (2.1)$$

Un rigid în plan are trei grade de libertate; drept consecință, relația (2.1) devine:

$$l = 3 - m. \quad (2.2)$$

Clasa cuplei cinematice va fi dată de numărul mișcărilor anulate m .

Pentru stabilirea clasei unei cuple cinematice se au în vedere trei principii:

— existența unei cuple presupune cel puțin o restricție de mișcare care nu poate fi decât de translație T , deoarece legătura nu permite deplasarea după normala comună (fig. 2.7). Prin urmare: $m_{min} = 1(T)$;

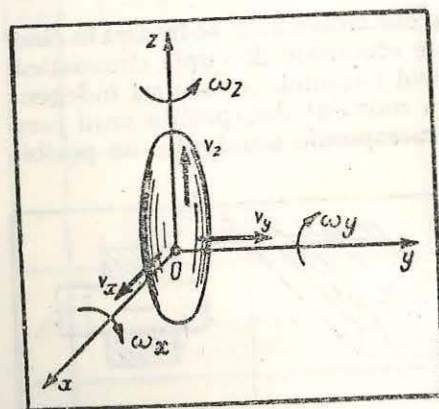


Fig. 2.6. Gradele de libertate ale unui corp liber în spațiu.

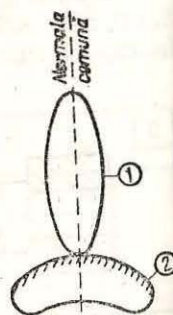


Fig. 2.7. Restricția de translație după direcția normalei comune.

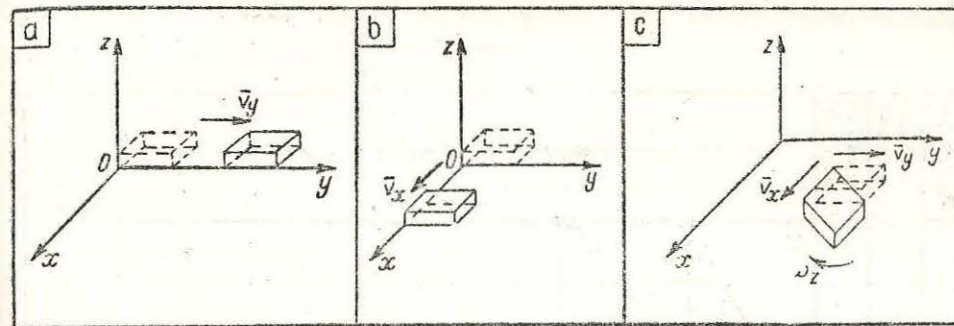


Fig. 2.8. Libertățile de mișcare ale elementului liber pe plan:

a - translație în lungul axei Oy; b - translație în lungul axei Ox; c - mișcare plană.

— o cuplă poate introduce maximum cinci restricții de mișcare, și anume: trei rotații (3R) și două translații (2T). Rezultă $m_{max} = 5$ restricții: (3R+2T) — cuplă de translație sau (2R+3T) — cuplă de rotație;

— un element cinematic cu două libertăți de translație 2T descrie o mișcare plană și, în mod implicit, are și o mișcare de rotație R. Deci, două translații asociază obligatoriu și o rotație când elementul este liber pe plan (2T → R) (fig. 2.8, c).

Folosindu-se notația simbolică c_m^{RT} , se pot distinge următoarele tipuri de cuple cinematice:

— cuple de clasa I ($m=1, l=5, c_1$): c_1^{32} (fig. 2.9, a). Cupla c_1^{23} nu este posibilă deoarece contactul dintre corpuri suprimă translația după normala comună;

— cuple de clasa a II-a ($m=2, l=4, c_2$): c_2^{31} (fig. 2.9, b), c_2^{22} (fig. 2.9, c).

Cupla c_2^{13} nu are sens ca și în cazul precedent;

— cuple de clasa a III-a ($m=3, l=3, c_3$): c_3^{30} (fig. 2.9, d), c_3^{21} (fig. 2.9, e), c_3^{12} (fig. 2.9, f). Cupla c_3^{03} este imposibilă deoarece un corp liber pe plan nu poate avea trei translații;

— cuple de clasa a IV-a ($m=4, l=2, c_4$): c_4^{20} (fig. 2.9, g), c_4^{11} (fig. 2.9, h).

Cupla c_4^{02} nu poate exista deoarece un element cinematic cu două libertăți de translație are implicit și o libertate de rotație când este liber pe plan;

— cuple de clasa a V-a ($m=5, l=1, c_5$): c_5^{10} (fig. 2.9, i), c_5^{01} (fig. 2.9, j), c_5^{11} (fig. 2.9, k). Ultima cuplă (c_5^{11}) are două libertăți de mișcare (rotație și translație) dependente una de alta. Acesta este cazul cuplei elicoidale (cupla șurub) formată dintr-un șurub și piulița sa, la care, între viteza unghiului ω , viteza liniară v și pasul p există relația:

$$\omega = \frac{2\pi}{p} v \text{ sau } v = \frac{p\omega}{2\pi},$$

Analizând relația se observă că pentru $p=\infty$ rezultă $\omega=0$ și $v \neq 0$ (cupla de translație), respectiv pentru $p=0$ se obține $v=0$, $\omega \neq 0$ (cupla de rotație).

Clasa cuplei	Nr condițiilor de legătură	Nr-gradelor de libertate	Tipul cuplei cinematice					
I	1	5	a					
II	2	4	b		c			
III	3	3	d		e		f	
IV	4	2	g		h			
V	5	1	i		j		k	

Fig. 2.9. Tipuri de cuple cinematice.

Cuplele cinematice se reprezintă grafic prin semne convenționale (conform STAS 1543-75) din care s-a extras tabelul 2.2.

TABELUL 2.2

Nr crt	Denumirea	Reprezentarea convențională
1	Cupla de clasa a I-a	
	a - articulația simplă	
	b - cupla de translație	
	c - cupla șurub	
2	Cupla de clasa a IV-a	
	a - cupla inferioară (cilindrică)	
	b - cupla superioară	
	c - cupla sferică cu deget	

2.2.2. STABILIREA CLASEI CUPLEI CINEMATICE

Pentru stabilirea clasei unei cuple cinematice, se procedează în felul următor:

— se fixează unul din elementele cuplei;

— se atașează celuilalt element un sistem triortogonal de axe $Oxyz$ și se studiază posibilitățile de mișcare ce se înscriu într-un tabel având rubricile conform tabelului 2.3.

TABELUL 2.3
Analiza mișcărilor cuplelor

Mișcări \ Axe	Ox	Oy	Oz
rotație			
translație			

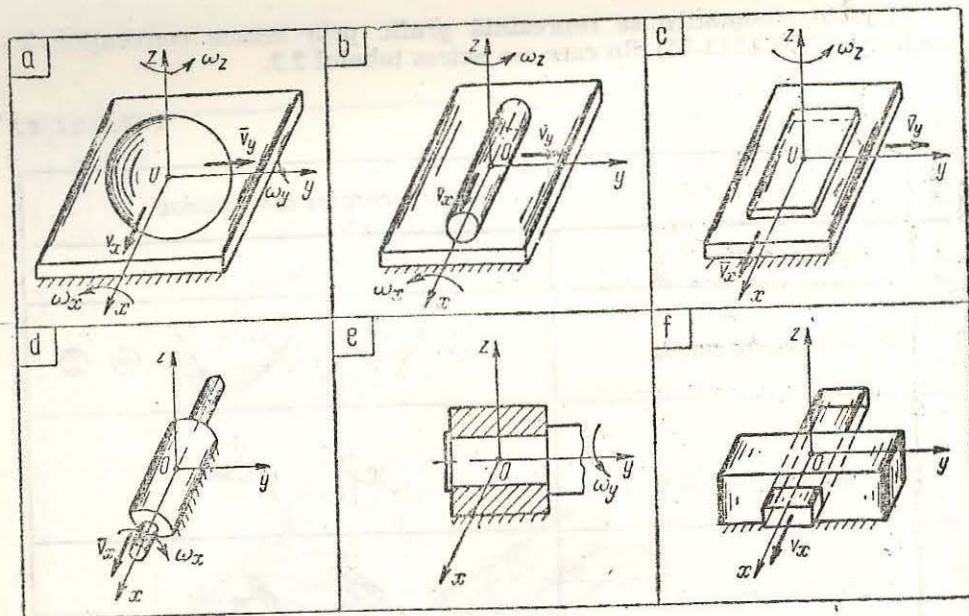


Fig. 2.10. Exemple de cuple cinematice:

a — sferă pe plan; b — cilindru pe plan; c — paralelipiped pe plan; d — cilindru în cilindru; e — fus în lagăr; f — paralelipiped în paralelipiped.

Exemplul 2.1. Să se studieze cuplele cinematice din figura 2.10.

Rezolvare

a) Sferă pe plan — fig. 2.10, a — (tab. 2.4, a): cuplă de clasa I ($m=1, l=5, c_1^{32}$) spațială, deschisă, superioară, nereversibilă. b) Cilindru pe plan — fig. 2.10, b — (tab. 2.4, b): cuplă de clasa a II-a ($m=2, l=4, c_2^{22}$) spațială, deschisă, superioară, nereversibilă. c) Paralelipiped pe plan — fig. 2.10, c — (tab. 2.4, c): cuplă de clasa a III-a ($m=3, l=3, c_3^{12}$) spațială, deschisă, inferioară, nereversibilă. d) Cilindru în cilindru — fig. 2.10, d — (tab. 2.4, d): cuplă de clasa a IV-a ($m=4, l=2, c_4^{11}$) plană, deschisă, inferioară, reversibilă. e) Fus în lagăr — fig. 2.10, e — (tab. 2.4, e): cuplă de clasa a V-a ($m=5, l=1, c_5^{10}$) plană, deschisă, inferioară, reversibilă. f) Paralelipiped în paralelipiped — fig. 2.10, f — (tab. 2.4, f): cuplă de clasa a V-a ($m=5, l=1, c_5^{01}$) plană, deschisă, inferioară, reversibilă.

TABELUL 2.4, a

Miscări	Axe	O_x	O_y	O_z
Rotație		1	1	1
Translație		1	1	—

TABELUL 2.4, d

Miscări	Axe	O_x	O_y	O_z
Rotație		1	—	—
Translație		1	—	—

TABELUL 2.4, b

Miscări	Axe	O_x	O_y	O_z
Rotație		1	—	1
Translație		1	1	—

TABELUL 2.4, e

Miscări	Axe	O_x	O_y	O_z
Rotație		—	1	—
Translație		—	—	—

TABELUL 2.4, c

Miscări	Axe	O_x	O_y	O_z
Rotație		—	—	1
Translație		1	1	—

TABELUL 2.4, f

Miscări	Axe	O_x	O_y	O_z
Rotație		—	—	—
Translație		1	—	—

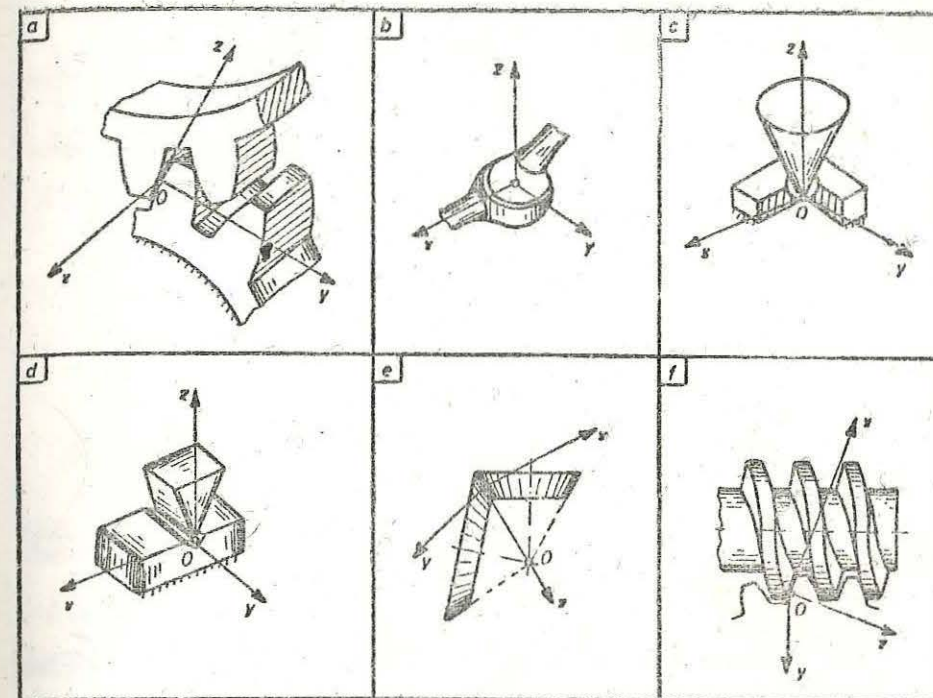


Fig. 2.11. Exemple de cuple cinematice:

a — angrenaj cilindric; b — articulația cutiei de viteze la automobile; c — con sprijinit cu virful de plan; d — prismă triunghiulară rezemată cu muchia sa pe muchia unui canal în V; e — angrenaj conic; f — șurub meci-roată melcată.

VERIFICAREA CUNOȘTINTELOR

1. Ce diferență este între un element cinematic mobil și un element-bază?
2. Să se analizeze cuplele cinematice din figura 2.11.
3. Identificați cuplele cinematice existente la o mașină din atelierul-școală.

3

LANȚURI CINEMATICE. MECANISME

3.1. LANȚURI CINEMATICE

Lanțurile cinematice reprezintă sisteme formate din elemente cinematice de diferite ranguri, legate între ele în mod continuu prin cuple cinematice de diferite clase. Întrucât toate elementele lanțurilor sînt mobile,

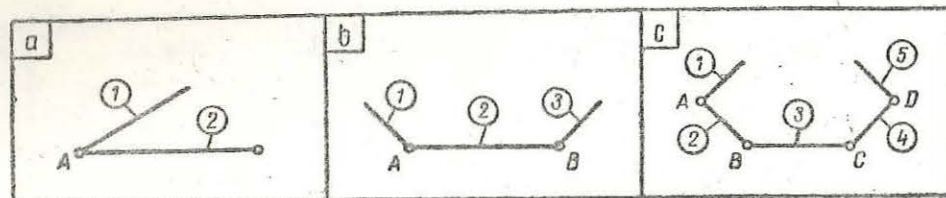


Fig. 3.1. Lanțuri cinematice simple:
1, 6 — element de rang $j=1$; 2, 4 — elemente de rang $j=2$.

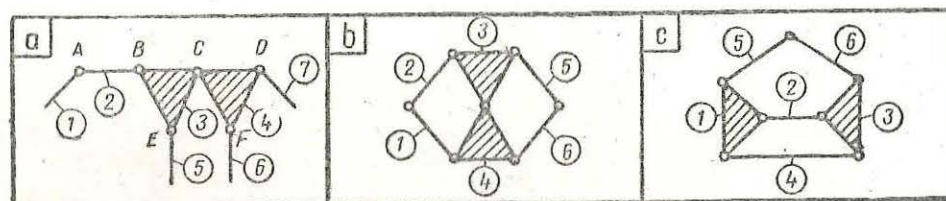


Fig. 3.2. Lanțuri cinematice complexe.

acestea pot fi folosite în tehnică numai dacă li se fixează unul din elementele componente.

Clasificarea lanțurilor cinematice se poate face după trei criterii: rangul elementelor componente, forma lanțului și felul mișcării elementelor.

După rangul elementelor cinematice componente, se deosebesc:

— lanțuri cinematice simple, constituite din elemente de rang $j \leq 2$ (cele de rang $j=1$ sînt elemente situate la extremitatea lanțului, iar cele de rang $j=2$ sînt interioare — fig. 3.1);

— lanțuri cinematice complexe, care au în componența lor cel puțin un element de rang $j \geq 3$ (fig. 3.2, a). Dintre aceste lanțuri, o utilizare foarte largă în tehnică o au lanțurile Watt (fig. 3.2, b) și Stephenson (fig. 3.2, c).

După forma lanțurilor cinematice, se deosebesc:

— lanțuri cinematice deschise, care cuprind elemente de rang minim $j_{\min}=1$ (fig. 3.1 și 3.2, a);

— lanțuri cinematice închise, formate din elemente cu rang minim $j_{\min}=2$ (fig. 3.2, b, c).

După felul mișcării elementelor, se întîlnesc:

— lanțuri cinematice plane, ale căror elemente componente au mișcări în planul lor sau în plane paralele;

— lanțuri cinematice spațiale, la care cel puțin un element are o mișcare într-un plan diferit de cel al celorlalte.

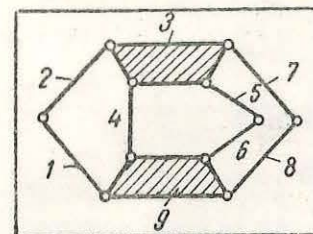


Fig. 3.3. Lanț cinematic cu nouă elemente.

Exemplul 3.1. Să se analizeze structural lanțul cinematic cu nouă elemente (fig. 3.3).

Rezolvare. Se întocmește tabelul de date (tab. 3.1)

Analiza structurală a lanțului cinematic cu nouă elemente

Elementul cinematic	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rangul j	2	2	4	2	2	2	2	2	4

Rezultă că lanțul este complex (are elemente de rang $j > 3$) și închis (rangul minim $j_{\min}=2$).

3.2. FORMULA STRUCTURALĂ A LANȚURILOR CINEMATICE PLANE

Prin grad de libertate al unui lanț cinematic se înțelege numărul parametrilor scalari independenți, care definesc univoc pozițiile tuturor elementelor componente în raport cu unul din elementele lanțului.

Mecanismele plane au în structura lor numai cuple de clasa a patra (c_4) și cuple de clasa a cincea (c_5). Știind că:

— un element liber în plan are trei grade de libertate, e elemente avînd $3e$ grade de libertate;

— o cuplă de clasa a patra (c_4) suprimă elementului o libertate de mișcare ($1 \cdot c_4$), iar o cuplă de clasa a cincea (c_5), două libertăți de mișcare ($2 \cdot c_5$), atunci gradul de libertate L_3 al lanțurilor cinematice plane va fi:

$$L_3 = 3e - 2c_5 - c_4, \quad (3.1)$$

prin c_4 și c_5 înțelegîndu-se numărul cuplelor din clasele respective.

Relația (3.1) reprezintă formula structurală a lanțurilor cinematice plane.

3.3. LANȚURI CINEMATICE DESMODROME (DETERMINATE) SAU NEDESMODROME (NEDETERMINATE)

3.3.1. LANȚUL DESMODROM

Lanțul desmodrom (fig. 3.4) este lanțul la care, pentru o poziție dată unuia (sau unora) din elemente, numit conducător (sau conducătoare), în raport cu un element al lanțului considerat fix, celelalte elemente ocupă

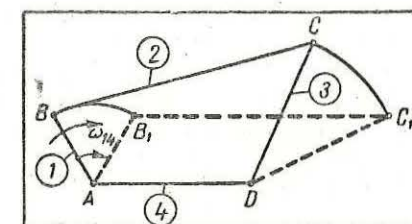


Fig. 3.4. Lanț cinematic desmodrom.

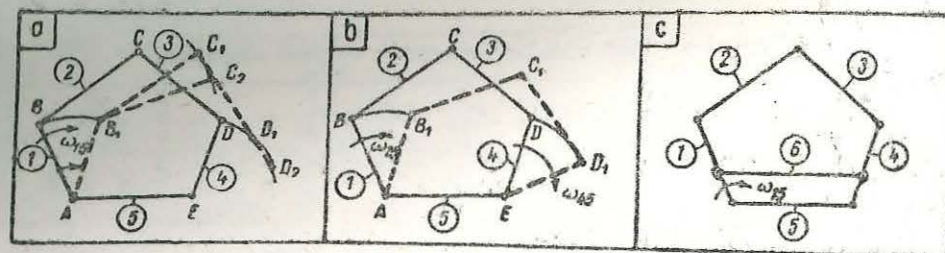


Fig. 3.5. Lanț cinematic nedesmodrom:

a — lanț pentalater nedesmodrom; b — lanț pentalater desmodrom cu două elemente conducătoare; c — lanț pentalater desmodrom cu elementul cinematic de legătură 6 transformat în lanț Stephenson cu șase elemente.

poziții bine (univoc) determinate. Astfel, dacă se imprimă o mișcare de rotație elementului 1 în raport cu elementul 4 presupus fix, atunci elementele 2 și 3 vor ocupa poziții perfect determinate în raport cu același element 4, pentru orice deplasare a elementului 1. Rezultă că desmodromia unui astfel de lanț depinde de un singur parametru cinematic. Pozițiile celorlalte două elemente (2 și 3) depinde de poziția articulației C care, în orice moment, trebuie să se găsească la distanțe constante de articulațiile B și D.

3.3.2. LANȚUL NEDESMODROM

Lanțul nedesmodrom este lanțul la care, pentru o poziție dată unui element considerat conducător în raport cu un element presupus fix, celelalte elemente au poziții nedeterminate. În figura 3.5, a este reprezentat lanțul cinematic simplu închis cu cinci elemente (lanțul pentalater) care se încadrează în această categorie.

Pentru o mișcare de rotație imprimată elementului 1 în raport cu elementul 5 presupus fix, elementul 2 poate ocupa o infinitate de poziții $B_1C_1, B_1C_2, \dots$, deoarece articulația C, la rîndul ei, poate ocupa orice poziție pe arc de cerc de rază BC cu centrul în B_1 . De asemenea articulația D se poate găsi în orice punct de pe arc de cerc de rază ED. Nedesmodromia se ridică fie dacă se imprimă o mișcare de rotație independentă și simultană elementului 4 (fig. 3.5, b), fie dacă se mai adaugă un element de legătură 6 între elementele 1 și 4 (fig. 3.4, c), lanțul devenind lanț Stephenson cu șase elemente.

3.4. MECANISME

Mecanismele sînt lanțuri cinematice desmodrome cu un element fix (sau considerat fix) al căror grad de mobilitate este egal cu numărul elementelor conducătoare.

Mecanismele-motor se definesc a fi mecanismele cărora li se precizează elementul conducător (sau elementele conducătoare). Prin urmare, dintr-un lanț cinematic rezultă, prin operația de fixare a unui element, atîtea mecanisme distincte cîte elemente neidentice structural are lanțul, iar dintr-un mecanism se obțin mai multe mecanisme-motor în funcție de

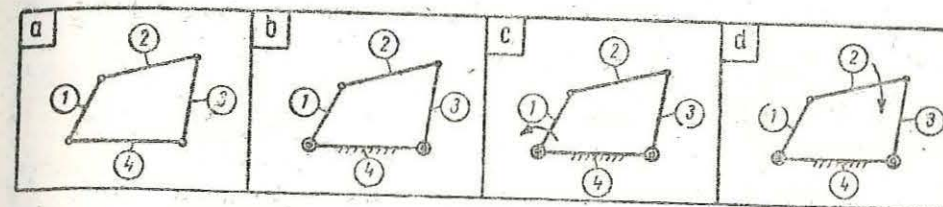


Fig. 3.6. Mecanisme motor rezultate din lanțul patrulater:

a — lanț patrulater; b — mecanism patrulater; c — mecanism-motor patrulater avînd element conducător manivela 1; d — mecanism-motor patrulater avînd element conducător biela 2.

elementul care devine conducător (sau elementele care devin conducătoare). De exemplu (fig. 3.6), din lanțul patrulater, prin fixarea elementului 4 se obține un mecanism, iar prin precizarea elementelor 1 sau 2 ca fiind conducătoare se obțin două mecanisme-motor. Cea mai mare utilitate practică o are mecanismul-motor la care elementul conducător este legat la bază.

Mecanismele pot fi formate atît din lanțuri cinematice deschise (exemplu: roboții industriali), cît și din cele închise (exemplu: transmisiile mecanice).

Prin grad de mobilitate al unui mecanism se înțelege numărul posibilităților sale de mișcare sau al gradelor de libertate al elementelor mobile în raport cu elementul fix. Pentru a se determina gradul de mobilitate M_3 al mecanismelor plane se pornește de la observația că, prin fixarea unui element cinematic al lanțului, se mai suprimă trei grade de libertate. Deci:

$$M_3 = L_3 - 3 = 3e - 2c_5 - c_4 - 3 = 3(e-1) - 2c_5 - c_4.$$

Introducînd notația

$$n = e - 1,$$

unde n reprezintă numărul elementelor cinematice mobile ale lanțului, se obține expresia gradului de mobilitate al mecanismelor plane (formula Grübler-Cebîșev):

$$M_3 = 3n - 2c_5 - c_4 \quad (3.2)$$

Se menționează că, în tehnică, numărul cel mai mare de mecanisme plane îl reprezintă mecanismele cu un singur grad de mobilitate ($M_3=1$).

Determinarea gradului de mobilitate al mecanismului este o operație obligatorie deoarece valoarea sa arată dacă mecanismul funcționează ($M>0$) sau nu ($M\leq 0$) și indică numărul elementelor conducătoare necesare îndeplinirii condiției de desmodromie.

VERIFICAREA CUNOȘTINȚELOR

1. Definiți și clasificați lanțurile cinematice. Imaginați lanțuri cinematice din fiecare clasificare.
2. Să se analizeze structural lanțul mecanismului semaforului mecanic și lanțul mecanismului de frînare manuală la vagoane, reprezentate în figura 3.7.
3. Definiți gradul de mobilitate al lanțului cinematic și stabiliți relația cu care se determină.

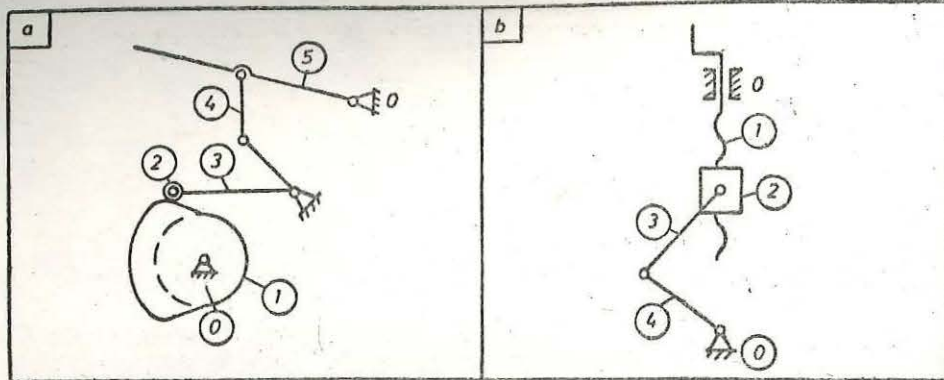


Fig. 3.7. Mecanisme plane diverse:

a — mecanismul semaforului mecanic; b — mecanismul de frinare manuală la vagoane.

4. Definiți mecanismul, mecanismul-motor, gradul de mobilitate și demonstrați relația cu care se calculează gradul de mobilitate.
5. Precizați ce informații sînt oferite de cunoașterea gradului de mobilitate al unui mecanism.

4

ECHIVALAREA CUPLELOR CINEMATICE SUPERIOARE LA MECANISMELE PLANE. DETERMINAREA FAMILIEI ȘI A GRADULUI DE MOBILITATE AL UNUI MECANISM PLAN

Pentru determinarea familiei și a gradului de mobilitate al mecanismelor plane este necesar ca, în prealabil, dacă este cazul, să se echivaleze cuplele cinematice superioare (culele de clasa a IV-a) prin elemente cinematice și cuple de clasa a V-a, să se elimine elementele cinematice pasive sau cu mișcare de prisos, precum și cuplele pasive și să se precizeze numărul articulațiilor distincte.

4.1. ECHIVALAREA CUPLELOR CINEMATICE SUPERIOARE LA MECANISMELE PLANE

Studiul structural și cinematic al mecanismelor plane este posibil dacă se unifică schemele lor cinematice prin înlocuirea cuplelor superioare de clasa a IV-a prin lanțuri cinematice echivalente formate din elemente cinematice și cuple de clasa a V-a. Mecanismele rezultate în urma operației de echivalare a cuplelor superioare se numesc *mecanisme echivalente* cu

cuple inferioare. Echivalentul cuplelor superioare trebuie să îndeplinească trei condiții:

- gradul de mobilitate al mecanismului rezultat prin echivalare (M_{3e}) să nu se modifice ($M_{3e}=M_3$);
- legea de mișcare a elementului condus să rămână neschimbată;
- echivalența mecanismului rezultat cu cel inițial să fie valabilă în tot timpul ciclului cinematic.

Pentru realizarea primei condiții se pornește de la formula gradului de mobilitate a mecanismelor plane ($M_3=3n-2c_5-c_4$) la care cupla superioară c_4 se înlocuiește prin adăugarea a n_e elemente cinematice și a c_{5e} cuple cinematice. În acest fel relația gradului de mobilitate a mecanismelor echivalente devine $M_{3e}=3(n+n_e)-2(c_5+c_{5e})$. Din condiția $M_{3e}=M_3$ se deduce

$$3(n+n_e)-2(c_5+c_{5e})=3n-2c_5-c_4,$$

adică

$$3n_e-2c_{5e}+c_4=0, \text{ de unde}$$

$$c_{5e}=\frac{3n_e+c_4}{2}.$$

Pentru $c_4=1$, relația anterioară devine:

$$c_{5e}=\frac{3n_e+1}{2} \quad (4.1)$$

S-a obținut astfel o ecuație diofantică (cu coeficienți întregi și rezolvabilă numai în numere întregi și pozitive). Luind $n_e=1$, rezultă $c_{5e}=2$, adică „o cuplă de clasa a IV-a este echivalentă din punct de vedere structural cu un element cinematic și două cuple de clasa a V-a (element cinematic binar)“.

Prin urmare, la mecanismele plane, o cuplă cinematică superioară de clasa a IV-a se poate înlocui printr-un element cu două cuple de rotație (fig. 4.1, a) sau printr-un element cinematic cu o cuplă de rotație și alta de translație (fig. 4.1, b). Cea de-a doua soluție poate fi uneori simplificată, reducând la zero lungimea elementului cinematic prin suprapunerea cuplelor (fig. 4.1, c).

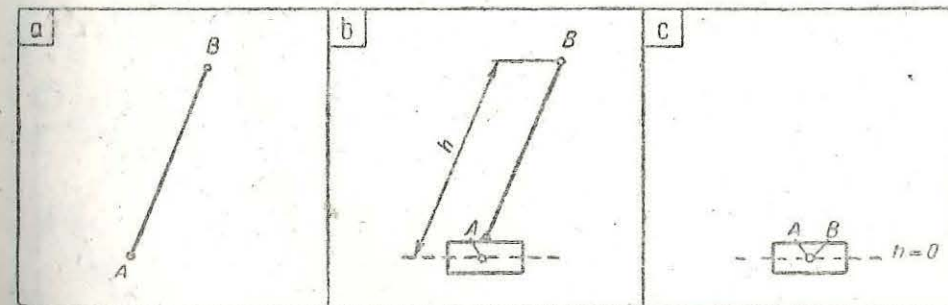


Fig. 4.1. Element cinematic binar înlocuitor al cuplei superioare:

a — element cu două cuple de rotație; b — element cu o cuplă de rotație și alta de translație; c — element de lungime nulă cu cuplele suprapuse.

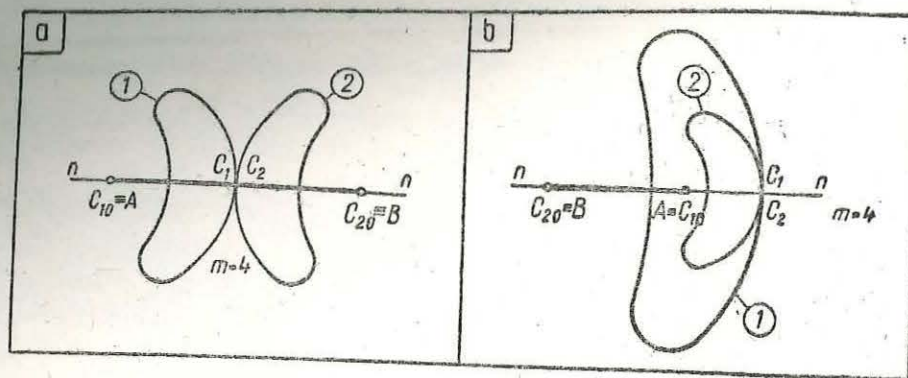


Fig. 4.2. Poziția elementului cinematic înlocuitor și a cuplelor sale când profilurile au raze de curbura finite.

Varianta elementului cinematic cu două cuple de translație nu poate fi luată în considerație deoarece mecanismul se blochează.

Poziția elementului cinematic binar înlocuitor AB coincide cu normala comună n celor două profiluri în contact ale cuplei de clasa a IV-a, iar poziția cuplelor cinematice înlocuitoare coincide cu centrele de curbura C_{10} , C_{20} ale profilurilor corespunzătoare în momentul considerat al mișcării (fig. 4.2).

Înlocuirea mecanismului plan cu mecanismul echivalent are loc în tot timpul ciclului cinematic numai dacă razele de curbura ale celor două profiluri în contact ale cuplei cinematice de clasa a IV-a sînt constante. Această condiție este îndeplinită de arcele de cercuri sau de arcele de cerc și linia dreaptă.

Dacă razele de curbura ale celor două profiluri în contact sînt variabile în timpul ciclului cinematic, echivalarea este valabilă din punct de vedere geometric numai pentru poziția considerată.

Exemplul 4.1. Să se echivaleze cupla cinematică superioară la mecanismul cu came circulare din figura 4.3, a și la angrenajul cilindric din figura 4.3, b.

Rezolvare

Mecanismul cu camă. Cupla superioară C ($m=4$) se înlocuiește cu un element cinematic binar $AB=R_1+R_2$ și două cuple de rotație A și B amplasate în centrele de curbura C_{10} , respectiv C_{20} , ale celor două profiluri în contact. Se obține meca-

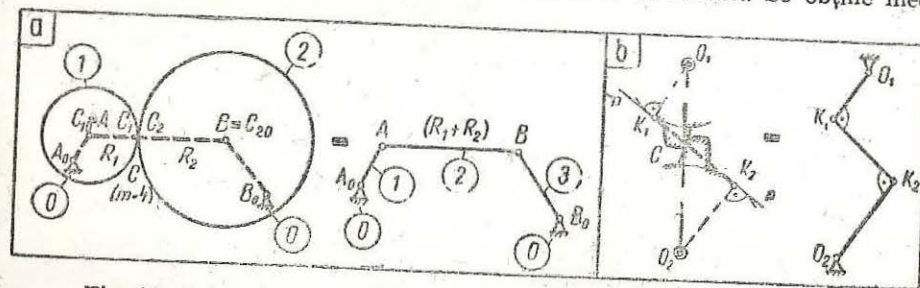


Fig. 4.3. Determinarea mecanismului echivalent cu cuple inferioare: a — mecanism cu came circulare; b — mecanism cu roți dințate.

nismul patrulater ca mecanism echivalent, operația de echivalare avînd loc tot timpul ciclului cinematic, deoarece razele de curbura R_1 și R_2 sînt constante.

Angrenajul cilindric. Deoarece profilurile celor doi dinți în contact sînt evolvente, centrele lor de curbura K_1 și K_2 se găsesc la picioarele perpendicularelor coborîte din centrele roților O_1 , O_2 pe normala comună n (linia de angrenare a celor două profiluri în contact). Cupla superioară C ($m=4$) se înlocuiește cu elementul cinematic K_1K_2 avînd două cuple de rotație amplasate în centrele de curbura. Mecanismul echivalent este mecanismul antipatrulater, iar echivalarea are loc în tot timpul ciclului cinematic deoarece razele cercurilor de bază (R_1 , R_2) sînt constante și, drept consecință, punctele K_1 și K_2 sînt fixe.

În tehnică, se mai pot întîlni următoarele cazuri particulare:

Raza de curbura a unuia din profilurile în contact este infinită (cazul profilului liniar — fig. 4.4, a). În această situație, elementul cinematic înlocuitor (fig. 4.4, b) are o cuplă de rotație A amplasată în centrul de curbura finit C_{10} și o cuplă de translație B pe direcția profilului liniar (deoarece mișcarea de rotație în jurul unui punct aflat la infinit este echivalentă cu o mișcare de translație).

Exemplul 4.2. Să se echivaleze cupla superioară dintre camă și tachtet plan plat la mecanismul din figura 4.5, a.

Rezolvare. Elementul cinematic înlocuitor are o cuplă de rotație A amplasată în centrul de curbura finit C_{10} și o cuplă de translație B_2 pe direcția tachtetului (fig. 4.5, b, c). Lungimea elementului binar $AB_2=R_1$ se poate anula suprapunînd ghidajul cuplei de translație peste cupla de rotație. Mecanismul echivalent este mecanismul manivelă-culîșă translantă, iar echivalarea are loc în tot timpul ciclului cinematic.

Una din curbele profilurilor se reduce la un punct (fig. 4.6). Într-o asemenea situație centrul de curbura este identic cu punctul respectiv.

Exemplul 4.3. Să se echivaleze cupla cinematică superioară B ($m=4$) la mecanismul cu camă rotativă și tachtet translant cu vîrf din figura 4.7, a.

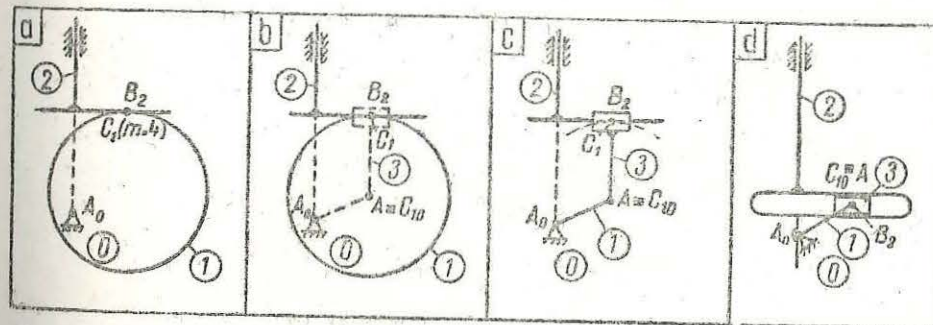


Fig. 4.5. Determinarea mecanismului echivalent cu cuple inferioare în cazul mecanismului cu camă circulară și tachtet translant plat.

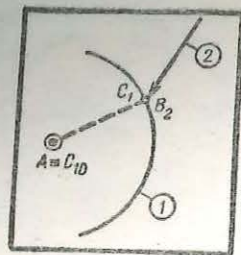


Fig. 4.6. Poziția elementului cinematic înlocuitor și a cuplelor sale când una din curbele profilurilor se reduce la un punct.

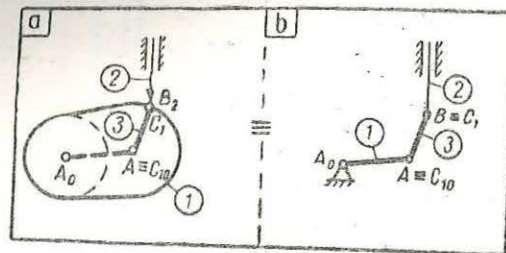


Fig. 4.7. Determinarea mecanismului echivalent cuple inferioare în cazul mecanismului cu camă rotativă și tachtet translat cu vîrf.

Rezolvare. Cupla cinematică superioară B ($m=4$) se înlocuiește cu un element AB și două cuple de rotație (fig. 4.7, b). Cupla A este amplasată în centrul de curbură instantaneu C_{10} , iar cupla B în punctul C_1 în contact dintre camă și tachtet ($B \equiv C_1$). Mecanismul echivalent este mecanismul manivelă-glisieră iar echivalarea realizează aceeași lege de mișcare numai pentru poziția considerată.

Una din curbele profilurilor în contact este o linie dreaptă iar cealaltă un punct (fig. 4.8). Cele două cuple ale elementului cinematic înlocuitor se suprapun astfel încît elementul are lungimea nulă.

Exemplu 4.4. Să se echivaleze cupla cinematică superioară B ($m=4$) de la mecanismul cu camă translată și tachtet axial cu vîrf (fig. 4.9, a).

Rezolvare. Procedînd conform metodologiei prezentate anterior se obține, ca mecanism înlocuitor, mecanismul glisieră-culisă translată (fig. 4.9, b).

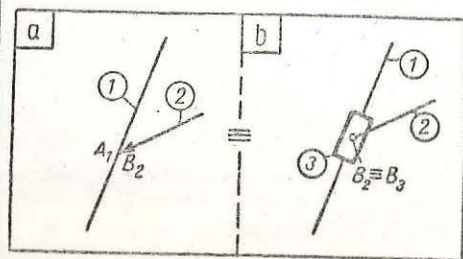


Fig. 4.8. Poziția elementului cinematic înlocuitor și a cuplelor sale când una din curbele profilurilor este o linie dreaptă, iar cealaltă un punct.

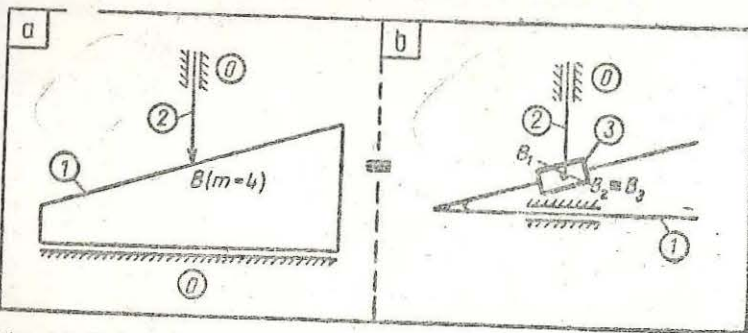


Fig. 4.9. Determinarea mecanismului echivalent cu cuple inferioare în cazul mecanismului cu camă translată și tachtet axial cu vîrf.

4.2. ELIMINAREA ELEMENTELOR CINEMATICE PASIVE SAU CU MIȘCARE DE PRISOS ȘI A CUPLELOR PASIVE

Elementele cinematice pasive îndeplinesc un triplu rol: consolidează mecanismul, ușurează trecerea prin pozițiile externe și evită rigidizarea (blocarea) sa temporară sau inversarea mișcării. Ele nu introduc condiții noi de legătură prin cuplele lor cinematice. De exemplu, în figura 4.10 elementul CD este pasiv atît la mecanismul patrulater consolidat (fig. 4.10, a) unde este paralel cu biela, cît și ca bielă de cuplare la locomotive (fig. 4.10, b), unde leagă două perechi de roți motoare.

La stabilirea gradului de mobilitate al unui mecanism, elementele cinematice pasive împreună cu cuplele aferente se exclud din calcul.

Exemplul 4.5. Pentru mecanismul paralelogram consolidat din figura 4.10, a, aplicarea relației (3.2) pentru $n=4$ și $c_3=6$ conduce la rezultatul:

$$M_3 = 3n - 2c_3 - c_4 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 - 0 = 0,$$

ceea ce ar însemna că sistemul respectiv este rigid (nu funcționează). În realitate însă, mecanismul respectiv funcționează avînd o mișcare determinată pentru un singur element conducător. Eliminînd elementul cinematic pasiv 4 împreună cu cuplele sale C, D și recalculînd gradul de mobilitate al mecanismului (de data aceasta pentru $n=3$ și $c_3=4$), se obține $M_3 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1$, ceea ce corespunde cu realitatea.

Elementele cu mișcare de prisos sînt rolele. Ele sînt introduse în construcția mecanismelor pentru a micșora frecarea prin înlocuirea frecării cu alunecare cu frecarea cu rostogolire. Astfel, la mecanismul cu camă din figura 4.11, a, rola 3 se poate roti în jurul axei sale fără a influența caracterul mișcării mecanismului.

Din punct de vedere cinematic, rola poate fi îndepărtată sau rigidizată (fig. 4.11, b) fără a se perturba caracterul mișcării. La determinarea mobilității mecanismelor, elementul cu mișcare de prisos (rola) și cupla sa de rotație se exclud din calcul.

Exemplul 4.6. Pentru mecanismul reprezentat în figura 4.11, a, în cazul cînd se ține seama de prezența rolei, se obține gradul de mobilitate aparent:

$$M_3 = 3n - 2c_3 - c_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 1 = 2 \text{ (un grad atribuit camei 1 și altul rolei 3).}$$

Prin eliminarea elementului cu mișcare de prisos (rola) se deduce gradul de mobilitate real $M_3 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 1$.

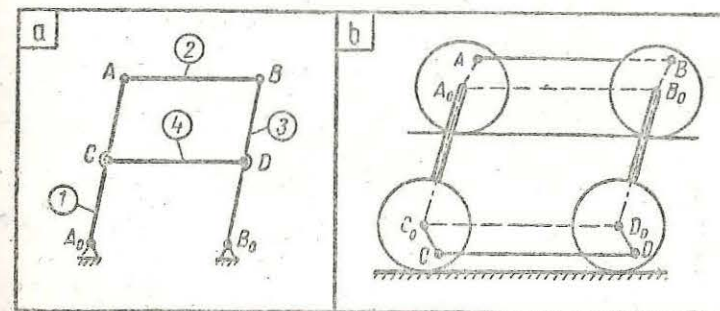


Fig. 4.10. Elemente cinematice pasive:

a — mecanism patrulater consolidat; b — mecanism patrulater cu bielă de cuplare.

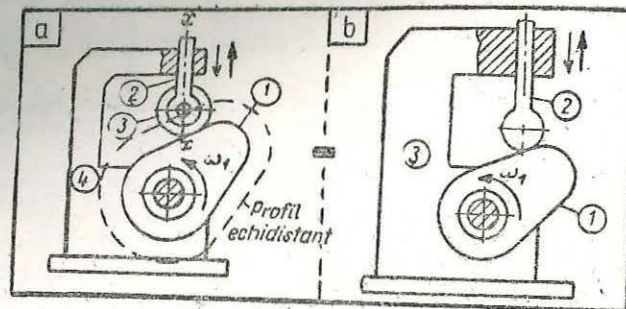


Fig. 4.11. Elemente cinematice cu mișcare de prisos (role):
a — mecanism cu camă rotativă și tachet translant cu rolă;
b — rola rigidizată.

Cuplele cinematice pasive sînt cuplele care nu introduc condiții suplimentare de legătură față de cuplele existente. Prezența lor este impusă de necesitatea consolidării construcției. De exemplu, unul din cele două lagăre (A, B) ale arborelui din figura 4.12, a este o cuplă pasivă, după cum tot o cuplă pasivă este una din cuplele D sau E la mecanismul șeping din figura 4.12, b sau două dintre cuplele A, A', B, B' la mecanismul cardanic din figura 4.12, c.

La stabilirea gradului de mobilitate al unui mecanism, cuplele pasive se exclud din calcul.

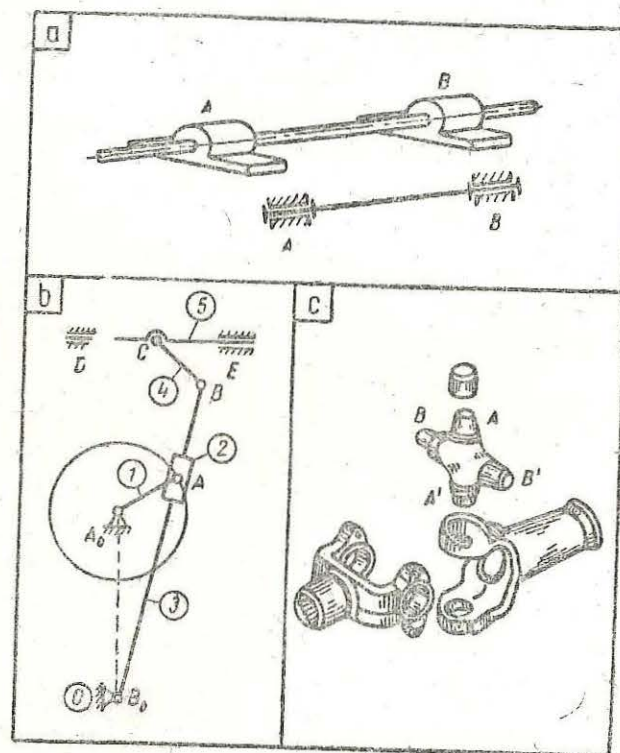


Fig. 4.12. Cuple cinematice pasive:
a — arbore cu două lagăre; b — mecanism șeping; c — mecanism cardanic.

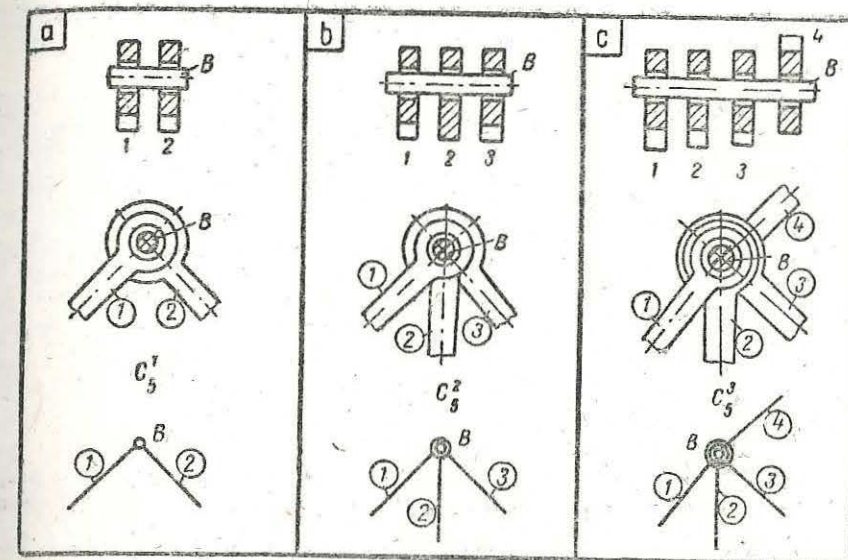


Fig. 4.13. Articulații multiple:

a — articulație simplă; b — articulație dublă; c — articulație triplă.

Exemplul 4.7. Aplicînd mecanismul șeping (fig. 4.12, b) relația gradului de mobilitate în ipoteza considerării tuturor cuplelor (inclusiv a cuplei pasive), se obține $M_3 = 3n - 2c_5 - c_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 8 - 0 = -1$, adică ar însemna că mecanismul nu funcționează. Eliminînd cupla pasivă, se deduce $M_3 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1$, rezultînd că mecanismul este desmodrom.

4.3. PRECIZAREA NUMĂRULUI ARTICULAȚIILOR SIMPLE ÎN CADRUL CELOR MULTIPLE

Articulațiile multiple se obțin atunci cînd pe același ax sînt montate mai mult de două elemente (fig. 4.13, b, c).

În acest caz se definește *ordinul de multiplicitate p* al multicuplei $p = i - 1$ (unde i este numărul elementelor cinematice concurente în axul articulației). O multicuplă cinematică este echivalentă în calculul gradului de mobilitate al mecanismului cu un număr de cuple simple egal cu ordinul său de multiplicitate p .

Exemplul 4.8. Dacă la mecanismul cu bare al preseii de ștanțat fin (fig. 4.14) nu s-ar ține seama de faptul că cupla B este multiplă (dublă) s-ar obține mobilitatea aparentă:

$$M_3 = 3n - 2c_5 - c_4 = 3 \cdot 8 - 2 \cdot 10 - 1 = 3.$$

În realitate, mecanismul are gradul de mobilitate:

$$M_3 = 3 \cdot 8 - 2 \cdot 11 - 1 = 1.$$

Elementul conducător este roata dințată 1.

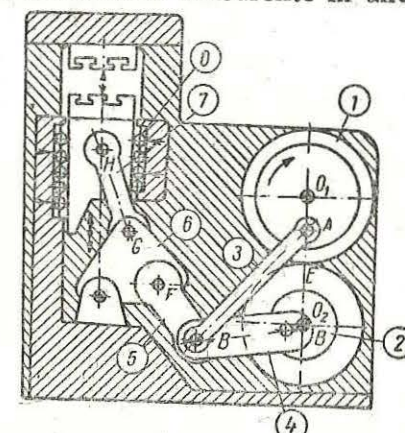


Fig. 4.14. Mecanismul preseii de ștanțat fin.

4.4. DETERMINAREA FAMILIEI ȘI A GRADULUI DE MOBILITATE AL UNUI MECANISM PLAN

Prin *familia* f a unui mecanism plan se înțelege numărul de restricții suplimentare impuse mișcărilor tuturor elementelor cinematice, necesitate de montajul lor. Astfel, la mecanismele plane elementele cinematice au mișcări în același plan sau în plane paralele, caracteristică realizată de paralelismul axelor cuplelor de rotație și de perpendicularitatea pe aceste axe a planelor ghidajelor (liniare sau curbe) și a planelor cuplelor superioare. Această caracteristică este echivalentă cu suprimarea a $f=3$ grade de libertate elementelor cinematice spațiale izolate. Prin urmare, *mecanismele plane fac parte din familia $f=3$* , familie care trebuie determinată. În acest scop se utilizează *metoda tabelară* care constă în înscrierea într-un tabel a tuturor mișcărilor independente pe care le au elementele cinematice raportate la un sistem triortogonal de axe de coordonate $Oxyz$. Familia este dată de numărul libertăților de mișcare care lipsesc în același timp tuturor elementelor cinematice ale mecanismului. Metoda tabelară se aplică după ce au fost echivalente cuplele cinematice superioare (dacă este cazul).

Exemplul 4.9. Să se determine familia mecanismului cu camă rotativă și tache translant cu rolă (fig. 4.15, a).

Rezolvare. Pentru determinarea familiei se echivalează mai întâi cupla superioară dintre camă și rolă cu un element binar având două cuple de rotație: cupla A amplasată în centrul de curbură instantaneu C_{10} al profilului camei la momentul considerat și cupla B amplasată în articulația rolei. S-a obținut mecanismul echivalent manivelă-glisieră, echivalarea având loc numai pentru poziția considerată. Se completează apoi tabelul mișcărilor independente ale elementelor cinematice 1, 4 și 2 (tab. 4.1), raportate la sistemul de axe $Oxyz$ atașat articulației fixe A .

Se observă că manivela A_0A (elementul 1) are o mișcare de rotație în jurul axei Ox , în timp ce biela AB (elementul 4) descrie o mișcare plană de rototranslație în planul Oyz (deci are două translații după axele Oy , Oz și o rotație în jurul axei Ox), iar glisiera 2 are o mișcare de translație în lungul axei Oz .

Libertățile de mișcare care lipsesc în același timp tuturor elementelor cinematice ale mecanismului sînt în număr de trei: ω_y , ω_z , v_x . Rezultă că mecanismul analizat este de familia $f=3$, adică este un mecanism plan.

Avînd cunoscută familia mecanismului, se trece la determinarea gradului de mobilitate al mecanismului cu relația Grubler-Cebîșev: $M_3=3n-2c_5-c_4$.

Această operație se execută după ce au fost eliminate atât elementele cinematice pasive cu mișcare de prisos cît și cuplele pasive și au fost identificate articulațiile multiple (dacă este cazul).

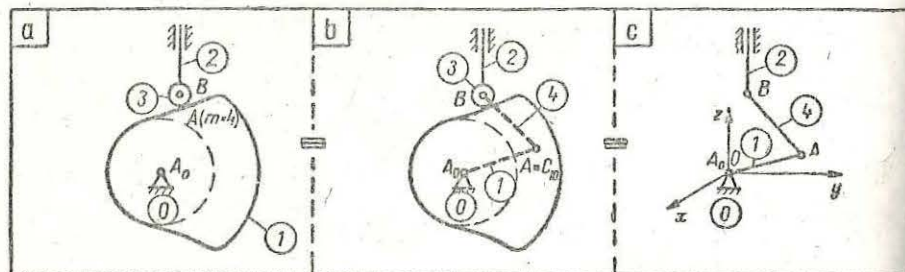


Fig. 4.15. Mecanism cu camă rotativă și tache translant cu rolă: a - schema cinematică; b - echivalarea cuplei cinematice superioare; c - mecanism echivalent cu cuple inferioare.

TABELUL 4.1

Mișcările independente ale elementelor cinematice care compun mecanismul echivalent

Elementul	Mișcarea	ω_x	ω_y	ω_z	v_x	v_y	v_z
1		x					
4		x				x	x
2							x

Mecanismul este de familia $f=3$.

VERIFICAREA CUNOȘTINTELOR

1. Care sînt operațiile premergătoare determinării familiei și gradului de mobilitate al mecanismelor plane?
2. Cu ce este echivalentă din punct de vedere structural o cuplă de clasa a IV-a? Indicați cele trei soluții posibile la mecanismele plane.
3. Care sînt regulile de echivalare ale unei cuple superioare la mecanismele plane în situațiile cînd profilurile în contact ale cuplei au raze de curbura constante? Dar dacă raza de curbura a unui profil este infinită sau profilul se reduce la un punct?
4. Indicați cum se calculează gradul de mobilitate al unui mecanism plan în situația cînd în structura sa intră elemente cinematice pasive, elemente cinematice cu mișcare de prisos, cuple cinematice pasive și articulații multiple.
5. Să se determine familia și gradul de mobilitate pentru mecanismele reprezentate în figura 4.16.

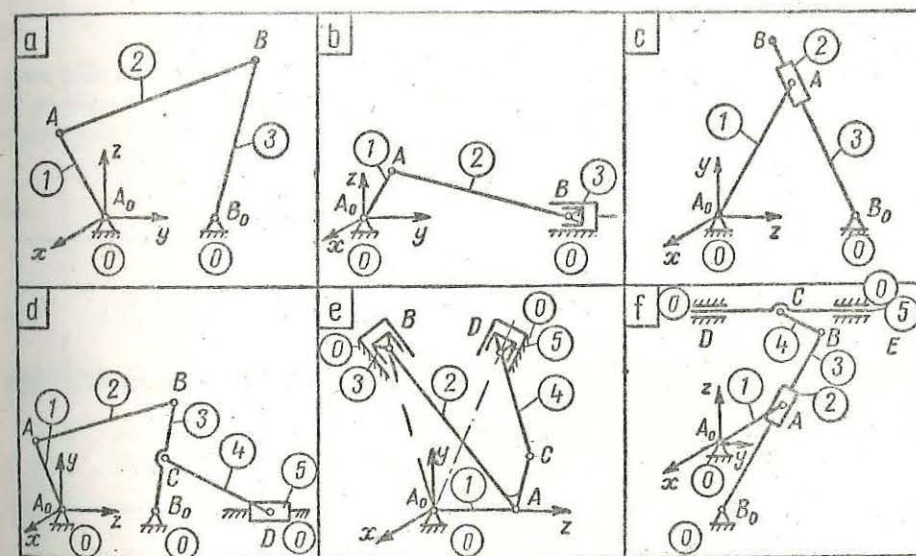


Fig. 4.16. Mecanisme plane cu bare:

a - mecanism patrulater; b - mecanism manivelă-piston; c - mecanism manivelă-cuilsă; d - mecanism transportor; e - mecanismul manivelă-piston al motorului în V; f - mecanism șeping.

**CLASIFICAREA MECANISMELOR PLANE ARTICULATE
PE BAZA GRUPELOR STRUCTURALE.
ALCĂTUIREA SCHEMELOR STRUCTURALE
PORNIND DE LA SCHEMELE CINEMATICE**

**5.1. CLASIFICAREA MECANISMELOR PLANE ARTICULATE
PE BAZA GRUPELOR STRUCTURALE**

5.1.1. GRUPELE STRUCTURALE

Studiul cinematic și cinetostatic al mecanismelor impune adoptarea unui sistem unitar de clasificare structurală a mecanismelor care apar în tehnică într-o mare varietate constructivă. O astfel de clasificare are la bază noțiunea de *grupă structurală* (denumită și *grupă Assur* — după numele celui care a propus această clasificare — *grupă cinematică sau grupă cinetostatică*).

Prin grupă structurală se înțelege o combinație de elemente și cuple cinematice formând lanțuri deschise cu grad de mobilitate nul care, adăugate sau scoase dintr-un mecanism, nu-i modifică gradul de mobilitate inițial. Pe această bază, orice mecanism poate fi format prin legarea succesivă la elementul conducător (sau elementele conducătoare) și la elementul-bază a unor grupe structurale.

În cazul mecanismelor plane (de familia $f=3$), gradul de mobilitate — după echivalarea grupelor cinematice superioare — se calculează cu relația:

$$M_{3s} = 3n - 2c_5 \quad (a)$$

Deoarece mobilitatea grupe structurale este nulă iar grupa este constituită din n_s elemente și c_{5s} cuple cinematice unificate de clasa a V-a, în urma introducerii sau scoaterii grupe din mecanism, relația (a) se poate scrie:

$$M_{3s} = 3(n \pm n_s) - 2(c_5 \pm c_{5s}) \quad (b)$$

Din egalarea relațiilor (a) și (b) rezultă:

$$3n_s - 2c_{5s} = 0 \quad (5.1)$$

expresie care reprezintă formula structurală a grupe cinematice. Din aceasta se obține:

$$c_{5s} = \frac{3}{2} n_s \quad (5.2)$$

Analizând relația (5.2), se observă că, pentru a se obține valori întregi pentru numărul cuplelor de clasa a V-a a grupe structurale c_{5s} , este necesar ca numărul de elemente cinematice al grupe n_s să ia valori pare (conform tab. 5.1).

TABELUL 5.1

Corelații numerice între numărul de cuple (c_{5s}) și numărul de elemente (n_s) ale grupe structurale

n_s	2	4	6.....
c_{5s}	3	6	9.....

Considerînd succesiv perechile de numere din tabel, rezultă diferite grupe structurale, după cum urmează:

- pentru $n_s=2$ elemente și $c_{5s}=3$ cuple se obține *diada*;
- pentru $n_s=4$ elemente și $c_{5s}=6$ cuple se formează *triada* și *tetrada*;
- pentru $n_s=6$ elemente și $c_{5s}=9$ cuple rezultă *triada dublă*, *tetrada complexă*, *pentada*, *hexada* etc.

Reprezentarea convențională a acestor grupe (conform STAS 1543-75) este redată în tabelul 5.2.

TABELUL 5.2

Nr crt	Denumirea	Reprezentarea convențională
1	<i>Diada</i> (clasa a II-a, ordinul 2)	
2	<i>a - Triada simplă fără și cu cuple de translație</i> (clasa a III-a, ordinul 3)	
	<i>b - Triada dublă, triplă</i> (clasa a III-a, ordinele 4 și 5)	
3	<i>Tetrade</i> (clasa a III-a, ordinele 2,3)	
4	<i>Pentade</i> (clasa a V-a, ordinele 3, 2)	
5	<i>Hexade</i> (clasa a VII-a, ordinul 3)	

Dintre aceste grupe structurale cea mai răspândită este diada.
La fiecare grupă structurală este necesar să se precizeze *clasa* și *ordinul* grupei. Astfel, în cazul diadei:
— *clasa* este dată de rangul maxim al elementelor cinematice ($j_{max}=2$); deci diada este o grupă structurală de *clasa a II-a*;
— *ordinul* este dat de numărul cuplelor exterioare (marginale) libere numite și *cuple potențiale sau semicuple* ($c_{ss}=2$); rezultă că diada are *ordinul 2*.

Prin urmare, diada reprezintă o grupă structurală de *clasa a II-a/ordinul 2*.

Convențional se admite că elementul-bază și elementul conducător formează un *mecanism de clasă I* numit și *mecanism fundamental (MF)* — figura 5.1.

Drept consecință, în conformitate cu principiul enunțat anterior, *mecanismele se formează adăugând la mecanismul fundamental una sau mai multe grupe structurale*.

$$MF + \sum_1^n \text{grupe structurale}$$

5.1.2. DIADA ȘI PRINCIPALELE EI ASPECTE

Diada este grupa structurală formată din $n_s=2$ elemente cinematice (2, 3) de rangul $j=2$ și $v_{ss}=3$ cuple, A, B, C de *clasa a V-a* — figura 5.2.

Cupla B, care leagă între cele două elemente cinematice 2 și 3, se numește *cuplă interioară*. Cuplele A și C, numite *cuple exterioare* (poten-

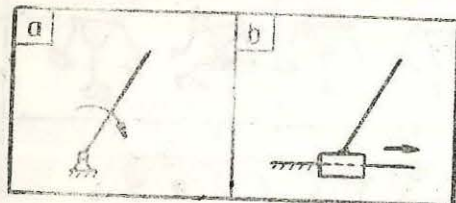


Fig. 5.1. Mecanisme fundamentale:
a — cu cuplă de rotație; b — cu cuplă de translație.

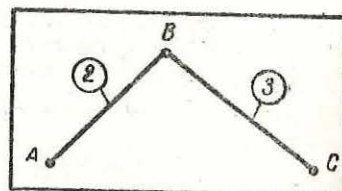


Fig. 5.2. Diada.

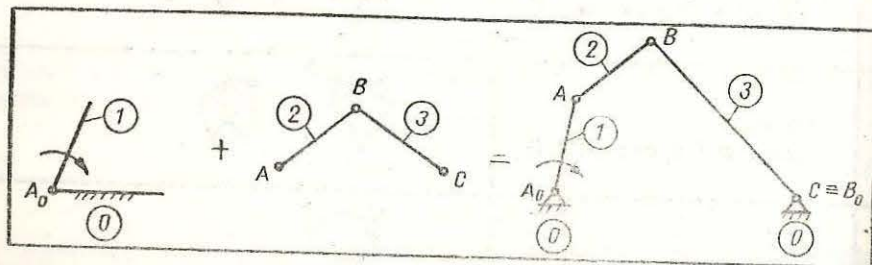


Fig. 5.3. Modul de legare al diadei la un mecanism fundamental și elementul bază.

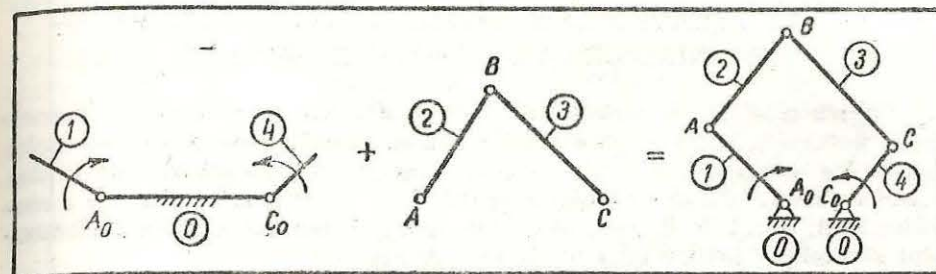


Fig. 5.4. Modul de legare al diadei la două mecanisme fundamentale.

tiale), pot fi utilizate pentru legarea diadei la un mecanism fundamental și la elementul-bază (fig. 5.3), fie la două mecanisme fundamentale (fig. 5.4).

În primul caz se obține *mecanismul patrulater*, iar în al doilea caz rezultă *mecanismul pentalater*.

Diada apare în practică sub forma mai multor aspecte, în funcție de felul cuplelor de *clasa a V-a* pe care le conține (de rotație R sau de translație T) și de poziția lor în structura grupei (cuple marginale sau interioare). În cazul elementelor mărginite de o cuplă de rotație și una de translație, lungimea elementului poate fi redusă la zero rezultând soluții la care cuplele sînt *suprapuse*. În tabelul 5.3 sînt date cele mai utilizate aspecte ale diadei precum și mecanismele caracteristice rezultate prin legarea lor la un mecanism fundamental cu cuplă de rotație.

Mecanismele care au în componența lor numai grupe structurale de *clasa a II-a/ordinul 2* sînt clasificate ca *mecanisme de clasă a II-a/ordinul 2*.

TABELUL 5.3

Nr	Aspectul Caracteristica	Schema cinematică	Schema cinematică cu cuplele suprapuse	Mecanismele caracteristice	
				Schema cinematică	Denumire
1	2	3	4	5	6
1	3 cuple de rotație RRR				Mecanism patrulater 4R
2	1 cuplă de translație exterioară RRT				Mecanism manivelă piston R(RT)
3	1 cuplă de translație interioară RTR				Mecanism cu culisă (oscilantă sau rotativă) R(RTR)

5.2. ALCĂTUIREA SCHEMELOR STRUCTURALE PORNIND DE LA SCHEMELE CINEMATICE

Pentru clasificarea structurală a mecanismelor se utilizează schemele lor structurale, adică reprezentările convențional plane ale elementelor cinematice componente și ale cuplurilor cinematice echivalente (unificate). Schema structurală se alcătuiește pornind de la schema cinematică a mecanismului, adică de la reprezentarea configurației geometrice a elementelor și cuplurilor pentru un anumit sens de mișcare.

Scopul clasificării mecanismelor plane este de a depista grupele structurale ce compun mecanismul respectiv, deoarece fiecare grupă structurală (diada, triada, tetrada etc.) are metode specifice pentru determinarea pozițiilor, vitezelor, accelerațiilor, forțelor de inerție, reacțiunilor din cuple etc.

La stabilirea schemei structurale a mecanismelor plane se parcurg următoarele etape:

- echivalarea cuplurilor cinematice superioare (de clasa a IV-a) printr-un element cinematic binar (element cu două cuple de clasa a V-a);
- eliminarea elementelor cinematice pasive, a cuplurilor pasive sau a elementelor cu mișcare de prisos (rolele) și precizarea numărului și ordinului de multiplicitate ale articulațiilor multiple;
- transformarea tuturor cuplurilor cinematice de translație în cuple de rotație;
- reprezentarea elementelor cinematice ca poligoane cu atâtea vîrfuri cîte cuple au.

Clasa și ordinul unui mecanism-motor sînt determinate de clasa și ordinul celei mai complexe grupe structurale care intră în componența mecanismului. În acest scop:

— se precizează elementul conducător (sau elementele conducătoare);

— se pornește de la cel mai îndepărtat element cinematic față de elementul conducător și se extrag succesiv grupele structurale pînă se ajunge la elementul conducător (operația de extragere a grupelor structurale se execută identificînd existența lor în succesiunea „de la grupa cea mai simplă — diada — către grupele mai complexe — triada, tetrada, ș.a.m.d.”, cu condiția ca, după extragerea unei grupe, ceea ce rămîne să fie tot un mecanism).

Exemplul 5.1. Să se determine clasa și ordinul mecanismului preselei de ștanțat fin (fig. 5.5, a).

Rezolvare. Se echivalează cupla superioară de clasa a IV-a din E ($m=4$) printr-un element cinematic binar 9. Apoi

Numărul elementului	Elementele cu care se leagă	Simbolul grafic în schema structurală
1	0; 3; 9	
2	0; 3; 4	
3	1; 4; 5	
4	2; 3	
5	3; 6	
6	0; 5; 7	
7	6; 8	
8	0; 7	
9	1; 2	

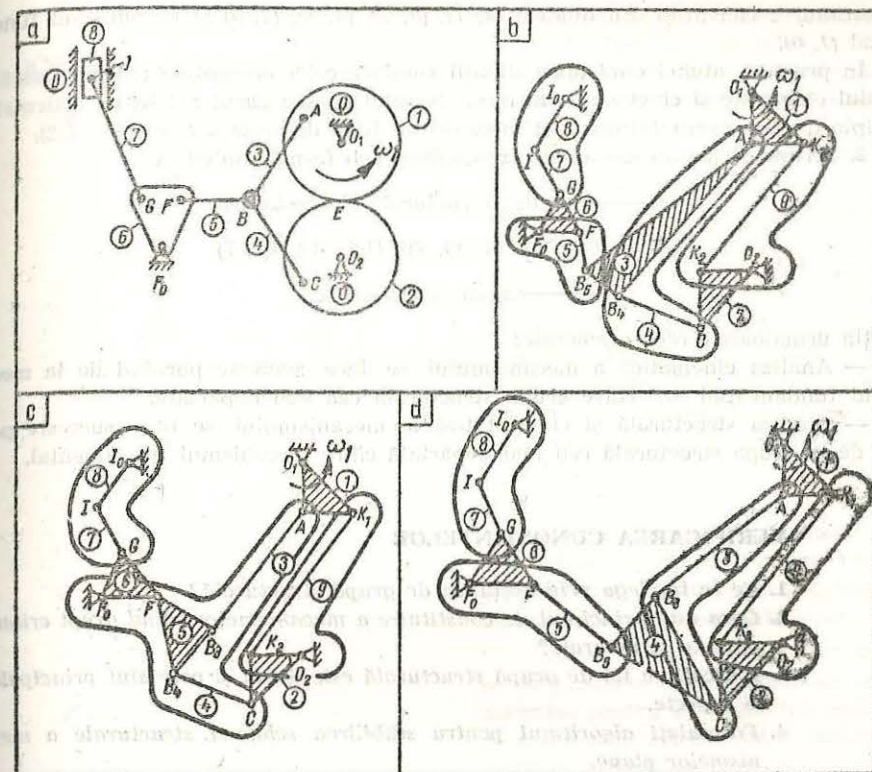


Fig. 5.5. Determinarea clasei și ordinului mecanismului preselei de ștanțat fin: a — schema cinematică; b — modul de repartizare la elementul 3 al articulației duble B; c — modul de repartizare la elementul 5 al articulației duble B; d — modul de repartizare la elementul 4 al articulației duble B.

se întocmește tabelul rangurilor elementelor în care se notifică atît elementele cu care se leagă fiecare element cinematic al schemei structurale cît și simbolul grafic ce se va utiliza în această schemă. Acest simbol grafic ține seama de prescripțiile înlocuirii cuplurilor de translație prin cuple de rotație și respectiv figurării elementului ca un poligon cu atâtea vîrfuri cîte cuple are (tab. 5.4).

În continuare se construiește schema structurală (fig. 5.5, b) și pe baza ei se determină clasa și ordinul mecanismului identificîndu-se diadele (8, 7), (6, 5), (3, 4), (2, 9) și mecanismul fundamental (1, 0). Rezultă că mecanismul este mecanism-motor de clasa a II-a/ordinul 2.

Observații.

1. În situația analizată, articulația dublă din B a fost repartizată elementului 3 (articulațiile B_3 și B_4), care astfel se leagă cu elementele 5, respectiv 4. Dacă articulația B se repartizează elementului 5 (articulațiile B_3 și B_4) se obține cazul reprezentat în figura 5.5, c. Mecanismul rezultat este de clasa a III-a/ordinul 3 deoarece se identifică în structura sa diada (8, 7), triada (6, 5, 4, 3), diada (2, 9) și mecanismul fundamental (1, 0). În ipoteza că articulația dublă B se repartizează elementului 4 (articulațiile B_3 și B_5 — fig. 5.5, d) se obține un mecanism de clasa a

II-a/ordinul 2 constituit din diadele (8, 7), (6, 5), (4, 3), (2, 9) și mecanismul fundamental (1, 0).

În practică, atunci când apar situații similare celei prezentate anterior, se face calculul cinematic și cinetostatic al mecanismului pentru cazul existenței articulațiilor multiple (pentru exemplul analizat mecanismul fiind de clasa a II-a/ordinul 2).

2. Scriind structura mecanismului analizat sub formă simbolică

← analiza structurală cinetostatică

$MF(1, 0) + D(2, 9) + (3, 4) + D(6, 5) + D(8, 7)$

→ analiza cinematică

se rețin următoarele reguli generale:

— Analiza cinematică a mecanismului se face succesiv pornind de la mecanismul fundamental MF către grupa structurală cea mai depărtată.

— Analiza structurală și cinetostatică a mecanismului se face succesiv pornind de la grupa structurală cea mai depărtată către mecanismul fundamental.

VERIFICAREA CUNOȘTINTELOR

1. Ce se înțelege prin noțiunea de grupă structurală?
2. Care este principiul de constituire a mecanismelor luând drept criteriu grupele structurale?
3. Indicați ce fel de grupă structurală este diada și care sînt principalele ei aspecte.
4. Formulați algoritmul pentru stabilirea schemei structurale a mecanismelor plane.
5. Două mecanisme care au aceeași schemă structurală au și aceeași schemă cinematică?
6. Să se determine clasa și ordinul mecanismelor din figura 5.6.

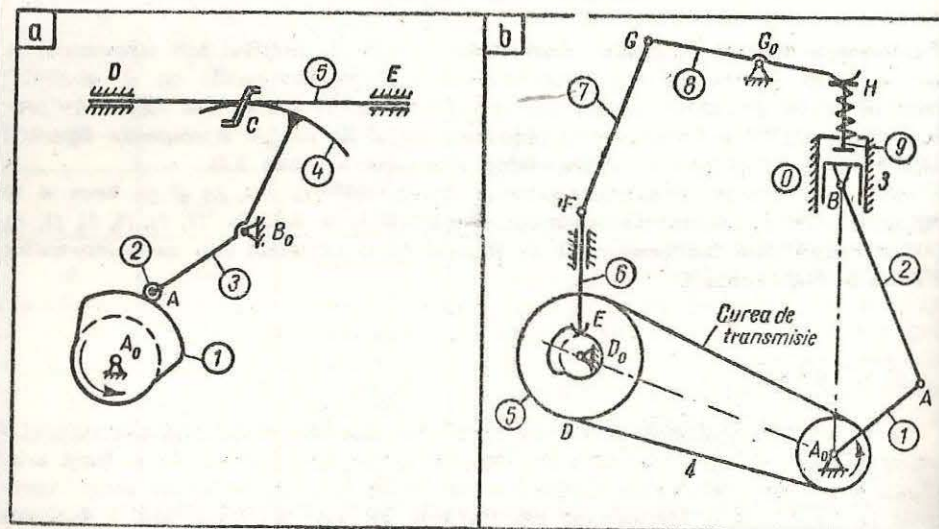


Fig. 5.6. Mecanisme plane complexe:

a — mecanism cu camă pentru acționarea longitudinală a saniei de la strungul automat SARO 15-25-42; b — mecanismul de distribuție al autovehiculelor.

PARTEA A TREIA ANALIZA CINEMATICĂ A MECANISMELOR

Obiectul analizei cinematice. Analiza cinematică are ca obiect de studiu determinarea pozițiilor, vitezelor și accelerațiilor elementelor conduse ale mecanismelor (fără a ține seama de forțele care le condiționează mișcarea), cunoscând mișcarea elementului conducător (sau a elementelor conducătoare). Avînd în vedere faptul că mecanismele se pot descompune în grupe structurale, analiza cinematică se reduce la studiul acestor grupe, cu scopul determinării traiectoriilor, vitezelor liniare și a accelerațiilor liniare ale diverselor puncte caracteristice mecanismului, precum și a vitezelor unghiulare și a accelerațiilor unghiulare ale elementelor cinematice.

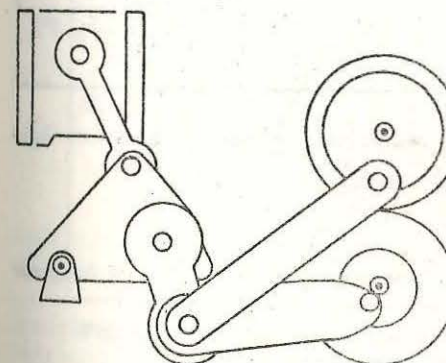
Analiza cinematică se poate efectua grafic, grafoanalitic sau analitic, primele două metode avînd o utilizare mai largă datorită simplității lor.

Determinarea traiectoriilor descrise de punctele caracteristice ale mecanismului pentru un ciclu cinematic este necesară atât dimensionării subansamblurilor mașinii — care nu trebuie să vină în contact cu elementele mecanismului ajunse în pozițiile extreme — cît și stabilirii spațiului (gabaritului) ce urmează a fi ocupat de mecanism în cadrul mașinii (exemplu: analiza traiectoriilor descrise de diversele puncte ale mecanismului manivelă-piston în raport cu carterul mașinii).

Cunoașterea vitezelor diferitelor puncte și elemente ale mecanismului este utilă:

— *direct*, pentru stabilirea vitezei de deplasare a mașinii din care face parte mecanismul (exemple: vehicule rutiere, de cale ferată sau spațiale) sau pentru calculul vitezei tehnologice de deplasare a elementului condus (exemplu: viteza de așchiere la mașinile-unelte);

— *indirect*, pentru calculul de dimensionare al elementelor cinematice și studiul dinamic al mecanismului, deoarece determinarea vitezelor precede stabilirea accelerațiilor.



Studiul accelerațiilor diferitelor puncte și elemente cinematice ale mecanismului este necesar determinării forțelor de inerție care, la mașinile cu rotații mari, ating valori foarte ridicate.

Scări utilizate în construcțiile grafice. a) Pentru reprezentarea grafică a unor mărimi necesare studiului mecanismelor (exemple: lungime, viteză, accelerație, forță, cuplu etc.) se utilizează scări de transformare a mărimilor reale (măsurate în unitățile de măsură ale Sistemului Internațional) în segmente pe desen (măsurate în mm). Prin urmare, scara (notată cu litera k) se definește prin relația:

$$k = \frac{\text{mărimea reală (SI)}}{\text{mărimea pe desen (mm)}}$$

Convențional, mărimile măsurate pe desen se notează între paranteze simple, iar mărimile reale fără paranteze. De exemplu:

AB înseamnă lungimea reală a elementului cinematic AB (în metri);

(AB) înseamnă lungimea segmentului corespondent de pe desen (în milimetri).

Indicarea naturii mărimii reprezentate grafic se face atașând scării k un indice literal. De exemplu: k_l (scara lungimilor), k_v (scara vitezelor), k_a (scara accelerațiilor) ș.a.m.d. Scările utilizate în studiul mecanismelor sînt indicate în tabelul 1.

TABELUL 1

Scările utilizate în studiul mecanismelor

Mărimea fizică	Scara	Relația de scară	Mărimea fizică	Scara	Relația de scară
lungime l, s [m]	$k_l \left[\frac{\text{m}}{\text{mm}} \right]$	$l = k_l (l)$ $s = k_l (s)$	forță F [N]	$k_F \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}} \right]$	$F = k_F (F)$
viteză liniară v [ms ⁻¹]	$k_v \left[\frac{\text{ms}^{-1}}{\text{mm}} \right]$	$v = k_v (v)$	cuplu M [Nm]	$k_M \left[\frac{\text{Nm}}{\text{mm}} \right]$	$M = k_M (M)$
accelerație liniară a [ms ⁻²]	$k_a \left[\frac{\text{ms}^{-2}}{\text{mm}} \right]$	$a = k_a (a)$	moment de inerție I [kgm ²]	$k_I \left[\frac{\text{kgm}^2}{\text{mm}} \right]$	$I = k_I (I)$
viteză unghiulară ω [rad s ⁻¹]	$k_\omega \left[\frac{\text{rad s}^{-1}}{\text{mm}} \right]$	$\omega = k_\omega (\omega)$	energie E [J]	$k_E \left[\frac{\text{J}}{\text{mm}} \right]$	$E = k_E (E)$
accelerație unghiulară ε [rad s ⁻²]	$k_\varepsilon \left[\frac{\text{rad s}^{-2}}{\text{mm}} \right]$	$\varepsilon = k_\varepsilon (\varepsilon)$	putere P [W]	$k_P \left[\frac{\text{W}}{\text{mm}} \right]$	$P = k_P (P)$

De exemplu:

— un element cinematic $AB=0,5$ m se reprezintă, la scara lungimilor $k_l = \frac{1}{30} \frac{\text{m}}{\text{mm}}$, printr-un segment $(AB) = \frac{AB}{k_l} = \frac{0,5}{\frac{1}{30}} = 15$ mm;

— un segment $(AB)=50$ mm reprezintă, la scara $k_l = \frac{1}{100} \frac{\text{m}}{\text{mm}}$, o lungime $AB = k_l (AB) = \frac{1}{100} (50) = 0,5$ m.

TRASAREA TRAIECTORIILOR

6.1. TRASAREA TRAIECTORIILOR LA MECANISMELE DE CLASA I (FUNDAMENTALE)

Mecanismele fundamentale sînt elemente cinematice monare prevăzute cu o cuplă de rotație — figura 6.1. a sau cu o cuplă de translație — figura 6.1. b.

Traectoriile diferitelor puncte $A, B, C \dots$ aparținînd elementelor sînt:

— cercuri concentrice $(C_A), (C_B), (C_C) \dots$ la mecanismele fundamentale cu cuplă de rotație; elementul care efectuează această mișcare se numește manivelă;

— drepte $(\Delta A), (\Delta B), (\Delta C) \dots$ paralele cu ghidajul (Δ_0) la mecanismele fundamentale cu cuplă de translație; elementul cărui îi aparțin aceste puncte poartă denumirea de glisieră sau piston.

6.2. DETERMINAREA POZIȚIILOR UNOR MECANISME DE CLASA A II-a/ORDINUL 2 ȘI A TRAIECTORIILOR PUNCTELOR CARACTERISTICE

Determinarea pozițiilor la principalele mecanisme de clasa a II-a/ordinul 2 se face cu ajutorul metodei intersecțiilor (de cercuri și drepte).

6.2.1. MECANISMUL PATRULATER 4R

Notînd laturile patrulaterului cu $a=A_0A, b=AB, c=BB_0, d=A_0B_0$ (fig. 6.2, a) și perimetrul lui cu $p=a+b+c+d$, se pot demonstra două condiții de existență a manivelei:

$$d = l_{\min}, \text{ adică } d \leq a, d \leq b, d \leq c$$

$$l_{\min} + l_{\max} \leq \frac{p}{2}$$

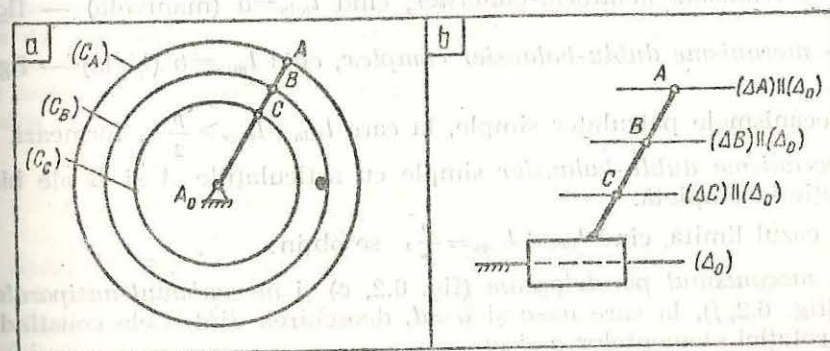


Fig. 6.1. Traectoriile descrise de punctele mecanismelor fundamentale:

a — cu cuplă de rotație; b — cu cuplă de translație.

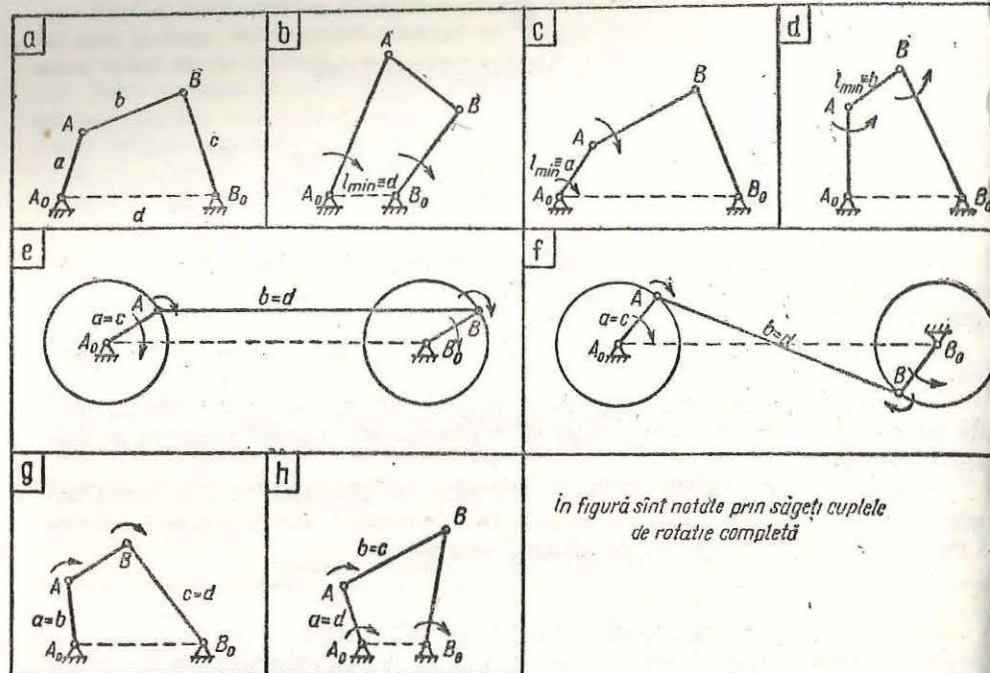


Fig. 6.2. Variantele constructive ale mecanismului patrulater articulat:

a — schema generală; b — mecanism dublă-manivelă; c — mecanism manivelă-balansier; d — mecanism dublu balansier complex; e — mecanism paralelogram; f — mecanism antiparalelogram; g — mecanism patrulater simetric; h — mecanism Gallowey.

unde l_{min} și l_{max} reprezintă lungimile minimă, respectiv maximă, ale laturilor patrulaterului. Patrulaterul care satisface și a doua condiție se numește *patrulater complex*, iar cel care nu o satisface poartă denumirea de *patrulater simplu*.

După poziția laturii de lungime minimă, se deosebesc următoarele mecanisme patrulater complexe:

- *mecanisme dublă-manivelă*, când $l_{min} \equiv d$ (elementul bază) — figura 6.2, b;
- *mecanisme manivelă-balansier*, când $l_{min} \equiv a$ (manivela) — figura 6.2, c;
- *mecanisme dublu-balansier complex*, când $l_{min} \equiv b$ (biela) — figura 6.2, d.

Mecanismele patrulater simple, la care $l_{min} + l_{max} > \frac{P}{2}$, formează numai *mecanisme dublu-balansier simple* cu articulațiile A și B ale bielei de rotație incompletă.

În cazul limită, când $l_{min} + l_{max} = \frac{P}{2}$, se obțin:

— *mecanismul paralelogram* (fig. 6.2, e) și *mecanismul antiparalelogram* (fig. 6.2, f), la care $a = c$ și $b = d$, deosebirea dintre ele constînd în sensul rotației elementelor a și c;

— *mecanismul patrulater simetric* (fig. 6.2, g) și *mecanismul Gallowey* (fig. 6.2, h), primul de tip manivelă-balansier $a = b$, $c = d$ și al doilea du-

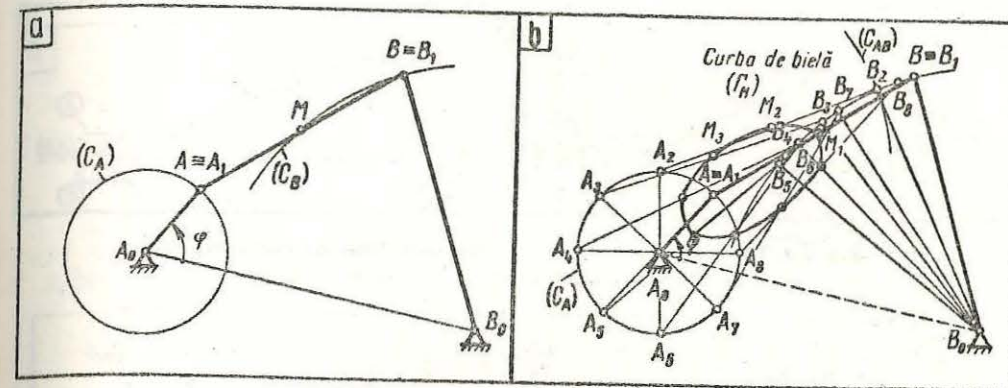


Fig. 6.3. Determinarea pozițiilor la mecanismul patrulater:

a — trasarea mecanismului pentru o poziție dată; b — determinarea pozițiilor succesive și a curbei de bielă.

blă-manivelă cu $a = d$, $b = c$, acesta din urmă avînd proprietatea că la o rotație a manivelei A_0A cu 4π , manivela B_0B se rotește cu 2π .

Sucesiunea operațiilor grafice pentru determinarea pozițiilor mecanismului patrulater este următoarea (fig. 6.3):

— Se reprezintă mecanismul A_0ABB_0 la scara lungimilor k_l arbitrar aleasă, cunoscînd pozițiile articulațiilor fixe A_0 , B_0 , lungimile elementelor A_0A , AB , BB_0 și unghiul φ (unghiul de rotire al elementului conducător A_0A — fig. 6.3, a).

— Se trasează cercul (C_A) cu centrul în A_0 și raza A_0A și cercul (C_B) cu centrul în B_0 și raza B_0B : $(C_A)^{(A_0A)}$; $(C_B)^{(B_0B)}$.

— Considerînd punctul $A = A_1$ ca poziție de referință, se împarte circumferința (C_A) într-un număr cît mai mare de părți egale, de regulă 12—24 părți (în fig. 6.3, b, pentru simplificarea construcției grafice s-au folosit opt părți egale).

— Se ia în compas lungimea bielei (AB) și punînd piciorul compasului în pozițiile succesive ale lui A_i ($i = 1, 2, \dots$) se determină, cu vîrfurile compasului, pozițiile corespunzătoare B_i ($i = 1, 2, \dots$) de pe cercul (C_B) , la intersecția arcelor de cerc (C_{AB}) cu centrele în A_i și raza AB cu cercul (C_B)

$$B_i \equiv (C_{AB})_{A_i}^{(AB)} \cap (C_B)_{B_0}^{(B_0B)}.$$

Observație. Pozițiile succesive ocupate de un punct oarecare M aparținînd bielei AB (de exemplu punctul situat la mijlocul bielei) rezultă luînd în compas lungimea (AM) care se transpune pe fiecare poziție A_iB_i ($i = 1, 2, \dots$) a bielei. Se obțin astfel o serie de puncte M_i ($i = 1, 2, \dots$) care, unite cu o linie continuă, dau curba de bielă (Γ_M) .

6.2.2. MECANISMUL MANIVELĂ-PISTON (GLISIERĂ) R (RRT)

Acest mecanism este foarte răspîndit în tehnică și este realizat în două variante constructive principale: *dezaxat* (axa de rotație a manivelei este deplasată față de direcția ΔB a ghidajului cu excentricitatea e — fig. 6.4, a) și *axial* (cînd ΔB trece prin A_0 , adică $e = 0$ — fig. 6.4, b).

Pentru determinarea pozițiilor mecanismului, se parcurge următoarea succesiune de operații grafice (fig. 6.5):

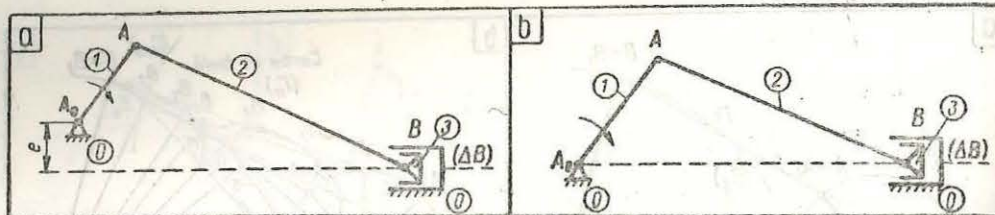


Fig. 6.4. Variantele constructive ale mecanismului manivelă-piston:
a - mecanism deaxat; b - mecanism axial.

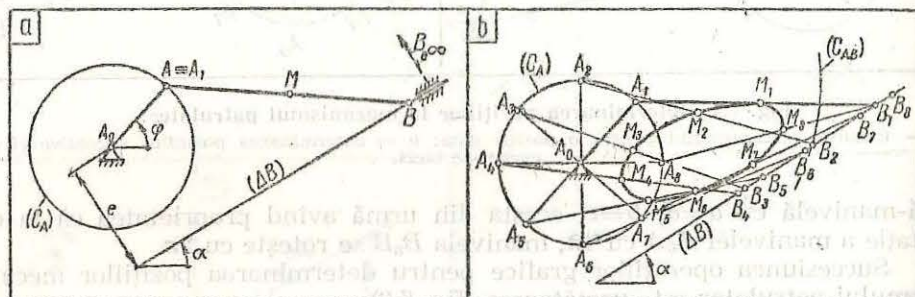


Fig. 6.5. Determinarea pozițiilor la mecanismul manivelă-piston:
a - trasarea mecanismului pentru o poziție dată; b - determinarea pozițiilor succesive și a curbei de bielă.

— Se reprezintă mecanismul A_0ABB_{∞} la scara lungimilor arbitrar aleasă k_l , cunoscând poziția cuplei fixe A_0 , lungimile elementelor A_0A , AB , unghiul de rotație φ al manivelei și înclinarea α a ghidajului ΔB — fig. 6.5, a.

— Se trasează cercul (C_A) cu centrul în A_0 și raza A_0A a cărui circumferință se împarte într-un număr de diviziuni egale (de exemplu opt părți), rezultând punctele A_i ($i=1, 2, \dots, 8$) — fig. 6.5, b.

— Se ia în compas lungimea bielei (AB) și punând piciorul compasului în pozițiile succesive $A_i \in (C_A)$ se determină, cu vârful compasului, pozițiile corespunzătoare B_i ($i=1, 2, \dots, 8$) de pe dreapta (ΔB) , la intersecția arcelor de cerc (C_{AB}) cu centrele în A_i și raza AB cu dreapta (ΔB)

$$B_i = (C_{AB})_{A_i}^{(AB)} \cap (\Delta B).$$

— Curba de bielă (Γ_M) descrisă de un punct $M \in (AB)$ se obține luând în compas lungimea (AM) — care se transpune pe fiecare poziție A_iB_i ($i=1, 2, \dots, 8$) a bielei — și unind cu o linie continuă punctele M_i ($i=1, 2, \dots, 8$) rezultate.

6.2.3. MECANISMUL MANIVELĂ-CULISĂ R (RTR)

Acest mecanism este realizat în două variante constructive principale — mecanism manivelă-culisă oscilantă, când $A_0B_0 \geq A_0A$ (fig. 6.6, a, exemplu: toate mecanismele șeping);

— mecanism manivelă-culisă rotativă, când $A_0B_0 < A_0A$ (fig. 6.6, b, exemplu: motoarele cu cilindri rotativi).

În prima variantă există două poziții extreme ale culisei, care sînt simetrice față de A_0B_0 culisa avînd o mișcare oscilantă, iar în varianta a doua, culisa 3 se rotește permanent în același sens.

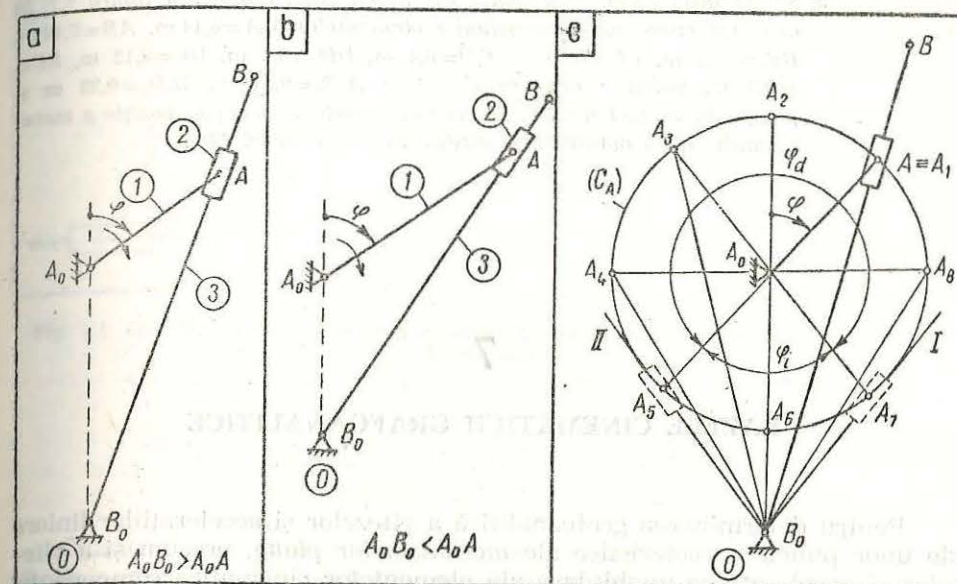


Fig. 6.6. Mecanismul manivelă-culisă:

a - culisă oscilantă; b - culisă rotativă; c - determinarea pozițiilor mecanismului.

Pentru determinarea pozițiilor mecanismului se procedează în felul următor (fig. 6.6, c):

— Se trasează mecanismul la scara lungimilor k_l arbitrar aleasă cunoscând pozițiile articulațiilor fixe A_0 , B_0 , lungimea manivelei A_0A și unghiul ei de rotație φ .

— Se construiește cercul (C_A) cu centrul în A_0 și rază A_0A și i se împarte circumferința într-un număr cît mai mare de părți egale (de exemplu 8) notate A_i ($i=1, 2, \dots, 8$).

— Se unește fiecare poziție A_i ($i=1, 2, \dots, 8$) cu articulația fixă B_0 rezultînd pozițiile succesive ale culisei.

VERIFICAREA CUNOȘTINTELOR

1. Ce traiectorii descriu punctele aparținînd manivelei și pistonului?
2. Care este metodologia de trasare a curbelor de bielă la mecanismele patrulater și manivelă-piston?

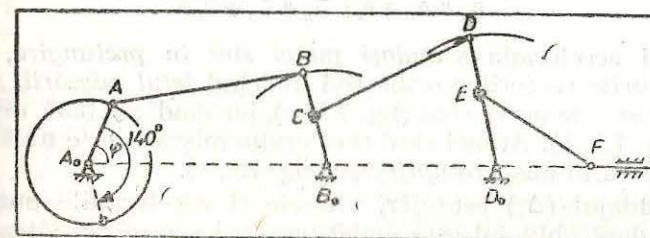


Fig. 6.7. Mecanism patrulater lungit cu două diade.

3. Se dă mecanismul patrulater lungit cu două diade din figura 6.7, la care sînt cunoscute dimensiunile elementelor $A_0A=0,14$ m, $AB=0,44$ m, $BB_0=0,22$ m, $BC=0,10$ m, $CD=0,4$ m, $DD_0=0,3$ m, $DE=0,12$ m, $EF=0,3$ m, pozițiile articulațiilor fixe $A_0B_0=0,54$ m, $B_0D_0=0,38$ m și poziția manivelei $\varphi=73^\circ$. Se cere să se determine noua poziție a mecanismului dacă manivela se rotește în sens orar cu 140° .

7

BAZELE CINEMATICEI GRAFOANALITICE

Pentru determinarea grafoanalitică a vitezelor și accelerațiilor liniare ale unor puncte caracteristice ale *mechanismelor plane*, precum și a vitezelor și accelerațiilor unghiulare ale elementelor cinematice componente este necesară cunoașterea distribuției de viteze și accelerații pe elementele cinematice care pot fi în mișcare de *translație* (rectilinie și circulară), de *rotație* sau în *mișcare plană generală* (de rototranslație plană).

7.1. ELEMENT CINEMATIC ÎN MIȘCARE DE TRANSLAȚIE RECTILINIE

Se consideră un element cinematic monar legat la bază prin cuplă de translație (fig. 7.1, a).

Distribuția de viteze și accelerații este determinată dacă se cunosc viteza și accelerația unui punct aparținând elementului (de exemplu viteza și accelerația punctului A reprezentate la scara vitezelor k_v , respectiv la scara accelerațiilor k_a , prin vectorii $(\overline{Aa}) = \frac{\overline{v_A}}{k_v}$ și $(\overline{Aa'}) = \frac{\overline{a_A}}{k_a}$). Punctele de pe element, de exemplu B, C..., au vitezele și accelerațiile egale și paralele cu cele cunoscute;

$$\overline{v_A} \parallel \overline{v_B} \parallel \overline{v_C}; \quad \overline{a_A} \parallel \overline{a_B} \parallel \overline{a_C}.$$

Viteza și accelerația aceluiași punct sînt în *prelungire*, unghiul dintre suporturile vectorilor respectivi indicînd felul mișcării. Astfel, cînd $\alpha=0^\circ$, mișcarea este *accelerată* (fig. 7.1, a), iar cînd $\alpha=180^\circ$, mișcarea este *încetinită* (fig. 7.1, b). Atunci cînd accelerația mișcării este nulă, elementul cinematic se află în mișcare *uniformă* (fig. 7.1, c).

Dacă ghidajul (Δ_0) este *fix*, vitezele și accelerațiile punctelor sînt *absolute*, iar dacă ghidajul este *mobîl*, vectorii reprezintă vitezele și accelerațiile *relative* ale punctelor respective față de ghidajul considerat *fix*.

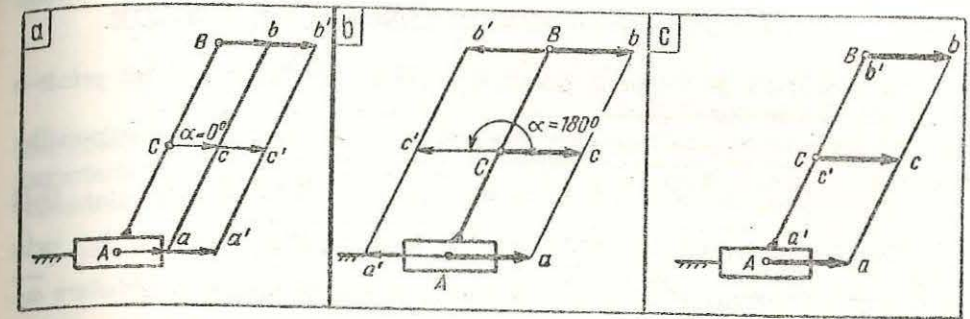


Fig. 7.1. Distribuția de viteze și accelerații la elementul cinematic în mișcare de translație:

a — mișcare accelerată; b — mișcare încetinită; c — mișcare uniformă.

7.2. ELEMENT CINEMATIC ÎN MIȘCARE DE TRANSLAȚIE CIRCULARĂ

Cunoscînd viteza și accelerația unui punct de pe element (de exemplu A — fig. 7.2, a), distribuția de viteze și accelerații pe acest element este determinată deoarece vitezele și accelerațiile tuturor punctelor sînt respectiv egale și paralele:

$$\overline{v_A} \parallel \overline{v_B} \parallel \overline{v_C}; \quad \overline{a_A} \parallel \overline{a_B} \parallel \overline{a_C}.$$

Spre deosebire de cazul elementului cinematic aflat în mișcare de translație rectilinie, vectorii viteză și accelerație ai aceluiași punct nu mai sînt în prelungire. Mărima unghiului α , format între suporturile lor, determină caracterul mișcării. Astfel, dacă $\alpha < 90^\circ$ mișcarea este *accelerată* (viteza unghiulară $\omega_1 \neq \text{const.}$, accelerația unghiulară $\epsilon_1 \neq \text{const.}$, cei doi vectori avînd același sens — fig. 7.2, a), dacă $\alpha = 90^\circ$ mișcarea este *uniformă* ($\omega_1 = \text{const.}$, $\epsilon_1 = 0$ — fig. 7.2, b) iar dacă $\alpha > 90^\circ$ mișcarea este *încetinită* ($\omega_1 \neq \text{const.}$, $\epsilon_1 \neq \text{const.}$, cei doi vectori avînd sensuri contrare — fig. 7.2, c).

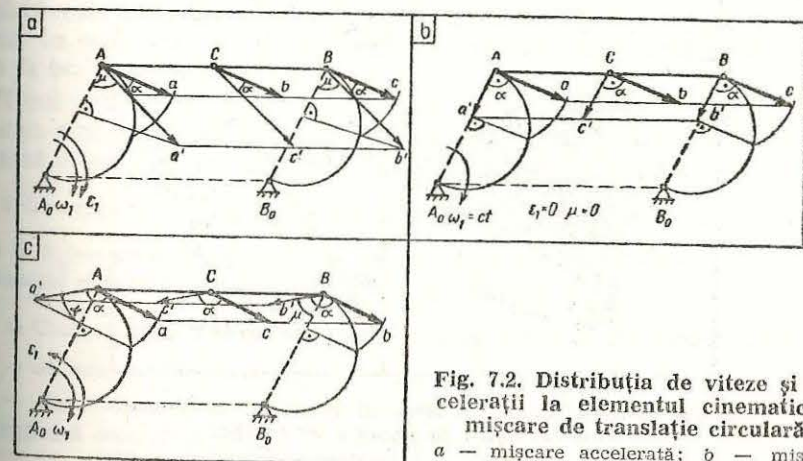


Fig. 7.2. Distribuția de viteze și accelerații la elementul cinematic în mișcare de translație circulară:

a — mișcare accelerată; b — mișcare uniformă; c — mișcare încetinită.

7.3. ELEMENT CINEMATIC ÎN MIȘCARE DE ROTAȚIE

Se consideră un element cinematic monar A_0A legat la bază printr-un cuplă de rotație (fig. 7.3, a).

Vitezele unor puncte de pe element $A \in A_0A$, $M \in A_0A$ au expresiile

$$\vec{v}_A = \omega_1 \cdot A_0A \perp A_0A; \vec{v}_M = \omega_1 \cdot A_0M \perp A_0M; \vec{v}_A \parallel \vec{v}_M \quad (7.1)$$

Ele sînt reprezentate în figura 7.3, a, la scara vitezelor k_v , prin $(\overline{Aa}) = \frac{\vec{v}_A}{k_v}$, respectiv $(\overline{Mm}) = \frac{\vec{v}_M}{k_v}$ orientați în sensul vitezei unghiulare ω_1 .

Vectorul $(\overline{Mm}) \parallel (\overline{Aa})$ este cuprins între dreptele (A_0A) și (A_0a) , ultimul reprezentînd locul geometric al vîrfurilor vectorilor viteza liniară al tuturor punctelor situate pe elementul cinematic A_0A . Rezultă că vitezele sînt văzute din centrul de rotație A_0 sub același unghi φ .

Presupunînd că elementul cinematic se rotește cu viteza unghiulară ω_1 și accelerația unghiulară ε_1 , ambele avînd același sens de rotație (cazul mișcării circulare accelerate — fig. 7.3, a), accelerațiile unor puncte de pe element sînt date de relațiile vectoriale:

$$\vec{a}_A = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^t; \vec{a}_M = \vec{a}_M^n + \vec{a}_M^t; \vec{a}_A \parallel \vec{a}_M \quad (7.2)$$

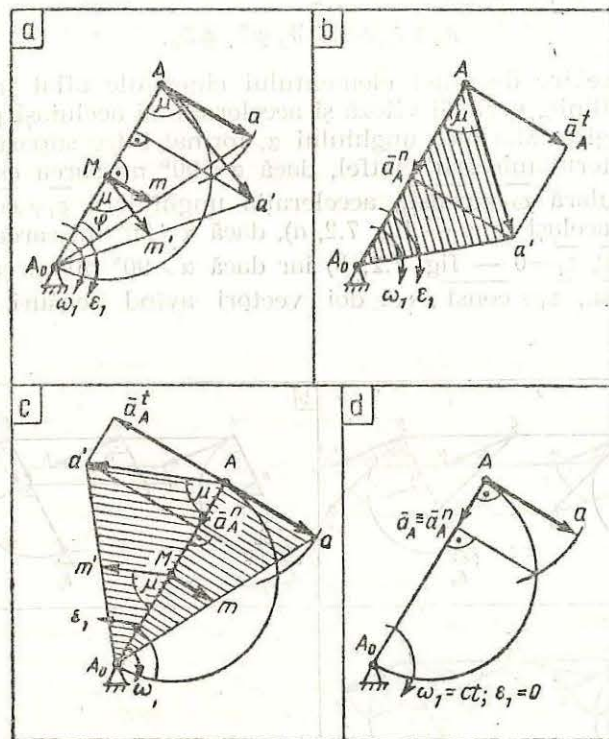


Fig. 7.3. Distribuția de viteze și accelerații la elementul cinematic în mișcare de rotație:

a — mișcare accelerată; b — accelerația butonului de manivelă A; c — mișcare încetinită; d — mișcare uniformă.

unde

$$\vec{a}_A^n = \frac{v_A^2}{A_0A} = \omega_1^2 \cdot A_0A \parallel A_0A; \vec{a}_M^n = \frac{v_M^2}{A_0M} = \omega_1^2 \cdot A_0M \parallel A_0M \quad (7.3)$$

sînt accelerațiile normale (centripete) dirijate către centrul de rotație A_0 (caracteristică notificată în scrierea ecuațiilor vectoriale printr-o săgeată orizontală orientată spre acest centru) și

$$\vec{a}_A^t = \varepsilon_1 \cdot A_0A \perp A_0A; \vec{a}_M^t = \varepsilon_1 \cdot A_0M \perp A_0M \quad (7.4)$$

sînt accelerațiile tangențiale, perpendiculare pe element și suprapuse cu vitezele liniare ale punctelor orientate în sensul dat de ε_1 .

Unghiul format de suportul accelerației totale cu suportul accelerației normale (fig. 7.3, b) se determină cu relația:

$$\operatorname{tg} \mu = \frac{a_A^t}{a_A^n} = \frac{a_M^t}{a_M^n} = \dots = \frac{\varepsilon_1}{\omega_1^2} \quad (7.5)$$

Prin urmare, accelerațiile totale ale tuturor punctelor de pe elementul cinematic sînt văzute din centrul de rotație A_0 sub același unghi $(\overline{AA_0a'})$. Vectorul $\overline{Mm'} \parallel \overline{Aa'}$ este cuprins între dreptele A_0A și A_0a' , cea de-a doua reprezentînd locul geometric al vîrfurilor vectorilor accelerație totală al tuturor punctelor situate pe elementul cinematic A_0A (fig. 7.3, a).

Modulul accelerației totale rezultă din aplicarea relației

$$|\vec{a}_A| = \sqrt{(a_A^n)^2 + (a_A^t)^2} = A_0A \sqrt{\omega_1^4 + \varepsilon_1^2}; |\vec{a}_M| = A_0M \sqrt{\omega_1^4 + \varepsilon_1^2} \quad (7.6)$$

Dacă viteza unghiulară ω_1 are sens contrar accelerației unghiulare ε_1 , mișcarea de rotație este încetinită (fig. 7.3, c), vectorul accelerației tangențiale $\vec{a}_A^t$ fiind de sens opus vitezei liniare $\vec{v}_A$ a punctului.

Cînd viteza unghiulară este constantă ($\omega_1 = \text{const.}$), accelerația unghiulară este nulă ($\varepsilon_1 = 0$) — figura 7.3, d și mișcarea de rotație este uniformă. În acest caz, accelerația totală a punctului se confundă cu accelerația sa normală $\vec{a}_A \equiv \vec{a}_A^n$.

Cînd articulația A_0 este fixă, vitezele și accelerațiile punctelor de pe element sînt absolute, iar cînd aceasta este mobilă, vectorii respectivi reprezintă vitezele și accelerațiile relative față de A_0 considerat fix.

Observație: Adoptînd scara accelerațiilor $k_a = \frac{k_v^2}{k_l}$ (unde k_v este scara vitezelor și k_l — scara lungimilor) se disting două metode grafice pentru construirea accelerației normale a unui punct căruia i se cunoaște viteza.

a) Cînd vectorul $(\overline{Aa}) = \frac{\vec{v}_A}{k_v} \perp (A_0A)$ — figura 7.4, a se procedează astfel:

— se trasează semicercul (C_{A_0A}) avînd centrul pe A_0A ;

— din A considerat centru și cu raza $(\overline{Aa})$ se duce arcul de cerc (C_{Aa}) care intersectează semicercul (C_{A_0A}) în punctul a_1 ;

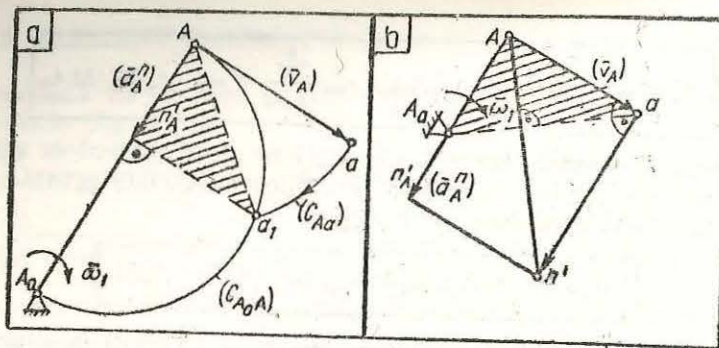


Fig. 7.4. Metode grafice pentru determinarea accelerației normale:

a — cazul $(Aa) < (A_0A)$; b — cazul $(Aa) > (A_0A)$.

— din a_1 se coboară perpendiculara (a_1n_A) pe raza (A_0A) . Vectorul (An'_A) reprezintă la scara k_a mărimea accelerației normale

$$\bar{a}_A^n = k_a(\overline{An'_A}).$$

b) Cînd vectorul $(\overline{Aa}) = \frac{A}{k_v} > (A_0A)$, (fig. 7.4, b), modul de construcție este următorul:

- se unește A_0 cu vârful a al vectorului de viteză $(\overline{Aa})$;
- din A se duce o perpendiculară pe (A_0a) , iar din a o perpendiculară pe (A_0A) ;
- la intersecția celor două perpendiculare se găsește punctul n' . Vectorul $(\overline{An'_A}) = (\overline{An'_A})$ reprezintă la scara k_a accelerația normală

$$\bar{a}_A^n = k_a(\overline{An'_A}).$$

7.4. ELEMENT CINEMATIC ÎN MIȘCARE PLANĂ GENERALĂ

Un element cinematic execută o mișcare plană generală (mișcare plană de rototranslație) atunci cînd traiectoriile diverselor puncte ale rigidului sînt conținute în plane paralele. Pentru îndeplinirea acestei condiții, este suficient ca trei puncte necoliniare ale rigidului să rămînă tot timpul mișcării într-un plan fix.

Se presupune un element cinematic AB aflat în mișcare plană de rototranslație care, în cazul considerat în figura 7.5, reprezintă biela unui mecanism patrulater A_0ABB_0 .

Pentru determinarea distribuției de viteze și accelerații din planul acestui element se aplică relațiile vectoriale ale lui Euler. Astfel, pentru două puncte A și B din planul bielei (articulațiile bielei cu manivela și balansierul), se scriu următoarele ecuații pentru viteze și accelerații:

$$\frac{\bar{v}_B}{\perp BB_0} = \frac{\bar{v}_A}{\perp A_0A} + \frac{\bar{v}_{BA}}{\perp AB} \quad (7.7)$$

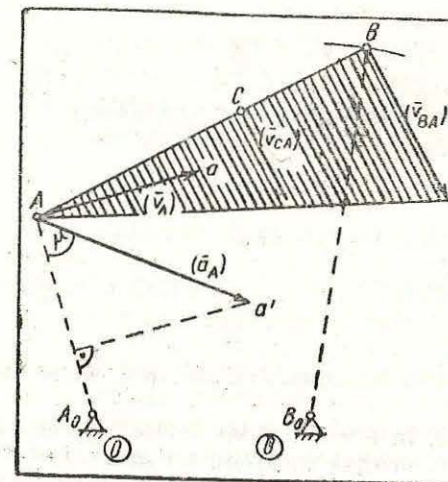


Fig. 7.5. Element cinematic legat prin cuple de rotație.

$(\bar{v}_{BA}$ — viteza relativă de rotație a punctului B în raport cu A presupus fix, a cărei variație este triunghiulară):

$$\begin{aligned} \bar{a}_B &= \frac{\bar{a}_A^n}{\perp AA_0} + \frac{\bar{a}_{BA}^n}{\perp BA} + \frac{\bar{a}_{BA}^t}{\perp AB} \\ \bar{a}_B &= \frac{\bar{a}_B^n}{\perp BB_0} + \frac{\bar{a}_B^t}{\perp BB_0} \end{aligned} \quad (7.8)$$

$(\bar{a}_{BA}^n$ este accelerația relativă normală de rotație a punctului B în raport cu A presupus fix, $\bar{a}_{BA}^t$ — accelerația relativă tangențială a punctului B în raport cu A considerat fix, $\bar{a}_B^n$ — accelerația normală absolută a punctului B , $\bar{a}_B^t$ — accelerația tangențială absolută a punctului B).

Convențional, în relațiile (7.7) și (7.8), s-au subliniat cu două linii vectorii complet cunoscuți (ca modul, direcție, sens) și cu o singură linie vectorii cunoscuți numai ca suport (direcție). Sub aceste sublinieri se specifică direcțiile vectorilor respectivi. Astfel, sînt complet cunoscuți vectorii $v_A = \omega_1 \cdot A_0A \perp A_0A$; $a_A = A_0A \sqrt{\omega_1^2 + \varepsilon_1^2}$ (care face unghiul $\mu = \arctg \frac{\varepsilon_1}{\omega_1^2}$ cu raza vectoare A_0A ; pentru cazul cînd $\omega_1 = \text{const.}$, se obțin relațiile: $a_A = \omega_1^2 A_0A \parallel A_0A$ și $\mu = 0$); $a_{BA}^n = \frac{v_{BA}^2}{AB} = \omega_2^2 \cdot AB \parallel BA$; $a_B^n = \frac{v_B^2}{BB_0} \parallel BB_0$ — viteza unghiulară a elementului AB).

Restul vectorilor din relațiile (7.7) și (7.8) sînt cunoscuți numai ca direcție. Aceste ecuații vectoriale se pot rezolva pe cale grafică, construind planul vitezelor și planul accelerațiilor.

7.5. REZOLVAREA GRAFICĂ A ECUAȚIILOR DE DISTRIBUȚIE A VITEZELOR ȘI ACCELERAȚIILOR ÎN MIȘCAREA PLANĂ DE ROTOTRANSLAȚIE. TEOREMA ASEMĂNĂRII

7.5.1. REZOLVAREA GRAFICĂ

Rezolvarea grafică a unei ecuații vectoriale se face aplicând următorul algoritm de calcul:

— se alege în planul desenului (hîrtiei) o origine arbitrară (numită *pol*) a poligonului vectorilor ce urmează a se trasa;

— se construiesc vectorii situați în unul din membrii ecuației vectoriale, în ordinea scrierii lor, începînd din *pol*, unul cu originea în vîrf celuilalt;

— se construiesc, în același mod, vectorii situați în celălalt membru al ecuației, construcția grafică începînd tot din *pol*.

În acest fel se obține atît poligonul (planul) vitezelor cît și poligonul (planul) accelerațiilor, cu ajutorul cărora se determină distribuția de viteze și accelerații pe toate elementele mecanismului plan.

7.5.2. TEOREMA ASEMĂNĂRII

Pentru alte puncte aparținînd planului unui element cinematic, vitezele și accelerațiile se determină dacă se cunosc pozițiile vîrfurilor vectorilor viteză, respectiv accelerație ai altor două puncte de pe același element, cu ajutorul teoremei asemănării, potrivit căreia: „figura formată în planul vitezelor relative sau în planul accelerațiilor relative de vîrfuri vectorilor punctelor aparținînd elementului este direct asemenea cu figura formată de punctele respective în planul mecanismului (denumită figură în mișcare)“.

În cazul planului vitezelor, cele două figuri asemenea au laturile perpendiculare (figura vitezelor relative este rotită față de figura în mișcare cu 90° în sensul vitezei unghiulare ω), iar în cazul planului accelerațiilor figura din acest plan este rotită cu unghiul $(\pi - \mu)$ în sensul accelerației unghiulare ϵ a elementului.

VERIFICAREA CUNOȘTINȚELOR

1. Cum sînt vitezele și accelerațiile diferitelor puncte situate pe un element cinematic aflat în mișcare de translație rectilinie?
2. Precizați ce deosebiri există între distribuțiile de viteze și accelerații a două elemente cinematice, primul fiind în mișcare de translație rectilinie, iar secundul în mișcare de translație circulară.
3. Ce corelații pot exista între suporturile vitezei liniare și accelerației tangențiale ale punctelor de pe elementele cinematice care descriu o mișcare de rotație?
4. Cum se construiește grafic accelerația normală a unui punct cunoscînd viteza lui și scara accelerațiilor $k_a = \frac{k_v^2}{k_l}$?

CINEMATICA GRAFOANALITICĂ A MECANISMELOR PLANE CU BARE

8.1. DENUMIRILE ȘI VARIANTELE CONSTRUCTIVE ALE ELEMENTELOR CINEMATICE

Mecanismele plane cu bare transmit mișcarea de la *elementul conducător* (sau elementele conducătoare) la *elementul condus* (sau elementele conduse) în mod indirect, folosind unul sau mai multe *elemente intermediare*. Fiind mecanisme plane, elementele cinematice componente sînt legate între ele numai prin cuple de clasa a V-a (de rotație sau de translație). Elementele cinematice au diverse denumiri și forme constructive după felul mișcării realizate și tipul cuplelor utilizate (tab. 8.1).

TABELUL 8.1

Categoria	Denumirea	Felul mișcării realizate	Tipul cuplelor utilizate	Schema cinematică
I Elemente conducătoare (motoare)	1 Manivela	Rotație completă	Două cuple de rotație (una fixă, cealaltă mobilă)	
	2 Glisiera sau pistonul	Translație oscilantă	O cuplă de rotație și o cuplă de translație (ambele mobile, ghidajul fiind fix)	
II Elemente intermediare	1 Biela	Mișcare plană de rototranslație oscilantă	Două cuple de rotație mobile	
	2 Biela eulisoav	Mișcare plană de rototranslație	O cuplă de rotație și o cuplă de translație (ambele mobile)	
III Elemente conduse	1 Balansierul	Mișcare de rotație oscilantă	Două cuple de rotație (una fixă, cealaltă mobilă)	
	2 Glisiera sau pistonul	Translație oscilantă	O cuplă de rotație și o cuplă de translație (ambele mobile, ghidajul fiind fix)	

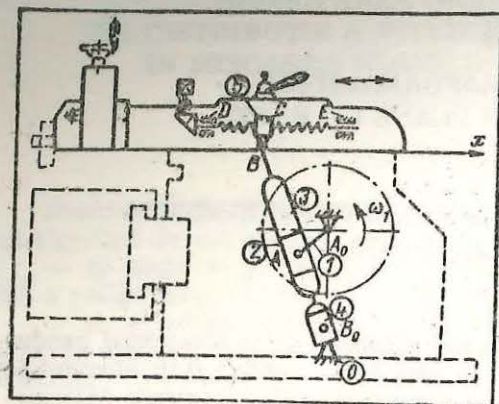


Fig. 8.1. Amplasarea mecanismului manivelă-culică în construcția rabotezelor.

Mecanismele cu bare sînt foarte răspîndite în practică, ele constituind majoritatea mecanismelor plane utilizate în tehnică. Pentru exemplificare este reprezentat în figura 8.1 mecanismul manivelă-culică (șeping) utilizat în construcția rabotezelor.

8.2. CINEMATICA GRAFOANALITICĂ A PRINCIPALELOR MECANISME MOTOR PLANE ARTICULATE DE CLASA A II-a/ORDINUL 2

8.2.1. MECANISMUL MOTOR PATRULATER 4R (RRRR)

Se consideră mecanismul-motor 4R(A_0ABB_0) (fig. 8.2, a) la care sînt cunoscute pozițiile articulațiilor fixe A_0, B_0 , dimensiunile elementelor A_0A, AB, BB_0 , poziția elementului conducător dată de unghiul φ_1 de rotație al manivelei, și mărimea vitezei unghiulare de rotație a acestui element $\omega_1 = \text{const.}$ De asemenea, se cunoaște poziția unui punct arbitrar M aparținînd planului bielei AB .

Studiul cinematic constă în determinarea distribuției de viteze și accelerații pe întregul mecanism folosind metoda grafoanalitică.

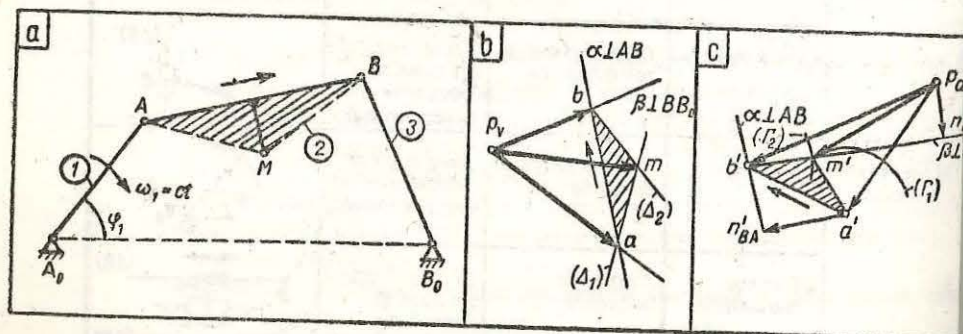


Fig. 8.2. Planșe de viteze și accelerații la mecanismul patrulater 4R:
a — schema cinematică; b — planul vitezelor; c — planul accelerațiilor.

Distribuția de viteze

- 1) $v_A = \omega_1 \cdot A_0A \perp A_0A$
- 2) $\frac{\vec{v}_B}{\perp BB_0} = \frac{\vec{v}_A}{\perp A_0A} + \frac{\vec{v}_{BA}}{\perp AB}$
($\vec{p}_B b$) = ($\vec{p}_A a$) + ($a b$) (în fig. 8.2, b)
- 3) $\vec{v}_M$ — prin asemănare
(Δ) $ABM \sim (\Delta) a m b$
 $m \in [(\Delta)_A \perp AM] \cap [(\Delta)_B \perp BM]$
- 4) $\omega_2 = v_{BA}/AB$; $\omega_3 = v_B/BB_0$

Distribuția de accelerații

- 1) $a_A = \omega_1^2 \cdot A_0A \parallel A_0A$
- 2) $\frac{\vec{a}_B}{\perp BB_0} = \frac{\vec{a}_A}{\perp A_0A} + \frac{\vec{a}_{BA}}{\perp AB}$
 $\vec{a}_B = \frac{\vec{a}_A}{\perp A_0A} + \frac{\vec{a}_{BA}}{\perp AB}$
 $\vec{a}_B = \frac{\vec{a}_A}{\perp A_0A} + \frac{\vec{a}_B}{\perp BB_0}$
($\vec{p}_B n'$) + ($n' b'$) = ($\vec{p}_A a'$) + ($a' n'$) + ($n' b'$)
(în fig. 8.2, c) unde
 $a_{BA}^n = v_{BA}^2/AB = k_v^2 (ab)^2/AB$
 $a_B^n = v_B^2/BB_0 = k_v^2 (p_b b)^2/BB_0$
- 3) $\vec{a}_M$ — prin asemănare:
(Δ) $AMB \sim (\Delta) a' m' b'$
 $\frac{(a' m')}{AM} = \frac{(a' b')}{AB} = \frac{(m' b')}{MB} \Rightarrow (a' m'); (m' b')$
 $m' = (\Gamma_1)_{a' a'} \cap (\Gamma_2)_{b' b'}$
- 4) $\varepsilon_1 = 0$ (deoarece $\omega_1 = \text{const.}$);
 $\varepsilon_2 = a_{BA}^t/AB$; $\varepsilon_3 = a_B^t/BB_0$

Planul vitezelor, construit la scara k_v , este redat în figura 8.2, b, iar planul accelerațiilor, trasat la scara $k_a = k_v^2/k_l$, este reprezentat în figura 8.2, c.

Construcția grafică a planului vitezelor (fig. 8.2, b) se face în următoarea succesiune:

— Se alege* scara vitezelor $k_v \left[\frac{\text{ms}^{-1}}{\text{mm}} \right]$, se determină și se tratează vectorul $(\vec{p}_A a) = \frac{v_A}{k_v} \perp A_0A$ care reprezintă, pe desen, viteza punctului A (p_a — polul vitezelor).

— Din extremitatea a a vectorului $(\vec{p}_A a)$ se duce direcția $(a\alpha) \perp AB$ (direcția vitezei relative $\vec{v}_{BA}$). În acest fel a fost construit grafic membrul drept al ecuației vectoriale (2).

— Din polul vitezelor p_a se duce direcția $(p_a\beta) \perp BB_0$ care reprezintă suportul vitezei $\vec{v}_B$. A fost construit astfel și membrul stîng al ecuației vectoriale (2). La intersecția direcțiilor $(a\alpha)$ și $(p_a\beta)$ se obține punctul b (vîrfurile vectorului vitezei $\vec{v}_B$). Rezultă $\vec{v}_B = k_v (p_a b)$.

— Viteza unui punct oarecare M aparținînd planului elementului AB se obține aplicînd teorema asemănării. Întrucît în planul mecanismului și în planul vitezelor celor două figuri asemenea (triunghiurile ABM și abm)

* În rezolvarea problemelor se procedează invers și anume se desenează vectorul $(\vec{p}_A a) = 30-40 \text{ mm}$, după care se stabilește scara vitezelor $k_v = v_A/(p_a a)$.

au laturile perpendiculare, punctul m se obține la intersecția direcțiilor $(\Delta_1) \perp AM$, dusă din a , și, respectiv, $(\Delta_2) \perp BM$, dusă din b . Rezultă $v_M = k_v(p_0 m)$.

Ca regulă generală practică, se reține că, la figurile direct asemenea virfurile omoloage (de exemplu M și m) apar în aceeași ordine pentru un sens unic de parcurgere a conturului celor două figuri. Astfel, în cazul analizat, parcurgând elementul (AB) de la A către B , punctul M se vede în dreapta. Aceeași concordanță va trebui să existe și în planul vitezelor, adică punctul m trebuie să se găsească în dreapta vectorului $(\overline{ab})$ la parcurgerea acestuia de la a către b .

Mărimea vitezei unghiulare ω_2 a elementului AB se deduce din relația $\omega_2 = \frac{v_{BA}}{AB} = \frac{k_v(ab)}{AB}$, iar sensul ei se obține transpunând vectorul $(\overline{ab})$ din planul vitezelor, în articulația B , și observând sensul rotației pe care elementul AB îl capătă în ipoteza că articulația A este fixă. În cazul analizat, acest sens de rotație este trigonometric și el se notează, în aplicații, în dreptul relației respective.

În mod asemănător rezultă și mărimea vitezei unghiulare $\omega_3 = \frac{v_B}{BB_0}$ a elementului B_0B , sensul ei de rotație fiind cel orar.

Planul accelerațiilor se trasează în următoarea succesiune (fig. 8.2, c).

— Se alege scara accelerațiilor $k_a \left[\frac{\text{ms}^{-2}}{\text{mm}} \right]$ (de regulă $k_a = \frac{k_v^2}{k_l}$ pentru a se obține componentele normale ale accelerațiilor în mod direct făcând rapoartele segmentelor corespunzătoare din planul de viteze și planul mecanismului). În continuare se determină și se construiește vectorul $(\overline{p_a a'}) = \frac{a_A}{k_a} \parallel AA_0$ (care reprezintă accelerația totală a punctului A), iar în extremitatea a' se transpune vectorul $(\overline{a' n'_{BA}}) = \frac{\overline{a_{BA}}}{k_a} = \frac{(\overline{ab})}{(AB)} \parallel BA$ (care reprezintă accelerația relativă normală $\overline{a_{BA}^n}$). Din n'_{BA} se duce direcția $(n'_{BA} \alpha) \perp AB$ ce reprezintă primul loc geometric al vârfului vectorului

accelerației punctului B . În acest fel a fost construit grafic primul membru al ecuației vectoriale (2).

În polul accelerațiilor p_a se construiește vectorul $(\overline{p_a n'_{BA}}) = \frac{\overline{a_B^n}}{k_a} \parallel BB_0$ (care reprezintă accelerația normală a punctului B), iar în n'_{BA} se trasează direcția $(n'_{BA} \beta) \perp BB_0$, ce reprezintă al doilea loc geometric al vârfului vectorului accelerației punctului B . Prin această reprezentare s-a construit grafic și al doilea membru al ecuației vectoriale (2). Rezultă $b' \equiv (n'_{BA} \alpha) \cap (n'_{BA} \beta)$ și deci $\overline{ab} = k_a(\overline{p_a b'})$; $\overline{a_{BA}} = k_a(n'_{BA} b')$, $\overline{a_B} = k_a(n'_{BA} b')$.

Accelerația punctului M se obține cu ajutorul teoremei asemănării, virful m' al vectorului accelerației $(\overline{p_a m'})$ rezultând la intersecția arcului de cerc (Γ_1) de rază $(a'm')$ și centru a' , cu arcul de cerc (Γ_2) de rază $(b'm')$ și centru b' .

Valorile razelor $(a'm')$ și $(b'm')$ au fost determinate din rapoartele de proporționalitate ale laturilor triunghiurilor direct asemenea ABM și $a'b'm'$.

Verificarea directei asemănări între cele două figuri se face prin constatarea că parcurgând latura $(a'n')$ de la a' către b' , punctul m' trebuie să se vadă de aceeași parte (în cazul de față în dreapta).

Mărimea accelerației unghiulare ϵ_2 a elementului AB se deduce din relația $\epsilon_2 = \frac{a_{BA}^t}{AB} = \frac{k_a(n'_{BA} b')}{AB}$ iar sensul ei de rotație se obține transpunând

vectorul $(\overline{n'_{BA} b'})$ din planul accelerațiilor în articulația B și observând sensul rotației pe care elementul (AB) îl capătă presupunând articulația A ca fiind fixă (în cazul analizat ϵ_2 are sens de rotație trigonometric).

În mod analog rezultă accelerația unghiulară $\epsilon_3 = \frac{a_B^t}{BB_0}$ cu sensul de rotație trigonometric. Analizând rezultatele se observă că, la momentul considerat, biela are o mișcare plană de rototranslație accelerată (ω_2 și ϵ_2 au același sens de rotație), iar balansierul are o mișcare circulară încetinită (ω_3 și ϵ_3 au sensuri contrare).

Exemplul 8.1. Să se determine distribuția de viteze și accelerații la mecanismul-motor plan patrulater $4R$ din figura 8.2, a cunoscând datele din tabelul 8.2.

Rezolvare. Rezultatele obținute sînt centralizate în același tabel.

TABELUL 8.2

numerie (date și calculate)

Date constructive și cinematice								Scări	
A_0A	AB	B_0B	AM	BM	A_0B_0	φ_1^0	$\omega_1 = \text{ct.}$	k_l	k_v
m	m	m	m	m	m	—	rads ⁻¹	$\frac{\text{m}}{\text{mm}}$	$\frac{\text{ms}^{-1}}{\text{mm}}$
0,2	0,3	0,25	0,165	0,165	0,5	55°	42,3	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{2}$

Valori calculate pentru trasarea planelor						Rezultate							
a_A	$k_a = \frac{k_v^2}{k_l}$	$(\overline{p_a a'})$	$(\overline{p_a a'})$	$(\overline{a' n'_{BA}})$	$(\overline{p_a n'_{BA}})$	v_B	a_B	v_M	a_M	ω_2	ω_3	ϵ_2	ϵ_3
ms ⁻²	$\frac{\text{ms}^{-2}}{\text{mm}}$	mm	mm	mm	mm	ms ⁻¹	ms ⁻²	ms ⁻¹	ms ⁻²	rad s ⁻¹	rad s ⁻¹	rad s ⁻²	rad s ⁻²
550	25	21	22	10,7	8,1	7,5	700	10	475	31,6	30	750	2 750

8.2.2. MECANISMUL MOTOR MANIVELA-PISTON R (RRT)

Se consideră un mecanism-motor plan manivelă-piston R(RRT) dezaxat (fig. 8.3, a), la care se cunosc pozițiile articulației fixe A_0 , a ghidajului ΔB și a elementului conducător (dată de unghiul φ_1), precum și mărimea vitezei unghiulare de rotație a acestui element $\omega_1 = \text{const.}$ Se măsoară poziția unui punct arbitrar M aparținând planului bielei AB .

8.2.2.1. Metoda ecuațiilor cu vectori normali

Distribuția de viteze

- 1) $v_A = \omega_1 A_0 A \perp A_0 A$
- 2) $\frac{\overline{v_B}}{\|\Delta B\|} = \frac{\overline{v_A}}{\perp A_0 A} + \frac{\overline{v_{BA}}}{\perp AB}$
- 3) $\overline{v_M}$ — prin asemănare
 $(\Delta)AMB \perp (\Delta)amb$
 $m \equiv [(\Delta)_a \perp AM] \cap [(\Delta)_b \perp BM]$
- 4) $\omega_2 = v_{BA}/AB$; $\omega_3 = 0$ (elementul 3 se află în mișcare de translație).

Distribuția de accelerații

- 1) $a_A \equiv a_A^n = \omega_1^2 A_0 A \parallel A_0 A$
- 2) $\frac{\overline{a_B}}{\|\Delta B\|} = \frac{\overline{a_A^n}}{\|A_0 A\|} + \frac{\overline{a_{BA}^n}}{\|BA\|} + \frac{\overline{a_{BA}^t}}{\perp AB}$
 unde $a_{BA}^n = v_{BA}^2 / AB = k_v^2 (ab)^2 / AB$
- 3) $\overline{a_M}$ — prin asemănare:
 $(\Delta)AMB \sim (\Delta)a'm'b'$; $\frac{(a'm')}{AM} = \frac{(a'b')}{AB} = \frac{(b'm')}{BM} \Rightarrow (a'm'); (b'm')$
 $m' \equiv (\Gamma_1)_{a'}^{(m'a')} \cap (\Gamma_2)_{b'}^{(b'm')}$
- 4) $\varepsilon_1 = 0$ (deoarece $\omega_1 = \text{const.}$);
 $\varepsilon_2 = a_{BA}^t / AB$; $\varepsilon_3 = 0$ (elementul 3 se află în mișcare de translație).

Planul vitezelor, trasat la scara k_v , și planul accelerațiilor, construit la scara $k_a = k_v^2 / k_l$, sînt redată în figurile 8.3, b, respectiv 8.3, c.

Exemplul 8.2. Să se determine distribuția de viteze și accelerații la mecanismul-motor plan manivelă-piston dezaxat R(RRT) (fig. 8.3, a) cunoscînd datele înscrise în tabelul 8.3.

Mecanismul manivelă piston — numere (date și calculate)

Date constructive și cinematice							Scări		Valori calculate pentru		Rezultate									
A_0A	AB	A_0C	AM	BM	φ°	$\omega_1 = \text{ct}$	k_l	k_v	v_A	a_A	$k_a = \frac{k_v^2}{k_l}$	$\overline{(p_v a)}$	$\overline{(p_a a')}$	$\overline{(a' n' BA)}$	v_B	a_B	ω_2	ε_2	v_M	a_M
m	m	m	m	m	—	rad s ⁻¹	$\frac{\text{m}}{\text{mm}}$	$\frac{\text{ms}^{-1}}{\text{mm}}$	ms ⁻¹	ms ⁻²	$\frac{\text{ms}^{-2}}{\text{mm}}$	mm	mm	mm	ms ⁻¹	ms ⁻²	rad s ⁻¹	rad s ⁻¹	ms ⁻¹	ms ⁻²
0,2	0,45	0,04	0,24	0,24	35°	52,3	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{2}$	~10,5	~10,5	25	21	22	4,05	11,8	187,5	15,55	1 055,5	10	440

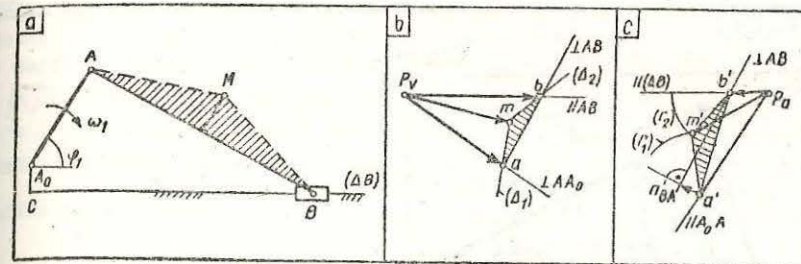


Fig. 8.3. Planele de viteze și accelerații la mecanismul manivelă-piston dezaxat R(RRT):

a — schema cinematică; b — planul vitezelor; c — planul accelerațiilor.

Rezolvare. Efectuînd calculele grafice conform metodologiei prezentate se obțin rezultatele indicate la același tabel.

8.2.2.2. Metoda ecuațiilor cu vectori rabătuți

În studiul cinetostatic al mecanismelor este mai comod să se lucreze cu metoda ecuațiilor cu vectori rabătuți, care constă în trasarea planului vitezelor rotite cu 90°, respectiv a planului accelerațiilor rotite cu 180°. Această trasare se poate face fie separat de planul mecanismului, fie direct pe planul mecanismului, ultima modalitate fiind preferată.

Distribuția de viteze

- 1) $\overline{v_A} \perp A_0 A$ (rotire cu 90°)
- 2) $\frac{\overline{v_B}}{\perp \Delta B} = \frac{\overline{v_A}}{\perp A_0 A} + \frac{\overline{v_{BA}}}{\perp AB}$

Distribuția de accelerații

- 1) $\overline{a_A} \parallel A_0 A$
- 2) $\frac{\overline{a_B}}{\perp AB} = \frac{\overline{a_A^n}}{\parallel A_0 A} + \frac{\overline{a_{BA}^n}}{\parallel BA} + \frac{\overline{a_{BA}^t}}{\perp AB}$

TABELUL 8.3

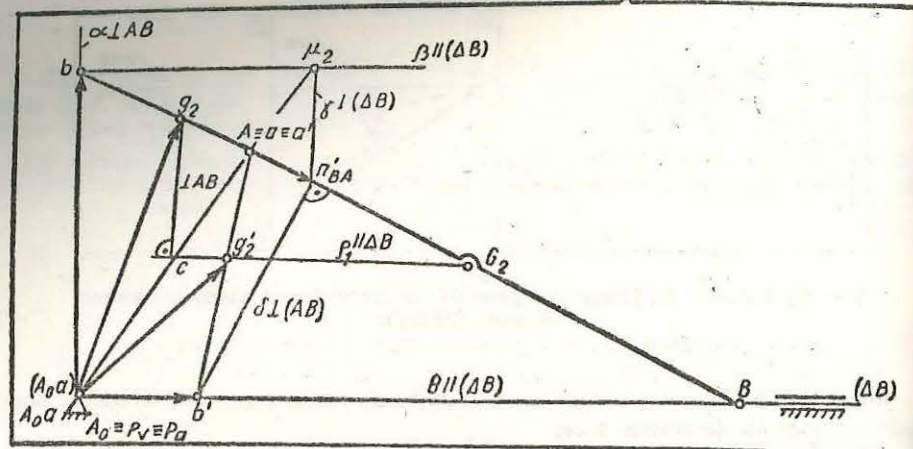


Fig. 8.4. Construcții grafice pentru determinarea planelor de viteze și accelerații cu vectori rabătuți (roțiți).

Trasarea planului vitezelor rotite cu 90° (fig. 8.4) se face în următoarea ordine:

— Se alege polul vitezelor în articulație fixă A_0 și se reprezintă viteza punctului a prin vectorul $(p_a a) \equiv (A_0 a)$. Rezultă scara vitezelor $k_v = \omega_1 k_l$ (această relație se obține din egalitatea $\frac{v_A}{k_v} = \frac{A_0 A}{k_l}$ în care se înlocuiește $v_A = \omega_1 A_0 A$).

— Se duce direcția $(A_0 a) \perp (\Delta B)$ pînă intersectează prelungirea bieiei (AB) în punctul b . Rezultă viteza rotită cu 90° a punctului B : $v_B = k_v (p_b b)$.

— Unind a cu b se deduce distribuția de viteze rotite pe biela (AB) cu ajutorul, căreia se determină viteza oricărui punct aparținând planului bieiei.

Trasarea planului accelerațiilor rotite cu 180° (fig. 8.4) se face în succesiunea care urmează:

— Se alege polul accelerațiilor în articulația fixă A_0 și se reprezintă accelerația punctului A prin vectorul $(p_a a'') \equiv (A_0 A)$. Rezultă scara accelerațiilor $k_a = \omega_1^2 k_l$ (această relație se obține din egalitatea $\frac{a_A''}{k_a} = \frac{A_0 A}{k_l}$ în care se înlocuiește $a_A'' = \omega_1^2 A_0 A$).

— Se determină punctul u_2 la intersecția direcției $(A_0 A)$ cu dreapta $(b' u_2)$ paralelă cu (ΔB) .

— Din u_2 se duce direcția $(u_2 n') \perp (\Delta B)$ pînă intersectează biela (AB) în punctul n'_{BA} . Rezultă astfel accelerația rotită $a_{BA}'' = k_a (a' n'_{BA})$.

Astfel, viteza centrului de greutate (G_2) al bieiei se obține fie prin asemănare, fie ducînd din G_2 direcția $(G_2 p_1)$ paralelă la (ΔB) pînă intersectează $(p_a a)$ în punctul c , de unde se ridică o perpendiculară pe (ΔB) pînă intersectează vectorul (Ab) în punctul g_2 . Rezultă $v_{G_2} = k' (p_g g_2)$.

— Din n'_{AB} se trasează direcția $(n'_{BA} \delta)$ perpendiculară pe (AB) obținîndu-se punctul b' la intersecția cu direcția $\theta \parallel \Delta B$ și implicit accelerația rotită a punctului B : $a_B' = k_a' (p_a b')$.

— Unind a' cu b' se deduce distribuția de accelerații rotite pe biela (AB) care poate fi folosită pentru determinarea accelerației oricărui punct aparținînd planului bieiei. De exemplu, accelerația rotită a centrului de greutate G_2 a bieiei se obține fie prin asemănare, fie ducînd din G_2 direcția $(G_2 p_1)$ paralelă la (ΔB) pînă intersectează $(a' b')$ în g'_2 . Rezultă $a_{G_2}' = k_a' (p_a g'_2)$.

8.3. DETERMINAREA DISTRIBUȚIEI DE VITEZE ȘI ACCELERAȚII LA MECANISMELE-MOTOR PLANE ARTICULATE DE CLASA A II-a/ORDINUL 2

Pe baza modalității de determinare a distribuțiilor de viteze și accelerații prezentată anterior se analizează cinematic orice mecanism-motor plan cu bare articulate de clasa a II-a/ordinul 2. Algoritmul de calcul cuprinde:

- alcătuirea schemei cinematice;
- verificarea familiei și a gradului de mobilitate al mecanismului;
- alcătuirea schemei structurale și stabilirea clasei și ordinului mecanismului (pentru a se constata dacă mecanismul este de clasa a II-a/ordinul 2);
- scrierea ecuațiilor vectoriale care dau distribuția de viteze și accelerații;
- construirea planelor vitezelor și accelerațiilor și determinarea valorilor numerice ale vitezelor (liniare, unghiulare) și accelerațiilor (liniare, unghiulare).

Exemplul 8.4. Să se determine distribuția de viteze și accelerații în mecanismul transportor din figura 8.5, a. Se cunosc lungimile elementelor $A_0 A = B_0 B = AB = 0,2$ m, $BC = 1,2$ m, pozițiile articulațiilor fixe, ghidajului și manivelei $a = 0,05$ m, $b = 0,05$ m; $\varphi_1 = 63^\circ$, precum și viteza unghiulară a manivelei ($\omega_1 = 10$ rad s^{-1}).

Rezolvare. Pe baza rezolvării ecuațiilor vectoriale se obțin datele centralizate în tabelul 8.4.

TABELUL 8.4

Mecanismul transportor										Valori calculate pentru trasarea planelor							
Date constructive și cinematice								Scări adoptate		Rezultate							
$A_0 A$	$B_0 B$	AB	BC	a	b	φ_1^0	$\omega_1 = ct$	k_l	k_v	v_A	$(p_a a)$	a_A	$(p_a a'')$	v_B	v_C	a_B	a_C
m	m	m	m	m	m	—	rad s^{-1}	$\frac{m}{mm}$	$\frac{ms^{-1}}{mm}$	ms^{-1}	mm	ms^{-2}	mm	ms^{-1}	ms^{-1}	ms^{-2}	ms^{-2}
0,2	0,2	0,2	1,2	0,05	0,06	63°	10	$\frac{1}{80}$	$\frac{1}{8}$	2	16	20	16	2,5	2,51	33,7	7

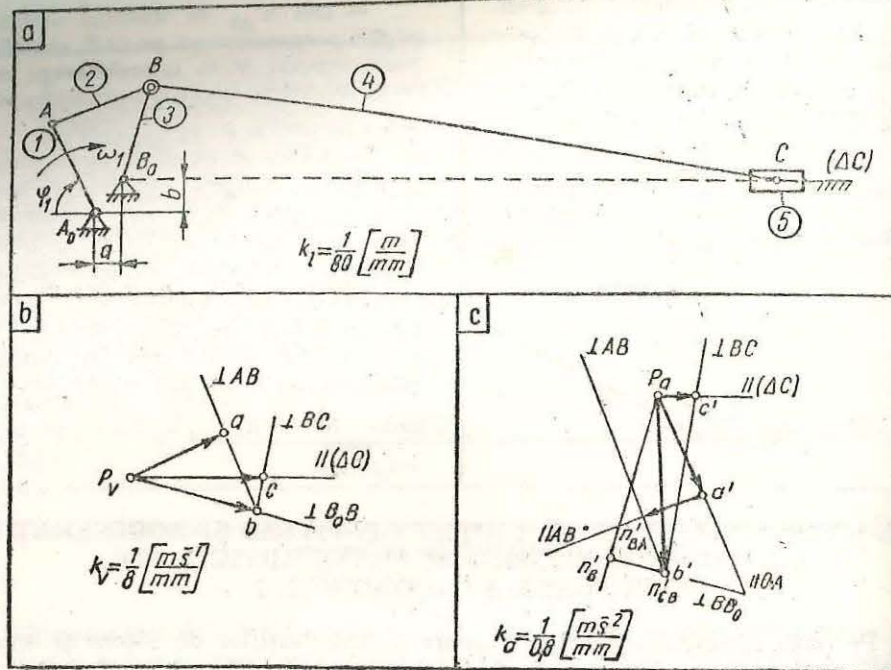


Fig. 8.5. Mecanismul transportor:

a - schema cinematică; b - planul vitezelor; c - planul accelerațiilor,

Determinarea vitezelor

$$\begin{aligned}
 1) \quad v_A &= \omega_1 A_0 A \perp A_0 A \\
 2) \quad \frac{v_B}{\perp BB_0} &= \frac{v_A}{\perp A_0 A} + \frac{v_{BA}}{\perp AB} \\
 3) \quad \frac{v_C}{\parallel \Delta C} &= \frac{v_B}{\perp BB_0} + \frac{v_{CB}}{\perp BC} \\
 4) \quad \omega_2 &= \frac{v_{BA}}{AB}; \quad \omega_3 = \frac{v_{CB}}{BC}; \quad \omega_4 = \frac{v_{CA}}{AC}; \quad \omega_5 = 0.
 \end{aligned}$$

VERIFICAREA CUNOȘTINTELOR

1. Enumerați denumirile elementelor cinematice conducătoare, intermediare și conduse care pot fi întâlnite în componența mecanismelor plane cu bare articulate.
2. Să se determine distribuția de viteze și accelerații la mecanismul manivelă-piston pentru motoarele în V (fig. 8.6), cunoscând: $\omega_1 = 167,4 \text{ rad s}^{-1}$, $A_0 A = 0,07 \text{ m}$, $AB = 0,28 \text{ m}$, $AC = 0,06 \text{ m}$, $\hat{A} = 45^\circ$, $CD = 0,22 \text{ m}$, $AG_2 = 0,09 \text{ m}$, $CG_4 = 0,11 \text{ m}$.

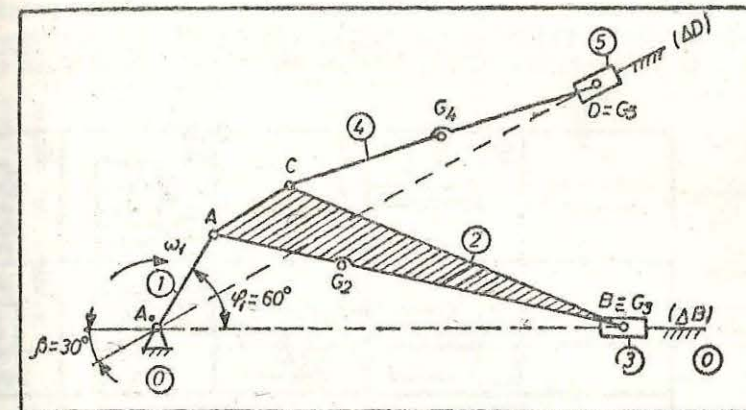


Fig. 8.6. Mecanismul manivelă-piston al motorului în V.

9

CINEMATICA GRAFOANALITICĂ A MECANISMELOR CU CAME

9.1. DENUMIRILE ȘI VARIANTELE CONSTRUCTIVE ALE ELEMENTELOR CINEMATICE

Mecanismele cu came fac parte din categoria mecanismelor cu cuple superioare. Ele sînt constituite dintr-un element profilat numit *camă*, de regulă element conducător, care transmite prin contact direct (cuplă de clasa a IV-a) elementului condus, numit *tachet*, o mișcare a cărei lege este determinată de profilul camei. În general, mecanismele cu came pot realiza orice lege de mișcare pentru elementul condus, deoarece profilul camei poate avea forme extrem de variate. Aceste mecanisme sînt întîlnite în toate domeniile industriale avînd un rol foarte important în construcția mașinilor automate și a motoarelor. Pentru exemplificare, se prezintă schema constructivă a unui mecanism cu camă utilizat la motoarele cu ardere internă (fig. 9.1).

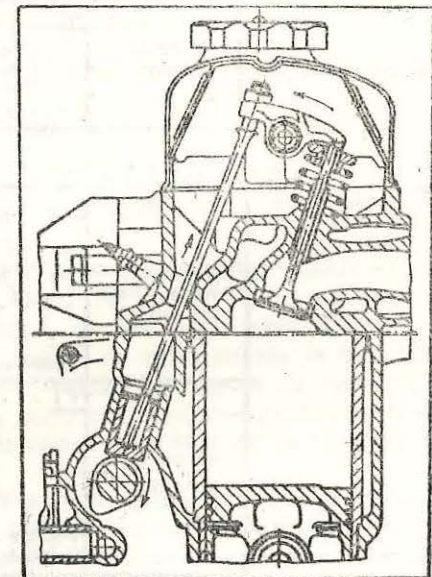
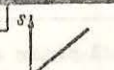
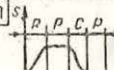


Fig. 9.1. Schema constructivă a mecanismelor cu came utilizate la motoarele cu ardere internă.

Mecanismele cu came se clasifică pe baza cunoașterii prealabile a caracteristicilor *constructive* și *cinematice* ale camelor (clasificare redată în tabelul 9.1) și, respectiv, ale *tachetilor* (clasificare prezentată în tabelul 9.2).

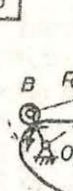
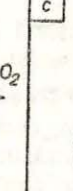
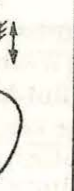
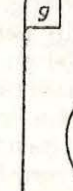
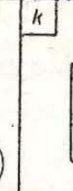
TABELUL 9.1

Forma curbei de profil	a  Plană	b  Plană	c  Spațială cilindrică	d  Spațială conică
Dispunerea profilului	e  Exterioară	f  Exterioară	g  Interioară	h  Interioară
Ecuația curbei deplasării $s = s(\varphi)$	i  Camă cu profil liniar	j  Camă cu profil parabolic	k  Camă cu profil cosinusoidal	l  Camă cu profil sinusoidal
Fazele comandate de camă (R - ridicare, P - pauză, C - coborîre)	m  Camă de tip RPC	n  Camă de tip RPC	o  Camă de tip RPC	p  Camă de tip RPC
Numărul de curse ale tachetului la o rotație completă a camei	q  Camă simplă	r  Camă dublă	s  Camă triplă	t  Camă cuadruplă
Realizarea constructivă a camei	u  Camă completă	v  Camă completă	w  Camă compusă	x  Camă secționată
Mișcarea camei	y  Camă de rotație	z  Camă de translație	aa  Camă oscilantă	ab  Camă fixă

TABELUL 9.2

Forma constructivă a suprafeței de contact	a  Tachet cu vîrf	b  Tachet cu rolă	c  Tachet cu disc plan	d  Tachet cu disc
Mișcarea tachetului	e  Mișcare de translație rectilinie alternativă	f  Mișcare oscilantă	g  Mișcare plan-parabolică	

TABELUL 9.3

Direcția deplasării tachetului față de centrul camei	a  Mecanism cu tachet axial translant	b  Mecanism cu tachet axial oscilant	c  Mecanism cu tachet excentric translant	d  Mecanism cu tachet excentric oscilant
Modul de închidere a cuplei cinematice	e  Închidere prin forță dezvoltată de un arc	f  Închidere prin forță dezvoltată de un arc	g  Închidere cinematică camă canelată	h  Închidere cinematică camă spațială canelată
	i  Închidere cinematică prin came duble	j  Închidere cinematică prin came duble	k  Închidere cinematică prin tachet dublu	l  Închidere cinematică prin canal dublu și tachet cu două role

Pe baza acestor date, mecanismele cu came pot fi clasificate după mai multe criterii (tab. 9.3).

9.2. ANALIZA CINEMATICA GRAFOANALITICA A MECANISMELOR CU CAMÉ

Analiza cinematică are ca scop determinarea *deplasărilor*, *vitezelor* și *accelerațiilor* tachetului pentru diferite poziții ale camei în timpul ciclului cinematic, cunoscînd tipul mecanismului, dimensiunile elementelor și profilul camei. Pe această bază se obțin legile de mișcare ale tachetului care se folosesc pentru trasarea profilului camei în raport cu cerințele procesului tehnologic. Una din metodele pentru efectuarea grafoanalitică a analizei cinemateice a mecanismelor cu came este metoda *diagramelor cinemateice*.

Metoda necesită parcurgerea a două etape de aplicare: *trasarea curbei de deplasare a tachetului în funcție de deplasarea camei* (pornind de la profilul cunoscut al camei) și *determinarea diagramelor vitezelor reduse și a accelerațiilor reduse ale tachetului în funcție de deplasarea camei*.

Trasarea curbei deplasării tachtului se bazează pe *principiul inversiunii mișcării (Willis)*. În acest scop, se imprimă întregului mecanism (inclusiv elementului-bază) o mișcare de sens contrar cu viteza camei ($-\omega_1$ sau $-\dot{\varphi}_1$). Drept consecință, cama devine fixă, iar tachtul execută o mișcare în plus, putându-i-se măsura deplasările și deci trasa grafic curba deplasărilor punctului său de contact A_2 în funcție de deplasarea camei. Se exemplifică aplicarea principiului inversiunii mișcării la camele frecvent întâlnite în tehnică.

Mecanismele cu came de rotație (fig. 9.2) pot avea:

Tacht translant axial (fig. 9.2, a). În acest caz, se procedează astfel:

— Se trasează profilul camei la scara lungimilor k_l , precizându-se succesiv *cercul de bază* (C_B) cu centrul în A_0 și rază r_0 , *cercul de vîrf* (C_V) cu centrul în A_0 și raza $R=r_0+h$ (h este deplasarea maximă a tachtului — cursa tachtului), unghiurile de *ridicare* φ_1 , de *staționare pe cercul de vîrf* φ_2 , de *coborire* φ_3 și de *staționare pe cercul de bază* φ_4 . Unghiurile φ_1 și φ_3 se împart într-un număr de părți egale.

— Pentru diferite unghiuri $\varphi_{10}^1, \varphi_{20}^2 \dots$ (ale unghiului φ_1), respectiv $\varphi_{10}^3, \varphi_{20}^3 \dots$ (ale unghiului φ_3), stabilite în raport cu poziția tachtului Δ_2^0 aleasă ca origine, se măsoară deplasările corespunzătoare $s_{10}^1, s_{20}^1, \dots, s_{10}^3, s_{20}^3$ ale punctului A_2 , între cercul de bază (C_B) și cercul de vîrf (C_V).

— Se transpun deplasările $s_{10}(i=1, 2, \dots)$ într-un sistem de axe cartezian de coordonate, rezultînd diagrama $s_{A_2}=s_{A_2}(\varphi)$. Scările diagramei sînt $k_s \equiv k_l \left[\frac{\text{m}}{\text{mm}} \right]$ pentru deplasări și $k_\varphi \left[\frac{\text{rad s}^{-1}}{\text{mm}} \right]$ pentru unghiuri.

Observație. Această diagramă se poate obține rabătînd, cu centrul în A_0 , punctele 0, 1, 2... de pe profilurile de ridicare și de coborire (rezultate din împărțirea unghiurilor φ_1 și φ_3 în părți egale) pe direcția Δ_2^0 , deasupra lui A_0 . La rîndul lor, aceste puncte se transpun pe axa verticală Os_{A_2} a unui sistem de axe care are axa absciselor O_φ tangentă la cercul de bază C_B al camei (fig. 9.2, b).

Tacht translant excentric (fig. 9.2, c). În acest caz, se procedează astfel:

— Se trasează profilul camei precizîndu-se cercul de bază (C_B), cercul de vîrf (C_V), *cercul excentricității* (C_e) de rază e și unghiurile $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$. Cele două unghiuri φ_1, φ_3 se împart într-un număr de părți egale.

— Deplasările tachtului rezultă în același mod cu mențiunea că ele se măsoară pe *tangentele la cercul excentricității* (C_e) duse de *aceeași parte* a acestui cerc.

Tacht translant cu rolă (fig. 9.2, d). În acest caz, rezolvarea este identică cu precizarea că deplasările tachtului se măsoară între cercul de bază (C_B) și profilul echidistant (Γ_B).

Tacht oscilant cu rolă (fig. 9.2, e). În acest caz, se procedează astfel:

— Se trasează mecanismul la scara k_l precizîndu-se cercul de bază (C_B), cercul de vîrf (C_V), unghiurile $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$, cercul rolei (C_r) cu centrul în B și raza r_r , lungimea tachtului (BB_0).

— Aplicînd inversiunea mișcării, cama devine fixă, iar articulația B_0 a tachtului se deplasează pe cercul (C_{B_0}) cu centrul în A_0 și raza A_0B_0 , rola aflîndu-se în contact permanent cu profilul real al camei.

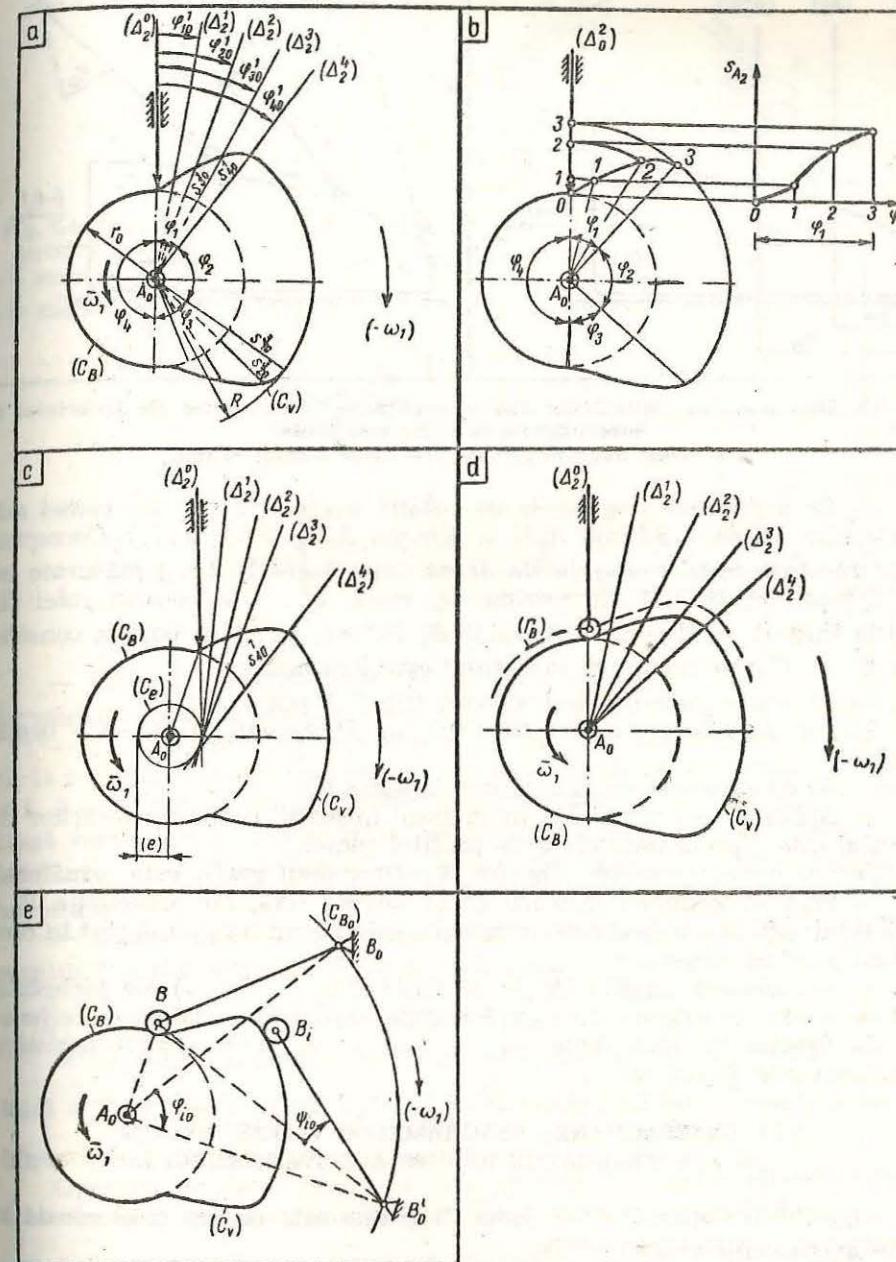


Fig. 9.2. Determinarea deplasărilor sau unghiurilor de oscilație ale tachtului la mecanismele cu came rotative:

a — tacht translant axial (prima metodă); b — tacht translant axial (metoda a doua); c — tacht translant excentric; d — tacht translant cu rolă; e — tacht oscilant cu rolă.

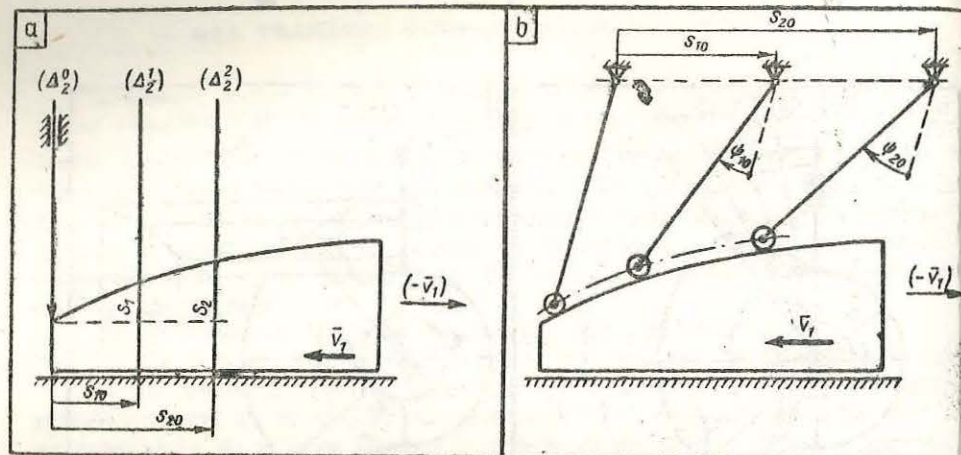


Fig. 9.3. Determinarea deplasărilor sau a unghiurilor de oscilație ale tachtului la mecanismele cu came translante:

a — tachet translant cu vîrf; b — tachet oscilant cu rolă.

— Se precizează unghiurile de rotație φ_{i0} ($i=1, 2, \dots$) ale camei măsurate între direcția inițială A_0B_0 și direcția $A_0B_0^i$ ($i=1, 2, \dots$). Corespunzător acestora rezultă unghiurile de oscilație ψ_{i0} ($i=1, 2, \dots$) măsurate între dreapta B_0^iB dusă din poziția B_0^i ($i=1, 2, \dots$) la centrul rolei din poziția inițială și direcția tachtului $B_0^iB_i$ ($i=1, 2, \dots$) în poziția considerată $B_0^iB_i$. Curba deplasării tachtului este $\psi_{i0}=\psi(\varphi_{i0})$.

Mecanismele cu came de translație (fig. 9.3) pot avea:

Tachet translant cu vîrf (fig. 9.3, a). Procedeu grafic este următorul:

— Se construiește profilul camei la scara k_k ;
— Aplicîndu-se principiul inversiunii mișcării, curba deplasărilor tachtului este reprezentată chiar de profilul camei.

Tachet oscilant cu rolă (fig. 9.3, b). Procedeu grafic este următorul:

— Prin inversiunea mișcării cama devine fixă, iar articulația B_0 a tachtului capătă o mișcare de translație, rola rămînînd permanent în contact cu profilul camei.

— Se măsoară unghiurile de oscilație ψ_{i0} ($i=1, 2, \dots$) ale tachtului față de o axă de origine (în figură poziția extremă din stînga a tachtului), în funcție de deplasările s_{i0} ($i=1, 2, \dots$) ale camei. Curba deplasării tachtului este $\psi_{i0}=\psi(s_{i0})$.

9.2.2. DETERMINAREA DIAGRAMELOR VITEZEI REDUSE ȘI A ACCELERĂȚIEI REDUSE ALE TACHETULUI

Algoritmul obținerii celor două diagrame este același și el constă în parcurgerea următoarelor etape:

— Se așază axele diagramei vitezei reduse $v_{A_2}^{red}(\varphi)$, și a accelerației reduse $a_{A_2}^{red}(\varphi)$ sub cea a deplasării tachtului $s_{A_2}(\varphi)$, respectîndu-se împărțirea unghiurilor φ_1 și φ_3 (fig. 9.4).

— Se împarte abscisa curbei deplasării tachtului într-un număr de intervale egale ($\Delta\varphi$), conform împărțirii unghiurilor φ_1 și φ_3 , la capetele cărora punctele sînt Q_j, Q_{j+1} ($j=1, 2, \dots$) — figura 9.4, a.

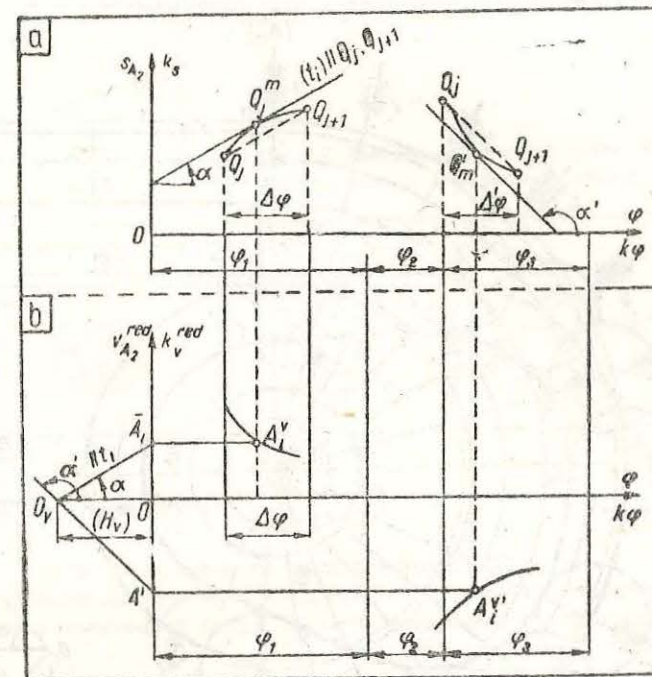


Fig. 9.4. Principiul derivării grafice:

a — diagrama $s_{A_2}(\varphi)$;
b — diagrama $v_{A_2}^{red}(\varphi)$.

— Prin punctele mediane Q_j^m ($j=1, 2, \dots$), Q_{j+1}^m ($j=1, 2, \dots$) ale intervalelor se duc tangentele t_i paralele cu coardele Q_j, Q_{j+1} .

— Se alege în diagrama vitezei reduse (fig. 9.4, b) polul de derivare O_v la o distanță polară (H_v) arbitrar aleasă. Din O_v se duc dreptele $O_v\bar{A}_i$ ($i=1, 2, \dots$) paralele la tangentele t_i . Orizontalele din $\bar{A}_i \in O_v\bar{A}_i$ intersec-tează verticalele punctelor mediane ale intervalelor, în $\dots A_i^v$ ($i=1, 2, \dots$), $A_i^{v'}$ ($i=1, 2, \dots$), care reprezintă puncte ale diagramei vitezei reduse a tachtului.

— Se unesc cu o linie continuă punctele A_i^v ($i=1, 2, \dots$), $A_i^{v'}$ ($i=1, 2, \dots$), rezultînd curba vitezei reduse a tachtului $v_{A_2}^{red}=v_{A_2}/\omega_1$ la scara $k_v^{red} = \frac{1}{(H_v)} \frac{k_s}{k_\varphi}$.

— În mod asemănător se obține și curba accelerației reduse a tachtului $a_{A_2}^{red}=a_{A_2}/\omega_1^2$ la scara $k_a^{red} = \frac{1}{(H_a)} \frac{k_v^{red}}{k_\varphi}$ unde (H_a) este distanța polară arbitrar aleasă din diagrama respectivă.

Operația de determinare pe cale grafică a curbelor vitezei reduse și a accelerației reduse a tachtului se numește *derivare grafică*.

Exemplul 9.1. Să se construiască diagramele cinematice ale mecanismului cu camă rotativă și tachet translant cu rolă (fig. 9.5) pentru unghiul de ridicare φ_1 .

Rezolvare. Unghiul de ridicare φ_1 se împarte în șase părți egale, notate pe profilul echidistant al camei prin punctele $A_1 \dots A_7$, care se transpun mai întîi pe direcția inițială a tachtului (Δ_2^0) și apoi pe axa ordonatelor diagramei deplasării ta-

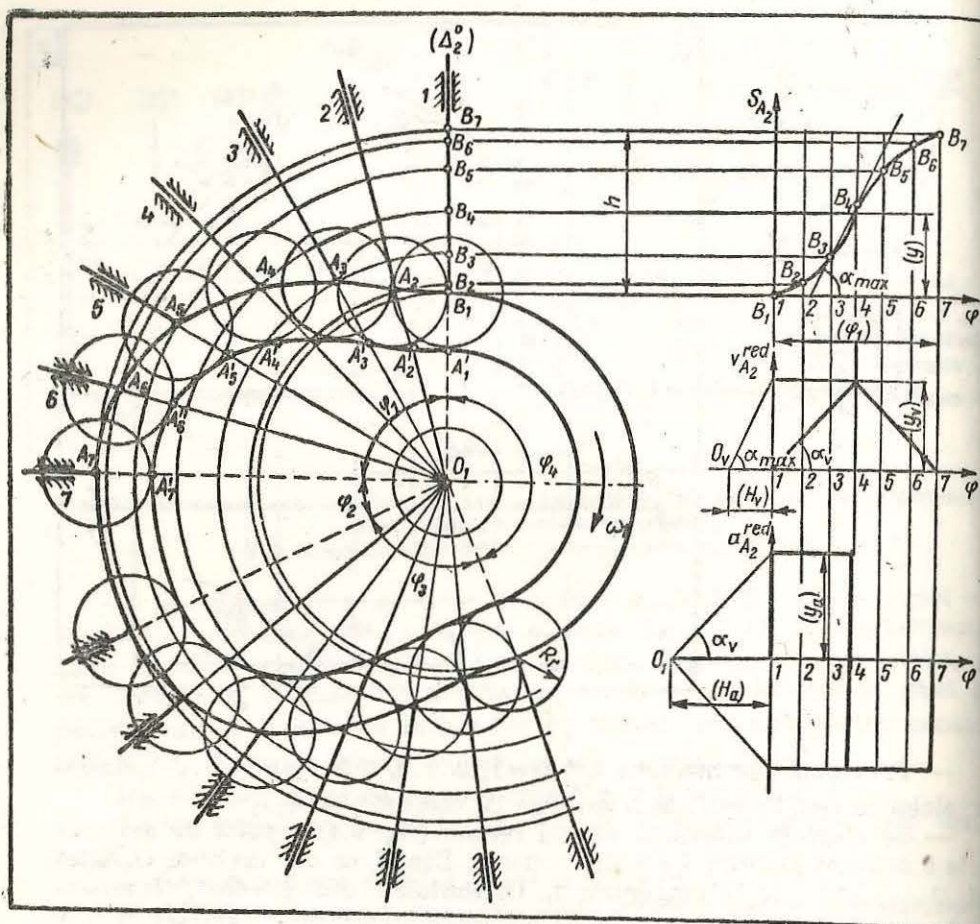


Fig. 9.5. Diagrammele cinematice ale unui mecanism cu camă rotativă și tachtet translant cu rolă.

chetului, la aceeași scară k_s , în funcție de abscisele corespunzătoare împărțirii unghiului φ_1 . Se obțin punctele $B_1, B_2 \dots B_7$ care se unesc cu o linie continuă. Rezultă astfel diagrama deplasării tachtetului $s_{A_2} = s_{A_2}(\varphi)$ care este compusă din două arce de parabolă cu punctul B_4 punct de inflexiune. Tangenta comună în punctul B_4 determină unghiul α_{max} .

Pentru trasarea diagramei vitezei reduse a tachtetului se alege polul de derivare O_v la o distanță oarecare (H_v) în care se construiește unghiul α_{max} obținându-se ordonata maximă (y_v) corespunzătoare punctului 4 de pe axa absciselor. Viteza acestui punct este $\bar{v}_{B_4} = k_v(y_v)\omega_1$. Diagrama vitezei reduse este liniară, dreaptă fiind înclinată cu unghiul α_v .

Diagrama accelerației reduse se trasează în mod similar, alegându-se polul de derivare la o distanță arbitrară (H_a) . Pentru accelerația redusă se obține o dreaptă paralelă cu axa absciselor avînd salturi de accelerație cu schimbare de sens în punctele 1, 4 și 7, care provoacă șocuri dure în mecanism datorită forțelor de inerție dezvoltate. Aceste șocuri pot avea ca urmări creșterea bruscă a solicitării dinamice a elementelor cinematice, uzura profilului camei și deformații remanente locale care conduc, în final, la nerespectarea legii de mișcare. Accelerația maximă are valoarea $\bar{a}_{B_4} = k_a(\bar{y}_a)\omega_1^2$.

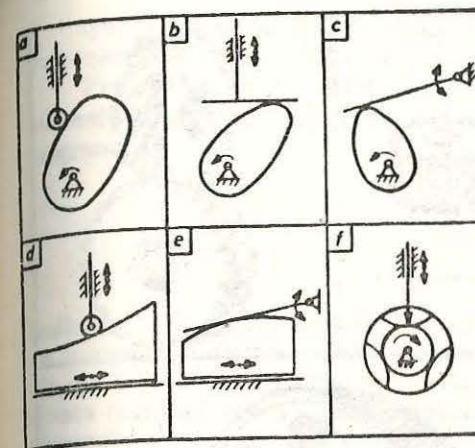
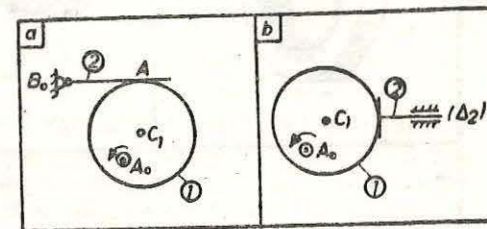


Fig. 9.6. Diverse mecanisme cu camă.

Fig. 9.7. Mecanism cu camă rotativă: a — tachtet oscilant; b — tachtet translant plan.



VERIFICAREA CUNOȘTINTELOR

1. Ce denumiri poartă mecanismele cu came din figura 9.6?
2. Care sînt mecanismele înlocuitoare cu cuple inferioare ale mecanismelor cu camă rotativă și tachtet oscilant, respectiv translant plan (fig. 9.7)?
3. Cum se trasează diagrama de deplasare a tachtetului la o camă rotativă cu tachtet translant dezaxat?
4. Care sînt relațiile dintre scările diagramelor cinematice ale unui mecanism cu camă rotativă?
5. Indicați principiul derivării grafice.

10

CINEMATICA GRAFOANALITICĂ A MECANISMELOR CU ROȚI DINȚATE

10.1. CLASIFICAREA, DENUMIRILE ȘI VARIANTELE CONSTRUCTIVE ALE ELEMENTELOR CINEMATICE

Se deosebesc:

- mecanisme alcătuite din două roți dințate numite *angrenaje simple*;
- mecanisme alcătuite din minimum trei roți dințate numite *angrenaje multiple* sau *trenuri cu roți dințate*.

Utilizarea mecanismelor cu roți dințate este foarte vastă în construcția de mașini, aparate și instalații, începînd cu mecanisme de ceasornic — caracterizate prin puteri și viteze periferice reduse — și terminînd cu turbine care funcționează la puteri de zeci de mii de kilowați și viteze periferice de 100—150 m/s.

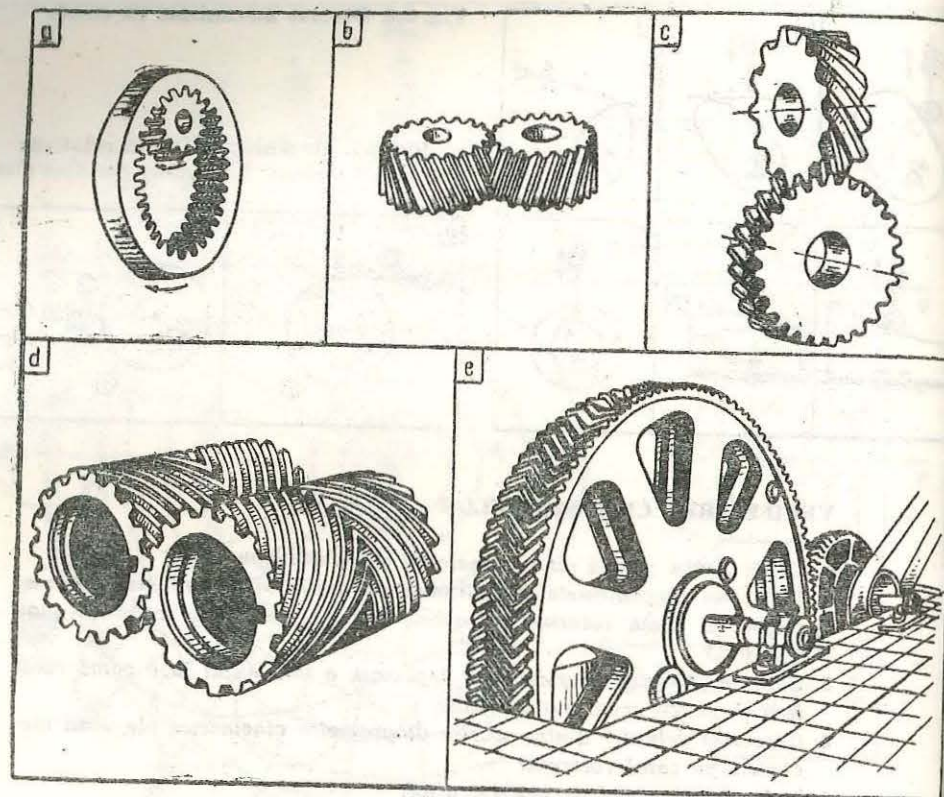


Fig. 10.1. Tipuri de danturi la roțile dințate:
a — dinți drepti; b — dinți înclinați; c — dinți curbți; d — dinți în V; e — dinți în W.

În aceste condiții, roțile dințate pot fi executate cu diametre cuprinse între fracțiuni de milimetru pînă la mai mult de 10 m. Dantura roților poate fi *simplică* (cu dinți drepti, înclinați sau curbți) sau *compusă* (cu dinți în V și în W) — figura 10.1.

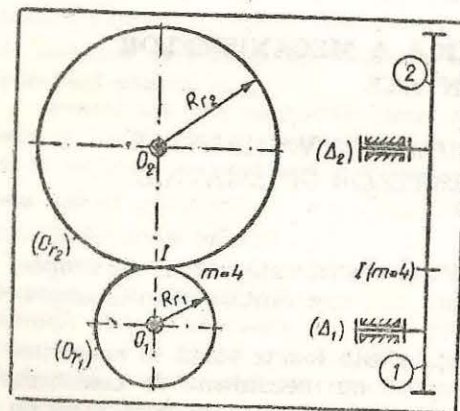


Fig. 10.2. Schema cinematică a angrenajului cilindric.

Cel mai simplu mecanism cu roți dințate este *angrenajul* (fig. 10.2). El este constituit din două roți prevăzute cu *danturi* cu ajutorul cărora se transmite direct, printr-o cuplă cinematică superioară I de clasa a IV-a ($m=4$), mișcarea de rotație și forța de la roata conducătoare 1 (numită și *pinion*) la roata condusă 2.

Roțile dințate cilindrice se reprezintă grafic în studiile de analiză cinematică prin discuri delimitate prin cercul propriu de rulare (*rostogolire*) C, care reprezintă cercul cvasimedian dintre vârful și piciorul dintelui.

Cupla superioară I de clasa a IV-a formată de contactul a doi dinți este nereversibilă și deschisă.

Prin definiție se numește *raport de transmitere* (i_{12}) raportul dintre vitezele unghiulare ale roții conducătoare (ω_1) și conduse (ω_2) aflate în angrenare

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \quad (10.1)$$

indicele 12 indicînd sensul transmiterii mișcării. Dacă $i_{12} > 1$ mecanismul se numește *reductor* (roata condusă are viteza unghiulară mai mică decât cea a roții conducătoare), iar dacă $i_{12} < 1$ mecanismul este *multipliator* (roata condusă are o viteză unghiulară mai mare decât cea a roții conducătoare).

Angrenajele (tab. 10.1) pot fi clasificate după următoarele criterii principale: poziția axelor arborilor, forma suprafețelor exterioare ale roților, felul angrenării, raportul de transmitere realizat și starea cinematică a axelor arborilor.

10.2. LEGEA FUNDAMENTALĂ A ANGRENĂRII

Legea fundamentală a angrenării are următorul enunț: „Normala comună la cele două profiluri în contact ale dinților intersectează linia centrelor O_1O_2 într-un punct I, numit *polul angrenării*, astfel încît raportul celor două segmente (IO_2/IO_1) este direct proporțional cu raportul de transmitere ($i_{12} = \omega_1/\omega_2$). Dacă $i_{12} = \text{const.}$, atunci polul I este fix în tot timpul angrenării celor două profiluri” — figura 10.3.

Notînd cu: ω_1, ω_2 și n_1, n_2 — vitezele unghiulare, respectiv turațiile celor două roți; R_{r1}, R_{r2} — razele cercurilor de rostogolire; z_1, z_2 — numerele de dinți, legea fundamentală a angrenării se poate exprima prin relația:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \pm \frac{R_{r2}}{R_{r1}} = \pm \frac{z_2}{z_1} \quad (10.2)$$

semnul plus luîndu-se pentru angrenarea interioară și semnul minus pentru angrenarea exterioară. În legătură cu legea fundamentală a angrenării sînt de făcut următoarele observații:

— relația (10.2) se aplică tuturor mecanismelor cu roți dințate avînd *axe fixe*;

— proiecțiile vitezelor punctelor suprapuse în momentul considerat al mișcării (M_1, M_2 — fig. 10.3), care aparțin profilurilor dinților celor două roți în contact (1 și 2), pe normala comună n_{12} sînt egale:

$$pr_{n_{12}} \bar{v}_{M_1} = pr_{n_{12}} \bar{v}_{M_2} = k_0(Mm_0);$$

— viteza relativă de alunecare $\bar{v}_{M_2M_1}$ dintre cele două profiluri este cu atît mai mică cu cît punctul comun de contact se apropie de polul an-

Numărul serii	Paștea axelor arborilor (Δ_1 și Δ_2)	Forma suprafețelor exterioare ale roților	Falul angrenării	Raportul de transmitere i_{12} realizat	Starea cinematică a axelor arborilor α -Axe fixe (angrenaje ordinare) β -Axe fixe și mobile (mecanisme planetare simple sau diferențiale)
1	 I Axe paralele ($\Delta_1 \parallel \Delta_2$; angrenaje cilindrice)	1 Cilindrice 2 Speciale	A Exterioară B Interioară	a Circulare ($i_{12} = cl$) b Necirculare ($i_{12} \neq cl$)	α Ordinare β Planetare β' simple β'' diferențiale
2	 II Axe concurente ($\Delta_1 \cap \Delta_2$; angrenaje conice)	1 Conice 2 Speciale	A Exterioară B Interioară	a Circulare ($i_{12} = cl$) b Necirculare ($i_{12} \neq cl$)	α Ordinare β Planetare β' simple β'' diferențiale
3	 III Axe încrucișate ($\Delta_1 \perp \Delta_2$; angrenaje hiperboloide)	1 Hiperboloidale 2 Elipsoidale 2 ^a Melo-roată melcătă 3 Hipoide 4 Speciale	A Exterioară B Interioară	a Circulare ($i_{12} = cl$) b Necirculare ($i_{12} \neq cl$)	α Ordinare β Planetare β' simple β'' diferențiale

* Nu prezintă interes din punct de vedere practic.

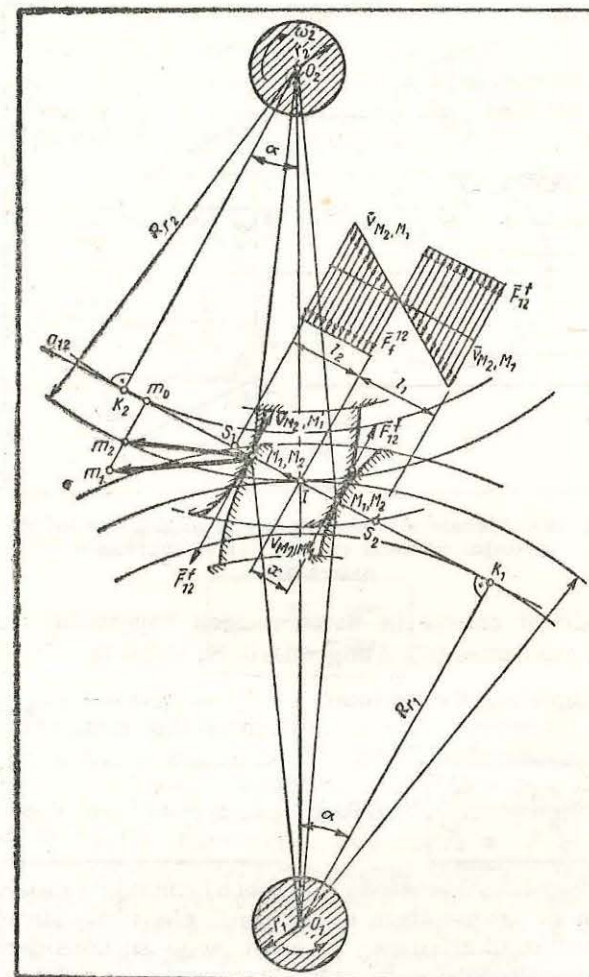


Fig. 10.3. Legea fundamentală a angrenării.

angrenării I. Ea se anulează în I, după care schimbă de sens (fig. 10.3). Rezultă că polul angrenării este singurul punct din tot timpul angrenării unde nu există alunecare între profiluri, acestea fiind în rostogolire pură. Alunecarea profilurilor produce uzura dinților și consum de lucru mecanic prin frecare. Efectele acestor inconveniente se reduc printr-o prelucrare fină și precisă a roților și printr-o ungere corectă (majoritatea angrenajelor de puteri și turații mari funcționează în băi de ulei).

10.3. CINEMATICA ANGRENAJELOR CU AXE PARALELE FIXE (ANGRENAJE CILINDRICE)

Angrenajele cilindrice pot avea angrenare exterioară sau interioară. Aceste mecanisme se analizează utilizându-se metode analitice și grafo-analitice.

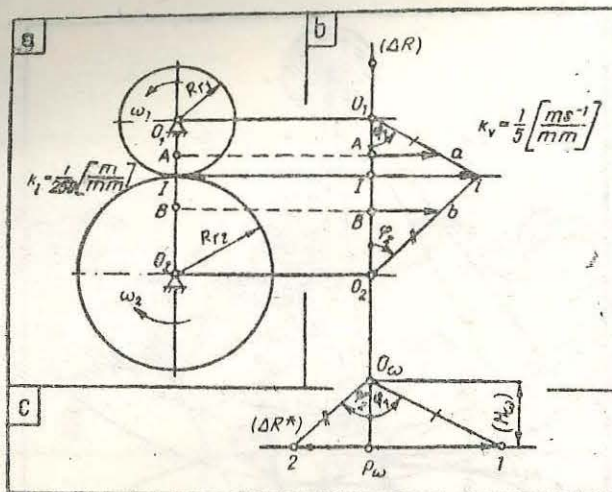


Fig. 10.4. Planele vitezelor liniare și unghiulare la angrenajul cilindric cu axe fixe și angrenare exterioară.

Metoda analitică constă în determinarea raportului de transmitere cu ajutorul legii fundamentale a angrenării. Se obțin următoarele expresii:

— pentru angrenarea exterioară (fig. 10.4)

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = -\frac{R_{r2}}{R_{r1}} = -\frac{z_2}{z_1} \quad (10.3)$$

— pentru angrenarea interioară (fig. 10.5)

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{R_{r2}}{R_{r1}} = \frac{z_2}{z_1} \quad (10.4)$$

Metoda grafoanalitică (metoda Kutzbach) constă în determinarea grafică a raportului de transmitere cu ajutorul planului vitezelor liniare și al planului vitezelor unghiulare. În acest scop se consideră angrenajul construit la scara lungimilor k_l arbitrar aleasă (fig. 10.4, a și respectiv fig. 10.5, a), unde $(O_1I) = R_{r1}/k_l$ și $(O_2I) = R_{r2}/k_l$.

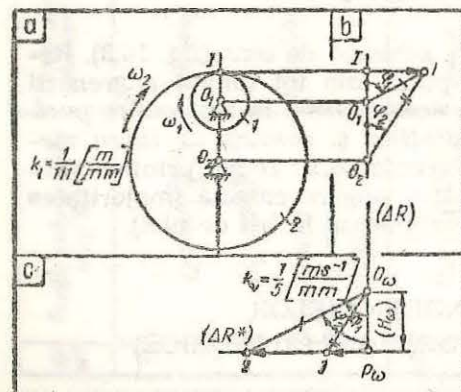


Fig. 10.5. Planele vitezelor liniare și unghiulare la angrenajul cilindric cu axe fixe și angrenare interioară.

a) Planul vitezelor liniare (fig. 10.4, b, respectiv fig. 10.5, b). Alături de mecanismul se trasează dreapta de referință $(\Delta R) \parallel (O_1O_2)$, pe care se transpun punctele O_1, O_2 (proiecțiile axelor Δ_1 și Δ_2 pe un plan lateral) și I (punctul de contact dintre roți). În punctul $I \in (\Delta R)$ se construiește, la scara vitezelor k_v , viteza punctului I reprezentată de vectorul $(\vec{Ii}) = \frac{v_I}{k_r}$,

unde $v_I \equiv v_{r1} \equiv v_{r2} = R_{r1}\omega_1 = R_{r2}\omega_2$. Se unesc prin drepte punctele de viteză nulă $O_1, O_2 \in (\Delta R)$ cu punctul i obținându-se dreptele $(O_1i), (O_2i)$ care reprezintă locurile geometrice ale extremităților vectorilor viteză ale tu-

toror punctelor situate pe ambele roți. De exemplu: $\vec{v}_A = k_v(\vec{Aa})$; $\vec{v}_B = k_v(\vec{Bb})$. În acest fel s-a construit planul vitezelor liniare, triunghiurile (IiO_1) și respectiv (IiO_2) reprezentând distribuțiile vitezelor pe roțile 1 și 2, date de unghiurile φ_1 și φ_2 al căror sens de măsurare indică și sensul de rotație al roților. Din aceste triunghiuri se deduc relațiile:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{(Ii)}{(O_1I)} = \frac{v_{r1}/k_v}{R_{r1}/k_l} = \frac{k_l}{k_v} \frac{R_{r1}\omega_1}{R_{r1}} = \frac{\omega_1}{k_\omega^*} \Leftrightarrow \boxed{\omega_1 = k_\omega^* \operatorname{tg} \varphi_1} \quad (10.5)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{(Ii)}{(O_2I)} = \frac{v_{r2}/k_v}{R_{r2}/k_l} = \frac{k_l}{k_v} \frac{R_{r2}\omega_2}{R_{r2}} = \frac{\omega_2}{k_\omega^*} \Leftrightarrow \boxed{\omega_2 = k_\omega^* \operatorname{tg} \varphi_2} \quad (10.6)$$

unde

$$\boxed{k^* = k_v/k_l} \quad [s^{-1}]. \quad (10.7)$$

Rezultă raportul de transmitere

$$\boxed{i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varphi_2}}. \quad (10.8)$$

Planul vitezelor unghiulare (fig. 10.4, c, respectiv fig. 10.5, c). Se construiește linia de referință $(\Delta R^*) \perp (\Delta R)$. Intersecția celor două linii de referință determină polul vitezelor unghiulare p_ω . Din polul p_ω se măsoară pe direcția (ΔR) distanța arbitrară (H_ω) [mm] rezultând punctul $O_\omega \in (\Delta R)$. În O_ω se construiesc unghiurile φ_1 și φ_2 ducând paralele la dreptele (O_1i) , respectiv (O_2i) din planul vitezelor liniare. Aceste paralele intersectează linia de referință (ΔR^*) în punctele 1 și 2. Dacă se scriu relațiile (10.5) și (10.6) explicitându-se $\operatorname{tg} \varphi_1$ și $\operatorname{tg} \varphi_2$ cu elementele geometrice corespunzătoare din planul vitezelor unghiulare rezultă

$$\omega_1 = k_\omega^* \operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{k_v}{k_l} \frac{(p_\omega 1)}{(H_\omega)} = \boxed{k_\omega(p_\omega 1)} \quad (10.9)$$

$$\omega_2 = k_\omega^* \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{k_v}{k_l} \frac{(p_\omega 2)}{(H_\omega)} = \boxed{k_\omega(p_\omega 2)} \quad (10.10)$$

unde

$$\boxed{k_\omega = \frac{k_v}{k_l(H_\omega)}} \quad \left[\frac{s^{-1}}{mm} \right]. \quad (10.11)$$

Raportul de transmitere se va calcula cu relația

$$\boxed{i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{(p_\omega 1)}{(p_\omega 2)}}. \quad (10.12)$$

Observații

1) Orientarea vectorilor viteză unghiulară în planul vitezelor unghiulare indică semnul raportului de transmitere. Astfel, în cazul angrenării exterioare, vectorii $\omega_1 = k_\omega(p_{\omega 1})$ și $\omega_2 = k_\omega(p_{\omega 2})$ au sensuri contrare și deci raportul de transmitere i_{12} este negativ, spre deosebire de cazul angrenării interioare la care vitezele unghiulare respective au același sens, raportul de transmitere fiind pozitiv.

2) Planul vitezelor unghiulare reprezintă, în același timp, și planul turațiilor reprezentat la scara turațiilor $k_n = \frac{30}{\pi} k_\omega$ (dedusă din relația $n = \frac{30}{\pi} \omega$).

Exemplul 10.1. Folosind metoda grafoanalitică să se determine viteza unghiulară ω_2 a roții conduse și raportul de transmitere i_{12} pentru angrenajul cilindric cu angrenare exterioară (v. fig. 10.4). Se cunosc $\omega_1 = 97,28 \text{ rad s}^{-1}$, $R_{r1} = 0,03 \text{ m}$ și $R_{r2} = 0,052 \text{ m}$.

Rezolvare. Rezultatele sînt indicate în tabelul 10.2.

TABELUL 10.2

Angrenajul cilindric cu axe fixe și angrenare exterioară — valori numerice (date și calculate)

Date			Scări adoptate				Valori calculate necesare construcției planelor de viteze liniare și unghiulare				Rezultate obținute prin calcul grafic		Eroarea calculului grafic (pentru i_{12})
R_{r1}	R_{r2}	ω_1	k_l	k_ω	$k_\omega^* = \frac{k_\omega}{k_l}$	k_ω	(R_{r1})	(R_{r2})	v_1	$(\bar{l}_i)$	ω_2	i_{12}	e
m	m	rad s ⁻¹	$\frac{\text{m}}{\text{mm}}$	$\frac{\text{ms}^{-1}}{\text{m}}$	s ⁻¹	$\frac{\text{s}^{-1}}{\text{mm}}$	mm	mm	ms ⁻¹	mm	rad s ⁻¹	—	%
0,03	0,052	97,28	$\frac{1}{250}$	$\frac{1}{5}$	50	5,88	7,5	13	2,9184	14,6	55,57	1,75	1%

Exemplul 10.2. Să se determine prin metoda grafoanalitică viteza unghiulară ω_2 și raportul de transmitere i_{12} pentru angrenajul cilindric cu angrenare interioară din figura 10.5, cunoscîndu-se $\omega_1 = 47,1 \text{ rad s}^{-1}$, $R_{r1} = 0,0315 \text{ m}$, $R_{r2} = 0,104 \text{ m}$.

Rezolvare. În tabelul 10.3 sînt date rezultatele calculului grafoanalitic.

TABELUL 10.3

Angrenajul cilindric cu axe fixe și angrenare interioară — valori numerice (date și calculate)

Date			Scări adoptate				Valori calculate necesare construcției planelor de viteze liniare și unghiulare				Rezultate obținute prin calcul grafic		Eroarea calculului grafic (pentru i_{12})
R_{r_1}	R_{r_2}	ω_1	k_l	k_v	$k_\omega^* = \frac{k_v}{k_l}$	k_ω	(R_{r_1})	(R_{r_2})	v_1	$(\bar{l}_i)$	ω_2	i_{12}	e
m	m	rad s ⁻¹	$\frac{m}{mm}$	$\frac{ms^{-1}}{mm}$	s ⁻¹	s ⁻¹	mm	mm	ms ⁻¹	mm	rad s ⁻¹	—	%
0,0315	0,104	47,1	$\frac{1}{111}$	$\frac{1}{5}$	22,2	2,22	3,5	11,54	1,48	7,4	14,7	3,29	0,3%

10.4. CINEMATICA ANGRENAJELOR CU AXE CONCURENTE FIXE (ANGRENAJE CONICE)

Angrenajele conice pot fi construite cu angrenare exterioară (fig. 10.6, fig. 10.7) sau interioară (fig. 10.8).

Metoda grafoanalitică constă numai în construirea planului vitezelor unghiulare deoarece distribuțiile de viteze liniare nu se pot trasa fiind în plane diferite perpendiculare pe axe Δ_1 și Δ_2 ale roților. Cu ajutorul planului vitezelor unghiulare se determină grafic raportul de transmitere, cunoscînd viteza unghiulară ω_1 a roții conducătoare 1 (în mărime, direcție și sens). În acest scop se trasează mai întîi mecanismul la scara lungimilor k_l , după care se rezolvă grafic, la scara vitezelor unghiulare k_ω , ecuația vectorială de compunere a vitezelor unghiulare.

$$\frac{\omega_2}{\parallel \Delta_2} = \frac{\omega_1}{\parallel \Delta_1} + \frac{\omega_{21}}{\parallel AS}$$

Din planul vitezelor unghiulare (fig. 10.6, b, fig. 10.7, b, respectiv fig. 10.8, b) rezultă: $\omega_2 = k_\omega(p_{\omega 2})$; $\omega_{21} = k_\omega(12)$; $i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{(p_{\omega 1})}{(p_{\omega 2})}$.

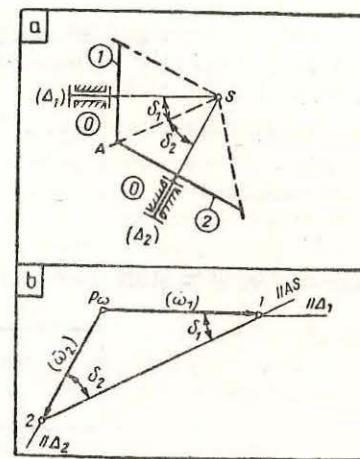


Fig. 10.6. Angrenajul conic cu axe fixe și angrenare exterioară avînd semiunghiul la centru.

a — schema cinematică; b — planul vitezelor unghiulare.

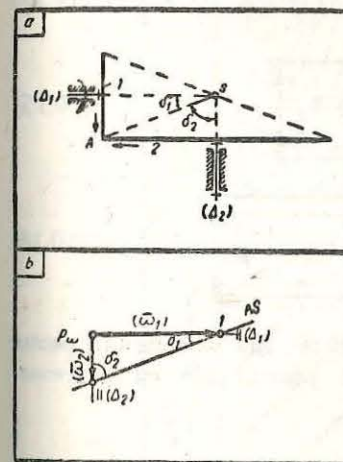


Fig. 10.7. Angrenajul conic cu axe fixe și angrenare exterioară avînd semiunghiul la centru.

$\delta = 90^\circ$:

a — schema cinematică; b — planul vitezelor unghiulare.

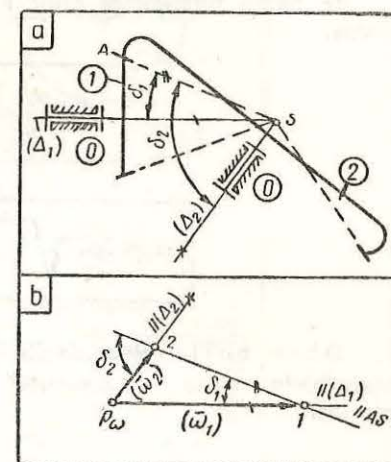


Fig. 10.8. Angrenajul conic cu axe fixe și angrenare interioară: a — schema cinematică; b — planul vitezelor unghiulare.

Metoda analitică se bazează pe aplicarea succesivă a teoremei sinusurilor și respectiv cosinusurilor în planul vitezelor unghiulare (fig. 10.6, b, respectiv fig. 10.8, b).

— Aplicând teorema sinusurilor se obține relația

$$\frac{\omega_1}{\sin \delta_2} = \frac{\omega_2}{\sin \delta_1}$$

care servește la stabilirea raporturilor de transmitere

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{R_{r2}}{R_{r1}} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1} \quad (10.13)$$

— Din aplicarea teoremei cosinusurilor se deduce

$$\omega_{21} = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + 2\omega_1\omega_2 \cos \delta} = \omega_1 \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 + 2 \cos \delta}$$

Înlocuind $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\sin \delta_1}{\sin \delta_2} = \frac{z_1}{z_2}$ rezultă

$$\omega_{21} = \omega_1 \sqrt{1 + \frac{\sin^2 \delta_1}{\sin^2 \delta_2} + 2 \frac{\sin \delta_1}{\sin \delta_2} \cos \delta} = \omega_1 \sqrt{1 + \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2 + 2 \frac{z_1}{z_2} \cos \delta} \quad (10.14)$$

În cazul particular când $\delta = 90^\circ$ (fig. 10.7), relațiile (10.13) și (10.14) devin

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{R_{r2}}{R_{r1}} = \frac{z_2}{z_1} = \operatorname{ctg} \delta_1 \quad (10.15)$$

$$\omega_{21} = \omega_1 \sqrt{1 + \frac{\sin^2 \delta_1}{\sin^2 \delta_2}} = \omega_1 \sqrt{1 + \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2} \quad (10.16)$$

Observație. Relațiile (10.13), (10.14), (10.15), (10.16), sînt valabile atât pentru angrenajele conice cu angrenare exterioară, cît și pentru cele cu angrenare interioară.

Exemplul 10.3. Să se determine grafic viteza unghiulară ω_2 la mecanismul cu roți dințate conice din figura 10.7, a. Se dau $\omega_1 = 100 \text{ rad s}^{-1}$, $k_\omega = 4 \frac{\text{rad/s}^{-1}}{\text{mm}}$.

Rezolvare. Din planul vitezelor unghiulare (fig. 10.7, b) rezultă $\omega_2 = k_\omega (p_\omega 2) = 4 \cdot (2) = 8 \text{ rad s}^{-1}$.

10.5. CINEMATICA ANGRENAJELOR CU AXE OARECARE FIXE

Analiza cinematică a acestor mecanisme constă în trasarea planului vitezelor liniare (prin rezolvarea grafică a ecuației vectoriale de compunere a vitezelor celor două puncte M_1 și M_2 suprapuse la un anumit moment al mișcării) și în determinarea raportului de transmitere. Se exemplifică acest studiu pentru cazul particular al mecanismului șurub melc-roată melcată (fig. 10.9, a), la care axele Δ_1 și Δ_2 sînt perpendiculare între ele și aparent concurente în M (fig. 10.9, b).

Tangenta comună dusă în M formează unghiurile β_1 , respectiv β_2 cu axele Δ_1 și Δ_2 . Se rezolvă grafic, direct pe mecanism (alegînd polul vitezelor $p_v = M$ și scara vitezelor k_v), ecuația de compunere a vitezelor

$$\frac{\vec{v}_{M2}}{\perp(\Delta_2)} = \frac{\vec{v}_{M1}}{\perp(\Delta_1)} + \frac{\vec{v}_{M2M1}}{\parallel t_M}$$

rezultînd vitezele $\vec{v}_{M2} = k_v(p_v m_2)$, $\vec{v}_{M2M1} = k_v(m_1 m_2)$. În continuare se aplică proprietatea, dedusă din legea fundamentală a angrenării, conform căreia proiecțiile vitezelor $\vec{v}_{M1}$ și $\vec{v}_{M2}$ pe normala comună sînt egale. Se obține astfel relația:

$$v_{M1} \cos \beta_1 = v_{M2} \cos \beta_2 \text{ sau } R_{r1} \omega_1 \cos \beta_1 = R_{r2} \omega_2 \cos \beta_2.$$

Ținînd seamă că $\beta_1 + \beta_2 = 90^\circ$, relația anterioară devine

$$R_{r1} \omega_1 \sin \beta_2 = R_{r2} \omega_2 \cos \beta_2.$$

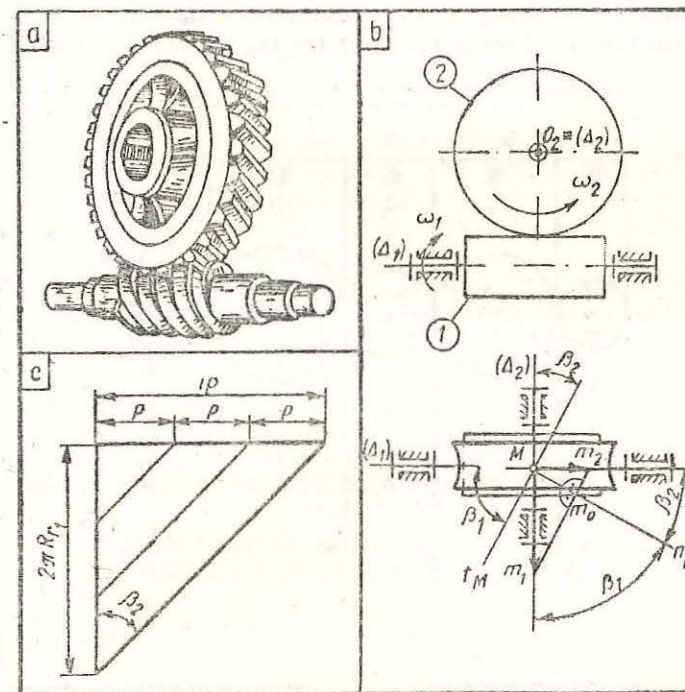


Fig. 10.9. Mecanismul șurub melc-roată melcată:

a — vedere generală; b — schema cinematică și planul vitezelor liniare; c — suprafața de rulare desfășurată a șurubului melc.

Cu aceste date, raportul de transmitere capătă o primă formă

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{R_{r2}}{R_{r1}} \operatorname{ctg} \beta_2. \quad (a)$$

Dacă se reprezintă desfășurat suprafața de rulare a șurubului melc $\bar{I}$ — figura 10.9, c — se observă că $\operatorname{ctg} \beta_2 = \frac{2\pi R_{r1}}{kp}$ (k — numărul de începuturi, echivalent cu numărul de dinți z_1 ; p — pasul șurubului). Înlocuind această ultimă relație în (a) în care $\frac{2\pi R_{r2}}{p} = z_2$, se obține relația raportului de transmitere

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{R_{r2}}{R_{r1}} \operatorname{ctg} \beta_2 = \frac{z_2}{z_1} \quad (10.17)$$

10.6. CINEMATICA TRENURILOR CU ROȚI DINȚATE CU AXE FIXE

10.6.1. TRENURI CU ROȚI DINȚATE CILINDRICE MONTATE ÎN SERIE

Metoda analitică

Se presupune cazul a patru roți dințate montate în serie de raze R_{r1} , R_{r2} , R_{r3} , R_{r4} care au vitezele unghiulare ω_1 , ω_2 , ω_3 , ω_4 (fig. 10.10).

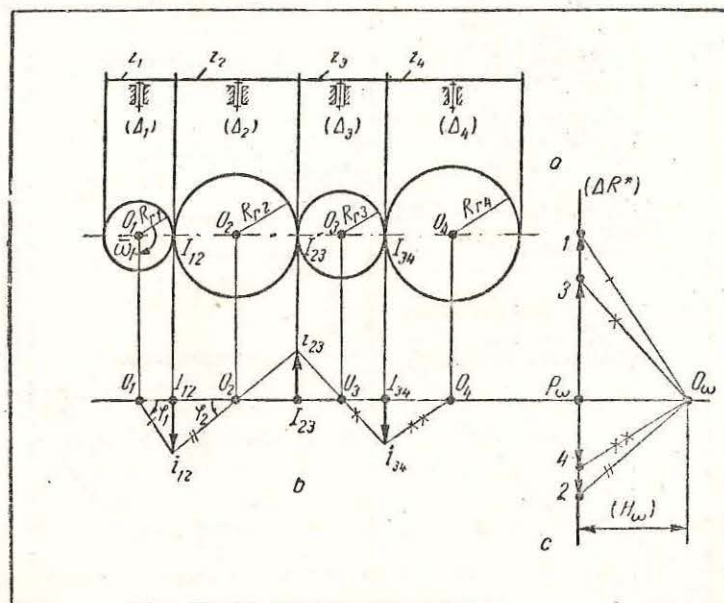


Fig. 10.10. Tren cu roți dințate montate în serie:
a — schema cinematică; b — planul vitezelor liniare; c — planul vitezelor unghiulare.

Pentru determinarea raportului de transmitere i_{14} se scrie mai întâi egalitatea vitezelor liniare în punctele de contact (polurile de angrenare) ale roților (ținându-se seama de sensurile de rotație):

$$\begin{aligned} R_{r1}\omega_1 &= -R_{r2}\omega_2 \Rightarrow \omega_2 = -\frac{R_{r1}}{R_{r2}}\omega_1 \\ -R_{r2}\omega_2 &= R_{r3}\omega_3 \Rightarrow \omega_3 = -\frac{R_{r2}}{R_{r3}}\omega_2 = -\frac{R_{r2}}{R_{r3}}\left(-\frac{R_{r1}}{R_{r2}}\right)\omega_1 \\ R_{r3}\omega_3 &= -R_{r4}\omega_4 \Rightarrow \omega_4 = -\frac{R_{r3}}{R_{r4}}\omega_3 = -\frac{R_{r3}}{R_{r4}}\left(-\frac{R_{r2}}{R_{r3}}\right)\left(-\frac{R_{r1}}{R_{r2}}\right)\omega_1. \end{aligned}$$

Din ultima relație se deduce raportul de transmitere dintre roțile $\bar{I}$ și 4:

$$i_{14} = (-1)^3 \frac{R_{r4}}{R_{r1}} = (-1)^3 \frac{z_4}{z_1}$$

sau

$$i_{14} = -(i_{12} \cdot i_{23} \cdot i_{34}) = (-1)^3 \frac{z_4}{z_1}.$$

Expresia obținută pentru i_{14} arată că schimbarea sensului de rotație a vitezei unghiulare ω_1 s-a produs de trei ori, deoarece mecanismul analizat are trei angrenări exterioare ($m_e=3$). Generalizând pentru cazul a n roți dințate montate în serie care au m_e angrenări exterioare, relația raportului de transmitere devine:

$$i_{1n} = \prod_{j=1}^n i_{j,j+1} = (-1)^{m_e} \frac{z_n}{z_1} \quad (10.18)$$

Analizând relația (10.18) se constată următoarele:

— Raportul de transmitere i_{1n} nu depinde de nici un parametru geometric al roților dințate intermediare ($2, 3 \dots n-1$), motiv pentru care acestea au primit denumirea de roți parazite. El este dependent numai de parametrii primei și ultimei roți.

— Numărul roților intermediare (parazite) nu intervine decât pentru determinarea sensului de rotație la ultima roată, putând menține sau schimba, după dorință, sensul de rotație al roții conducătoare.

Metoda grafoanalitică

Această metodă constă în trasarea planelor vitezelor liniare și unghiulare conform procedurii Kutzbach (fig. 10.10, b, c).

10.6.2. TRENURI CU ROȚI DINȚATE CILINDRICE MONTATE ÎN PARALEL (CASCADĂ)

Metoda analitică

Se presupune cazul reprezentat în figura 10.11, a al unor roți dințate cilindrice montate în paralel care au razele R_{r1} , R_{r2} , R_{r3} , R_{r4} și vitezele unghiulare ω_1 , $\omega_2 \equiv \omega'_2$, $\omega_3 \equiv \omega'_3$, ω_4 .

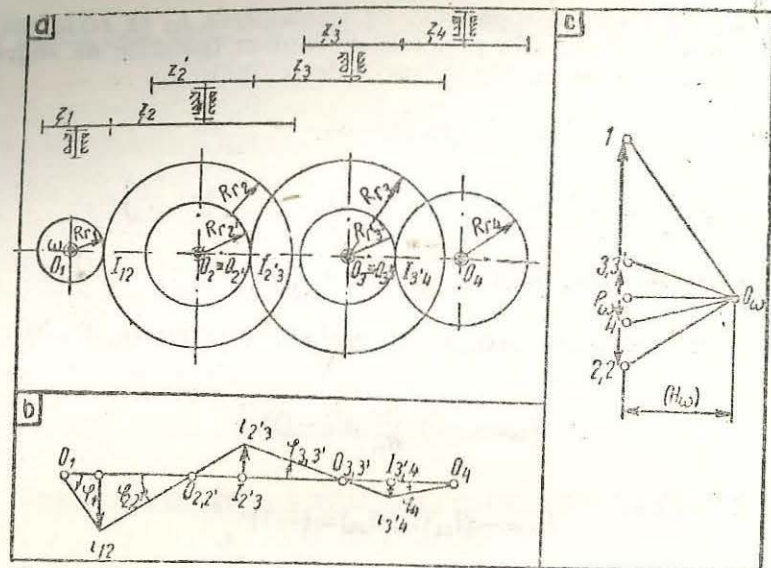


Fig. 10.11. Tren cu roți dințate montate în paralel:
a — schema cinematică; b — planul vitezelor liniare; c — planul vitezelor unghiulare.

Pentru determinarea raportului de transmitere i_{14} se scrie mai întâi egalitatea vitezelor liniare în punctele de contact (ținând seama de sensurile de rotație):

$$R_{r1}\omega_1 = -R_{r2}\omega_2 \Rightarrow \omega_2 = -\frac{R_{r1}}{R_{r2}}\omega_1;$$

$$-R'_{r2}\omega_2 = R_{r3}\omega_3 \Rightarrow \omega_3 = -\frac{R'_{r2}}{R_{r3}}\omega_2 = \left(-\frac{R'_{r2}}{R_{r3}}\right)\left(-\frac{R_{r1}}{R_{r2}}\right)\omega_1;$$

$$R'_{r3}\omega_3 = -R_{r4}\omega_4 \Rightarrow \omega_4 = -\frac{R'_{r3}}{R_{r4}}\omega_3 = \left(-\frac{R'_{r3}}{R_{r4}}\right)\left(-\frac{R'_{r2}}{R_{r3}}\right)\left(-\frac{R_{r1}}{R_{r2}}\right)\omega_1.$$

Raportul de transmitere între roțile 1 și 4 va fi

$$i_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_4} = (-1)^3 \frac{R_{r2}R_{r3}R_{r4}}{R_{r1}R'_{r2}R'_{r3}}$$

sau

$$i_{14} = -(i_{12} \cdot i_{2'3} \cdot i_{3'4}) = (-1)^3 \frac{z_2 z_3 z_4}{z_1 z_2' z_3'}.$$

Relația obținută pentru i_{14} arată că schimbarea sensului de rotație al vitezei unghiulare ω_1 s-a produs de trei ori deoarece mecanismul analizat are trei angrenări exterioare ($m_o=3$). Generalizând relația pentru n arbori cu axele fixe și m_o angrenări exterioare, relația raportului de transmitere devine

$$i_{1n} = \prod_{j=1}^n i_{j,j+1} = (-1)^{m_o} \frac{R_{r2}R_{r3}R_{r4}\dots R_{rn}}{R_{r1}R'_{r2}R'_{r3}\dots R'_{r(n-1)}} = (-1)^{m_o} \frac{z_2 z_3 z_4 \dots z_n}{z_1 z_2' z_3' \dots z_{(n-1)'}} \quad (10.19)$$

Din analiza relației (10.19) se deduc următoarele concluzii:
— Raportul de transmitere depinde de toți parametrii geometrici ai roților dințate montate în paralel.

— Trenurile cu roți dințate montate în paralel, realizează o mare varietate de rapoarte de transmitere. De exemplu, pentru un mecanism la care $z_2=z_3=\dots=z_n$, $z_1=z_2'=z_3'=\dots=z_{(n-1)'}$, $z_2=2z_1$ se obține: $i_{1n}=(-1)^{n-1} 2^{n-1}$.

Pentru $n=7$ rezultă $i_{17}=2^6=64$, raport care nu poate fi realizat prin mecanisme cu roți dințate în serie.

Metoda grafoanalitică

Se trasează planul vitezelor liniare și unghiulare (fig. 10.11, b).

10.6.3. TRENURI CU ROȚI DINȚATE CILINDRICE MONTATE MIXT (SERIE-PARALEL) — figura 10.12

Pentru determinarea raportului de transmitere se aplică relația (10.19) cu mențiunea că în calcul nu participă roțile parazite. Astfel, pentru montajul mixt din figura 10.12 raportul de transmitere i_{15} are valoarea:

$$i_{15} = \frac{z_2 z_4 z_5}{z_1 z_3' z_4'}$$

Calculul grafic se desfășoară conform procedurii Kutzbach (fig. 10.12, b, c).

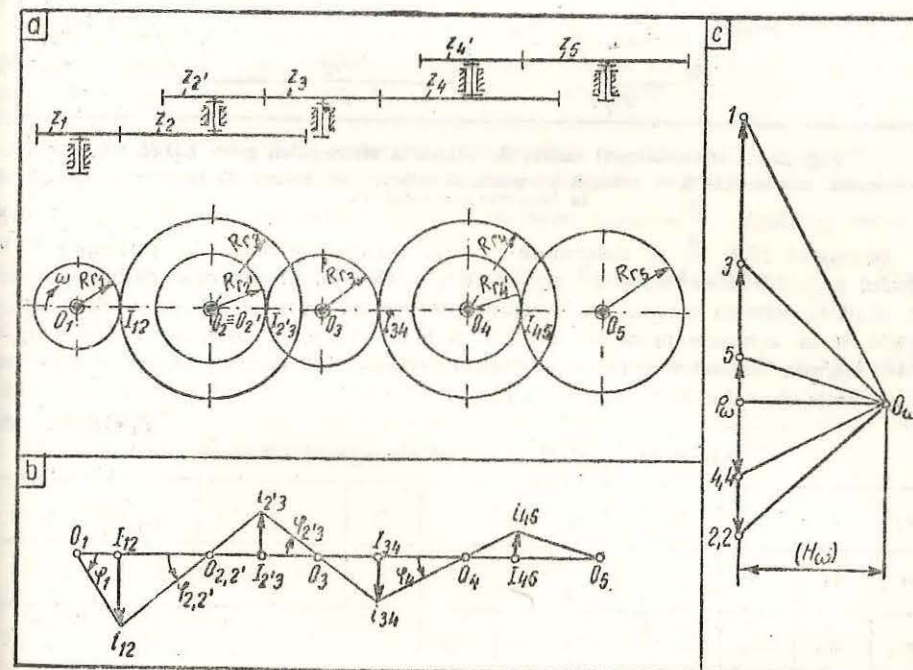


Fig. 10.12. Tren cu roți dințate montate mixt:
a — schema cinematică; b — planul vitezelor liniare; c — planul vitezelor unghiulare.

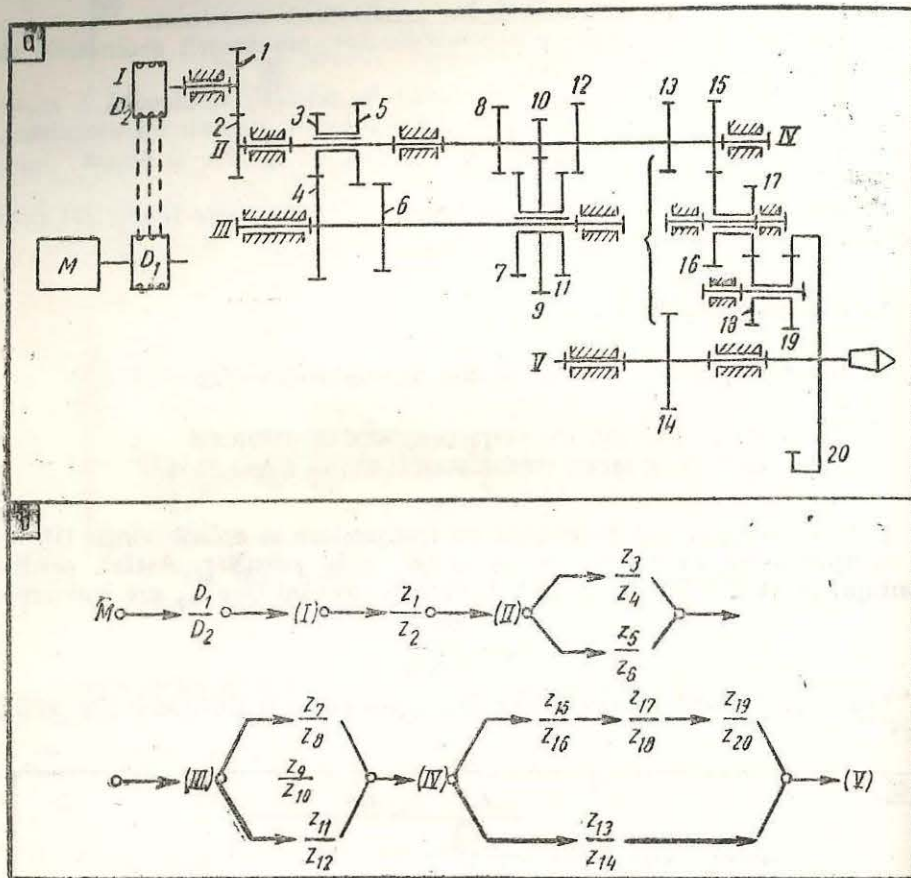


Fig. 10.13. Mecanismul cutiei de viteze a strungului greu LD 65-60:

a — schema cinematică; b — schema transmiterii mișcării de rotație de la motorul electric M la arborele principal V.

Exemplul 10.4. Să se determine cele 12 turații ale arborelui principal V la strungul greu LD 65-60 cunoscând schema cinematică a mecanismului cutiei de viteze (fig. 10.13, a), schema cinematică de transmitere a mișcării de rotație de la motorul electric M la arborele principal V (fig. 10.13, b), turația motorului electric $n_m = 1440$ rot/min, diametrele roților de transmitere $D_1 = 203$ mm, $D_2 = 480$ mm și numerele de dinți ale celor 20 de roți (tab. 10.4).

TABELUL 10.4

Numărul de dinți al roților strungului LD 65-60

z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8	z_9	z_{10}	z_{11}	z_{12}	z_{13}
45	51	40	80	50	70	35	70	60	60	21	84	36
z_{14}	z_{15}	z_{16}	z_{17}	z_{18}	z_{19}	z_{20}						
72	36	48	28	56	23	138						

Rezolvare. Relațiile aplicate și rezultatele obținute sînt indicate în tabelul 10.5.

TABELUL 10.5

Cutia de viteze a strungului greu LD 65-60
(relații de calcul și valori numerice)

Indica- tivul turației	Relații de calcul	Rezultate rot/min	Indica- tivul turației	Relații de calcul	Rezultate rot/min
$n_{(1)}$	$n_m \frac{D_1 z_1 z_3 z_{11} z_{16} z_{17} z_{19}}{D_2 z_2 z_4 z_{12} z_{18} z_{20}}$	4,19	$n_{(7)}$	$n_m \frac{D_1 z_1 z_3 z_{11} z_{13}}{D_2 z_2 z_4 z_{12} z_{11}}$	35,58
$n_{(2)}$	$n_m \frac{D_1 z_1 z_3 z_{11} z_{15} z_{17} z_{19}}{D_2 z_2 z_6 z_{12} z_{18} z_{20}}$	6	$n_{(8)}$	$n_m \frac{D_1 z_1 z_3 z_{11} z_{13}}{D_2 z_2 z_7 z_{12} z_{14}}$	47,97
$n_{(3)}$	$n_m \frac{D_1 z_1 z_3 z_{15} z_{17} z_{19}}{D_2 z_2 z_4 z_8 z_{18} z_{20}}$	8,39	$n_{(9)}$	$n_m \frac{D_1 z_1 z_3 z_7 z_{13}}{D_2 z_2 z_4 z_6 z_{14}}$	67,17
$n_{(4)}$	$n_m \frac{D_1 z_1 z_5 z_{15} z_{17} z_{19}}{D_2 z_2 z_6 z_8 z_{18} z_{20}}$	8,40	$n_{(10)}$	$n_m \frac{D_1 z_1 z_5 z_7 z_{13}}{D_2 z_2 z_6 z_8 z_{14}}$	95,95
$n_{(5)}$	$n_m \frac{D_1 z_1 z_3 z_9 z_{15} z_{17} z_{19}}{D_2 z_2 z_4 z_{10} z_{18} z_{20}}$	16,79	$n_{(11)}$	$n_m \frac{D_1 z_1 z_3 z_9 z_{13}}{D_2 z_2 z_6 z_{10} z_{11}}$	134,33
$n_{(6)}$	$n_m \frac{D_1 z_1 z_5 z_9 z_{15} z_{18} z_{19}}{D_2 z_2 z_6 z_{10} z_{18} z_{20}}$	23,98	$n_{(12)}$	$n_m \frac{D_1 z_1 z_1 z_9 z_{13}}{D_2 z_2 z_6 z_{10} z_{14}}$	191,91

10.6.4. TRENURI DE ROȚI DINȚATE CU ROȚI CONICE

Aceste trenuri pot fi montate în serie, paralel sau mixt. Calculul raportului de transmitere se face asemănător trenurilor cu roți cilindrice.

Semnul raportului de transmitere are sens numai cînd roțile extreme (conducătoare și condusă) au arborii paraleli. În această situație, pentru stabilirea semnului se utilizează metoda săgeților concurente în polul angrenării, raportul de transmitere fiind considerat pozitiv cînd sensul săgeților notate pe roțile extreme este același și, respectiv, negativ în caz contrar. De exemplu, trenurile cu roți dințate reprezentate în figura 10.14, a, c, e au rapoartele de transmitere $i_{13} = -\frac{z_3}{z_1}$ (montaj serie —

fig. 10.14, a); $i_{13} = -\frac{z_3}{z_1 z'_2}$ (montaj paralel — fig. 10.14, c); $i_{14} = \frac{z_2 z_4}{z_1 z'_2}$ (montaj mixt — fig. 10.14, e).

Din planele vitezelor unghiulare, trasate la scara $k\omega$ în figurile 10.14, b, d, f, în urma rezolvării ecuațiilor vectoriale:

— pentru trenurile cu roți conice montate în serie sau în paralel (fig. 10.14, b, d)

$$\frac{\overline{\omega_2}}{\|(\Delta_2)\|} = \frac{\overline{\omega_1}}{\|(\Delta_1)\|} + \frac{\overline{\omega_{21}}}{\|AS\|}$$

$$\overline{\omega_2} = \overline{\omega_2'} \text{ (la montajul paralel)}$$

$$\frac{\overline{\omega_3}}{\|(\Delta_3)\|} = \frac{\overline{\omega_2}}{\|(\Delta_2)\|} + \frac{\overline{\omega_{32}}}{\|BS\|}$$

— pentru trenul cu roți conice montate mixt (fig. 10.14, f)

$$\frac{\overline{\omega_2}}{\|(\Delta_2)\|} = \frac{\overline{\omega_1}}{\|(\Delta_1)\|} + \frac{\overline{\omega_{21}}}{\|AS\|}$$

$$\overline{\omega_2} = \overline{\omega_2'}$$

$$\frac{\overline{\omega_3}}{\|(\Delta_3)\|} = \frac{\overline{\omega_{2'}}}{\|(\Delta_2)\|} + \frac{\overline{\omega_{32'}}}{\|BS\|}$$

$$\frac{\overline{\omega_4}}{\|(\Delta_4)\|} = \frac{\overline{\omega_3}}{\|(\Delta_3)\|} + \frac{\overline{\omega_{43}}}{\|CS\|}$$

se obțin valorile: $\omega_2 = k_{\omega} (p_{\omega 2})$, $\omega_3 = k_{\omega} (p_{\omega 3})$, $\omega_{21} = k_{\omega} (12)$, $\omega_{32} = k_{\omega} (23)$, $\omega_4 = k_{\omega} (p_{\omega 4})$,

$$\omega_{13} = k_{\omega} (34), i_{13} = \frac{(p_{\omega 1})}{(p_{\omega 3})}, i_{14} = \frac{(p_{\omega 1})}{(p_{\omega 4})}.$$

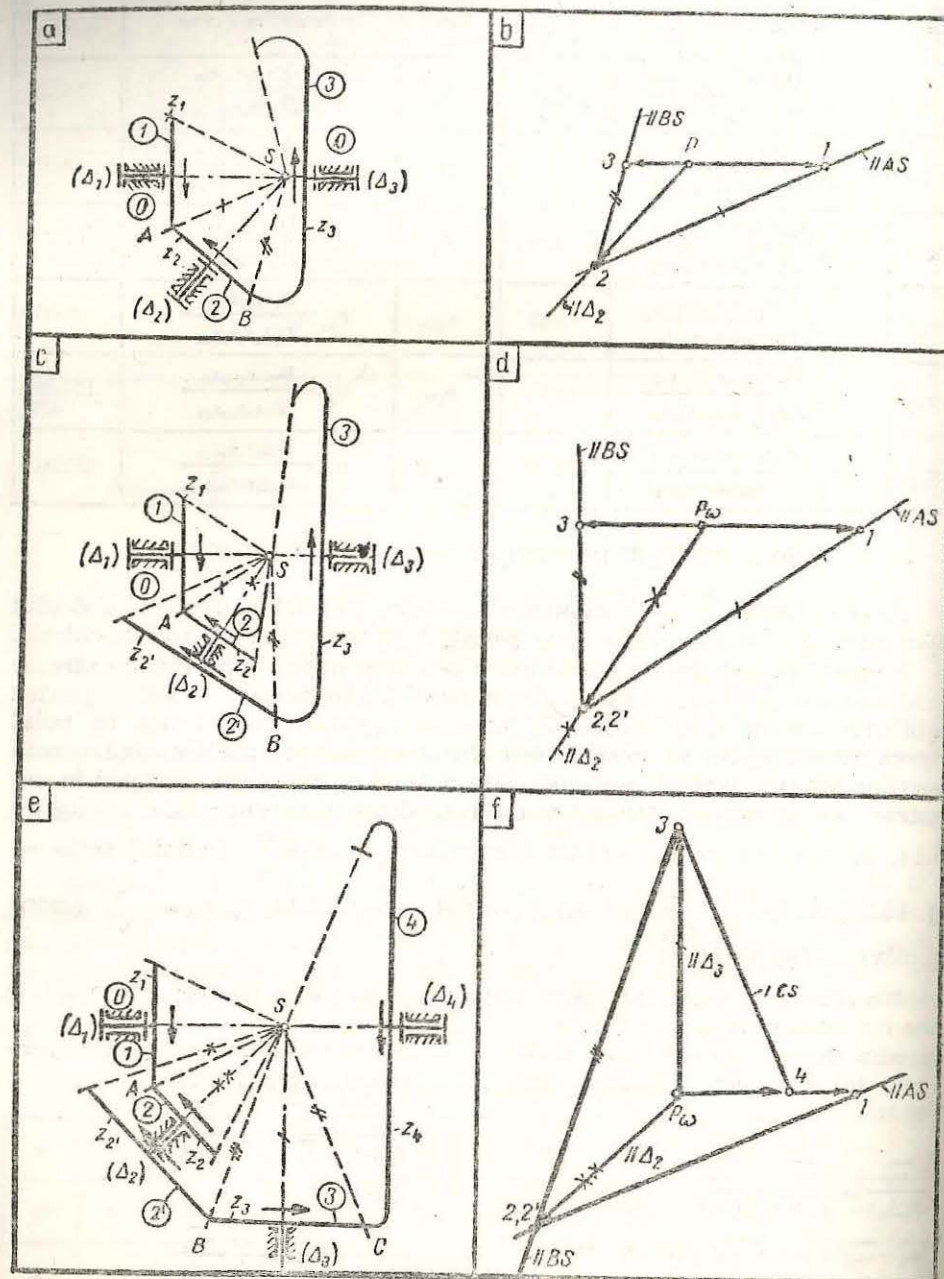


Fig. 10.14. Tren cu roți dințate conice montate în serie, paralel și mixt:
a, c, e — scheme cinematice; b, d, f — planele vitezelor unghiulare.

VERIFICAREA CUNOȘTINȚELOR

1. Ce se înțelege prin noțiunea de raport de transmitere?
2. Care sînt diferențele cinematice și constructive între un mecanism planetar diferențial și altul planetar simplu (indiferent de forma roților componente)?
3. Precizați caracteristica constructivă a mecanismelor cu roți dințate la care se aplică legea fundamentală a angrenării.
4. Formulați principiul de trasare a planelor de viteze liniare și unghiulare prin metoda grafoanalitică (Kutzbach) și relațiile dintre scări.
5. Demonstrați relațiile matematice ale raportului de transmitere i_{12} și vitezei unghiulare relative ω_{21} la angrenajele conice.
6. Determinați relația raportului de transmitere i_{12} la angrenajul șurub melc-roată melcată.
7. Comparați montajele roților și relațiile cu ajutorul cărora se calculează raportul de transmitere la trenurile cu roți dințate montate în serie, paralel și mixt și stabiliți elementele caracteristice fiecărui montaj.
8. Cînd are sens stabilirea semnului raportului de transmitere la trenurile cu roți dințate conice și cum se determină?
9. Să se determine grafic și analitic raportul de transmitere și viteza unghiulară a roții conduse la trenurile cu roți dințate din figura 10.15.

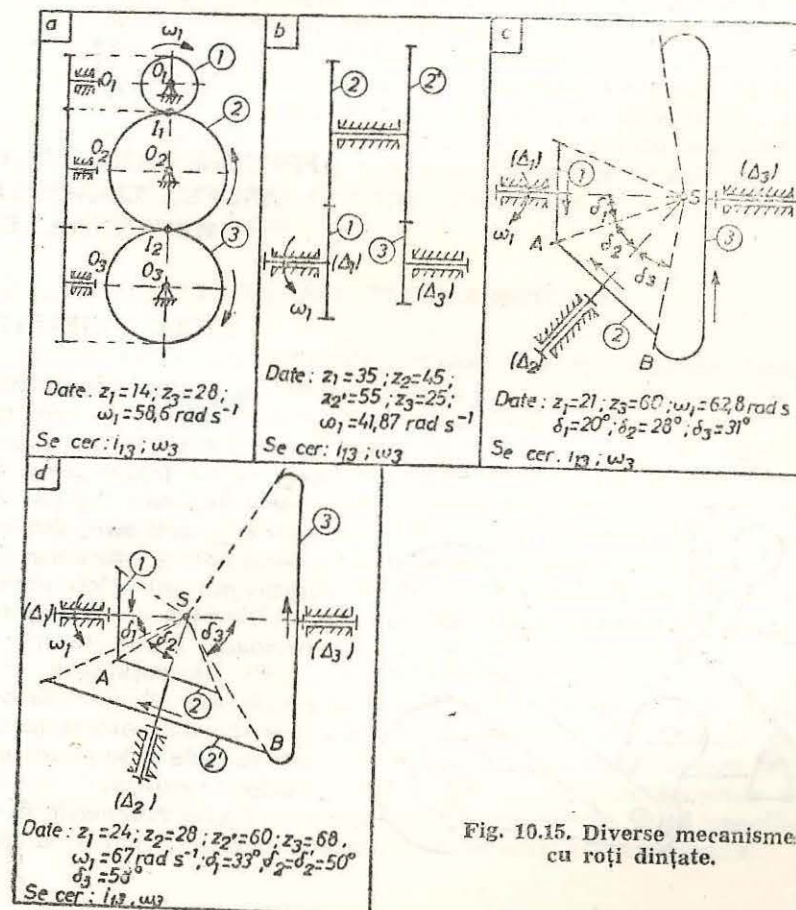


Fig. 10.15. Diverse mecanisme cu roți dințate.

PARTEA A PATRA

CINETOSTATICA MECANISMELOR PLANE CU BARE

Cinetostatica studiază forțele care acționează asupra elementelor cinematice ale mecanismelor, presupunându-se cunoscută starea de mișcare a elementului conducător (motor). O asemenea ipoteză (acceptată și în cazul analizei cinematice a mecanismelor) este simplificatoare, ea permițând numai un studiu preliminar cinematic și cinetostatic deoarece starea de mișcare a mecanismului este rezultatul acțiunii unor forțe, iar unele din forțe (cum sînt cele de inerție) sînt dependente de această stare de mișcare.

Scopul cinetostaticii îl constituie determinarea forțelor care solicită elementele cinematice, pentru a se stabili datele necesare calculului de rezistență al elementelor mecanismului.

11

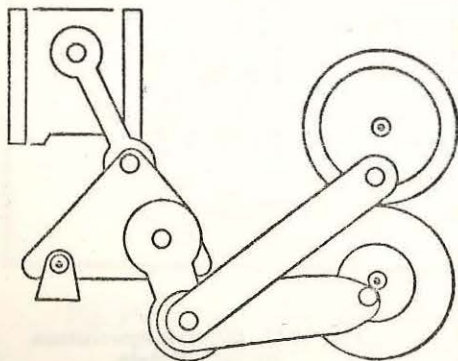
FORȚELE CARE ACȚIONEAZĂ ASUPRA ELEMENTELOR MECANISMULUI

11.1. CICLU ENERGETIC; CICLU CINEMATIC

În timpul funcționării, asupra elementelor cinematice ale mecanismelor acționează două categorii de forțe: *forțe exterioare* (cunoscute sau date) și *forțe interioare* (reacțiunile din cuplele cinematice). Aceste forțe se studiază în timpul unui ciclu energetic.

Se numește *ciclu energetic* Φ_E perioada măsurată în timp sau unghi de rotație a elementului conducător al mecanismului, după care *forțele motoare revin la valorile inițiale și în continuare variația lor se repetă*.

Ciclu cinematic Φ_C reprezintă perioada măsurată în timp sau



unghi de rotație a elementului conducător al mecanismului, după care *distribuția de viteze și accelerații se repetă*.

Între cele două cicluri există relația:

$$\Phi_E = k \Phi_C \quad (11.1)$$

unde k este un coeficient mai mare, egal sau mai mic decât unu ($k \leq 1$).

În tehnică se întîlnesc mașini la care:

- ciclul energetic corespunde cu cel cinematic (exemple: motorul monocilindric în doi timpi, pompele cu piston ș.a., la care $k=1$);
- ciclul energetic este un multiplu al ciclului cinematic (exemplu: motorul monocilindric în patru timpi, la care $k=2$);
- ciclul energetic este o fracțiune din ciclul cinematic (exemplu: motorul policilindric, la care $k < 1$).

11.2. FORȚELE EXTERIOARE

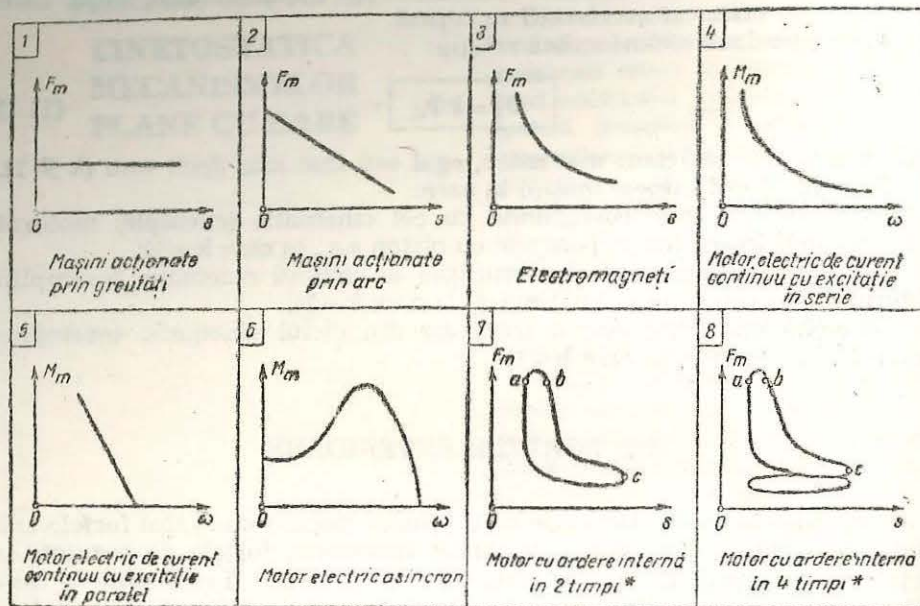
Principalele forțe exterioare care solicită mecanismele sînt forțele sau cuplurile *motoare*, forțele sau cuplurile *rezistente*, forțele de *greutate* și forțele sau cuplurile de *inerție*. Forțele exterioare pot fi *constante* în timpul unui ciclu cinematic (exemple: sarcina de ridicat sau transportat la mașinile de ridicat și transportat, rezistența opusă la așchiera metalelor dacă secțiunea așchiei este constantă) sau *variabile* depinzînd fie de *poziția elementului* cinematic asupra căruia acționează (exemple: forța cu care gazele apasă pistonul la motoarele cu combustie internă, forța de apăsare sau întindere a unui arc elicoidal), fie de *viteza elementului* (exemple: cuplul motorului electric, forțele de frecare la suprafețele unse, rezistența aerului), fie de *timp* (exemple: concasoare, mori cu bilă), fie concomitent de mai mulți factori.

11.2.1. FORȚELE ȘI CUPLURILE MOTOARE

Forțele motoare $\bar{F}_M$ sau *cuplurile motoare* $\bar{M}_M$ sînt aplicate elementului conducător acționînd în *sensul mișcării*, ceea ce are ca urmare *accelerarea mișcării mașinii*. Ele produc, pe ansamblul ciclului energetic, un *lucru mecanic pozitiv* (exemple: forța exercitată de gazele de ardere în timpul detentei la motoarele cu ardere internă, cuplul motoarelor electrice). Lucrul mecanic este pozitiv atunci cînd unghiul dintre forța motoră și viteza punctului ei de aplicatie sau dintre vectorii cuplu motor și viteza unghiulară a elementului este *ascuțit* ($\alpha < 90^\circ$). Se menționează că de-a lungul unui ciclu energetic, pe anumite porțiuni, lucrul mecanic poate fi negativ (exemplu: faza de compresie la motoarele cu ardere internă).

Datorită dependenței forțelor exterioare de o mulțime de factori, este foarte dificilă exprimarea matematică a legii lor de variație în timpul unui ciclu energetic. Din acest motiv se folosesc datele obținute de la mașini similare în condiții analoage de funcționare, prezentate sub forma unor diagrame numite caracteristici mecanice ale mașinii. Mașinile motoare pot avea caracteristici mecanice de diferite forme după specificul lor. În tabelul 11.1 se dau unele exemple de caracteristici mecanice.

TABELUL 11.1



* Forța este motoare numai în timpul defentei (abc)

11.2.2. FORȚELE ȘI CUPLURILE REZISTENTE

Forțele și cuplurile rezistente se aplică elementelor conduse acționând în sens contrar mișcării, ceea ce are ca urmare frînarea mișcării mașinii. Ele produc pe ansamblul ciclului energetic un lucru mecanic negativ.

Din categoria forțelor rezistente fac parte forțele sau cuplurile de rezistență tehnologică și forțele de frecare.

Forțele de rezistență tehnologică $\bar{F}_R$ sau cuplurile de rezistență tehnologică $\bar{M}_R$ reprezintă forțele utile pentru învingerea cărora a fost construită mașina (exemple: forțele de așchiere la mașinile-unelte, forța de apăsare la o presă sau ștanță, forța cu care aerul apasă pistonul compresorului, forțele electromagnetice la generatoarele electrice, sarcina macaralelor). Pe ansamblul ciclului energetic aceste forțe produc un lucru mecanic negativ dar, de-a lungul ciclului, lucrul mecanic poate fi și pozitiv.

Forța de rezistență tehnologică este dată prin diagrame (caracteristici mecanice), iar în unele situații poate fi calculată (exemple: forța de așchiere la strung, forța periferică de frezare).

Forțele de frecare reprezintă componentele tangențiale ale reacțiunilor totale, care acționează asupra suprafețelor în contact ale cuplurilor cinematice consumând energie mecanică și producând uzura suprafețelor. În orice moment al ciclului energetic, forțele de frecare realizează un lucru mecanic negativ. Se menționează că în tehnică există situații când forțele de frecare sînt utile (exemple: mecanisme cu roți de fricțiune, curele sau cabluri; frîne, cuplaje cu fricțiune). Într-o primă etapă a calculului cinetostatic aceste forțe de frecare se neglijează.

11.2.3. FORȚELE DE GREUTATE

Forțele de greutate $\bar{G}$ sînt aplicate în centrele de greutate ale elementelor și orientate spre centrul pămîntului. Ele intervin în calculul cinetostatic numai în cazul mașinilor lente (mașini motoare cu turații reduse, mașini-unelte, laminoare, mașini de ridicat și transportat) putînd fi neglijate în cazul mașinilor rapide (motoare de vehicule terestre și spațiale) deoarece au valori mult inferioare forțelor de inerție.

Lucrul mecanic produs de greutate este nul, pe ansamblul ciclului cinematic deoarece traiectoria descrisă de centrul de greutate este, în general, o curbă închisă. În interiorul acestui ciclu, lucrul mecanic este diferit de zero, forțele de greutate putînd acționa ca forțe motoare pe porțiuni de coborîre sau ca forțe rezistente pe porțiuni de urcare (exemplu: greutatea berbecului la o presă mecanică este forță motoare în timpul căderii și forță rezistentă utilă în timpul ridicării).

11.2.4. FORȚELE ȘI CUPLURILE DE INERȚIE

Forțele de inerție $\bar{F}_i$ și cuplurile de inerție $\bar{M}_i$ reprezintă reacțiunea cinetică a masei elementului la accelerația ce i se imprimă odată cu mișcarea sa. Ele au valori importante la piesele mari cu mișcare foarte variată cărora le produc modificări regimului de solicitare mecanică. La mașinile lente (mașini grele de excavat, macarale grele, unele mașini agricole cu turație foarte redusă) efectul forțelor de inerție poate fi neglijat comparativ cu valorile mari ale forțelor motoare și rezistente.

11.3. FORȚELE INTERIOARE

Forțele interioare sînt constituite din reacțiunile din cuplele cinematice, care transmit eforturile de la un element la altul. Dacă se notează cu $\bar{R}_{12}$ (respectiv $\bar{M}_{12}$) reacțiunea elementului 1 asupra elementului 2 (fig. 11.1, a), relațiile fundamentale care se folosesc în calculul cinetostatic sînt:

$$\begin{aligned} \bar{R}_{12} + \bar{R}_{21} &= \bar{0} \\ \bar{M}_{12} + \bar{M}_{21} &= \bar{0} \end{aligned} \quad \text{sau} \quad \begin{aligned} \bar{R}_{12} &= -\bar{R}_{21} \\ \bar{M}_{12} &= -\bar{M}_{21} \end{aligned} \quad 11.2)$$

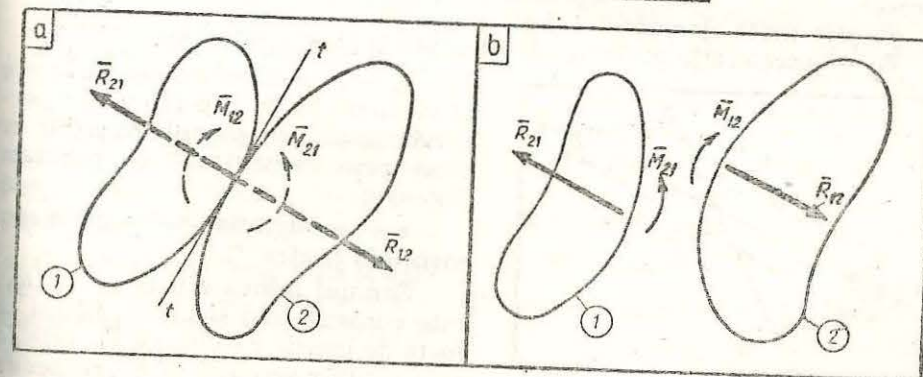


Fig. 11.1. Reacțiunile din cuplele cinematice:
a — principiul acțiunii și reacțiunii; b — modul în care acționează asupra unui element reacțiunile date de elementul îndepărtat.

Aceste relații exprimă matematic *principiul acțiunii și reacțiunii*. Prin separarea elementelor, asupra fiecăruia va acționa reacțiunea dată de elementul îndepărtat (fig. 11.1, b).

VERIFICAREA CUNOȘTINȚELOR

1. Indicați ce studiază cinetostatica mecanismelor.
2. Ce se înțelege prin ciclu energetic și ciclu cinematic? Exemple.
3. Care sînt principalele forțe exterioare ce solicită mecanismele?
4. Ce sînt forțele și cuplurile motoare, respectiv forțele și cuplurile rezistente?
5. Precizați noțiunea de caracteristică mecanică a mașinii. Exemple.
6. Definiți forțele și cuplurile de inerție.
7. Formulați noțiunea de forțe interioare.

12

FORȚELE DE INERȚIE CARE ACȚIONEAZĂ ASUPRA ELEMENTELOR MECANISMELOR PLANE

Se consideră un element cinematic AB care execută o mișcare plană (fig. 12.1), avînd un plan de simetrie paralel cu planul mișcării.

Forțele de inerție care acționează asupra elementului pot fi reduse în raport cu centrul său de greutate G obținîndu-se *torsorul de reducere* τ_G^i compus dintr-o forță de inerție rezultantă $\bar{F}_{iG}$ aplicată în G și un cuplu rezultant $\bar{M}_{iG}$, ale căror valori se determină cu relațiile

$$\tau_G^i \begin{cases} \bar{F}_{iG} = -m\bar{a}_G \\ \bar{M}_{iG} = -I_G\epsilon \end{cases} \quad \begin{matrix} [\text{N}] \\ [\text{N.m}] \end{matrix} \quad (12.1)$$

în care:

m este masa elementului [kg];

$\bar{a}_G$ — accelerația centrului de greutate al elementului [ms^{-2}];

I_G — momentul de inerție masic al elementului în raport cu axa perpendiculară pe planul mișcării ce trece prin centrul său de greutate [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$];

ϵ — accelerația unghiulară a elementului [$\text{rad} \cdot \text{s}^{-2}$].

Semnul minus din aceste relații este convențional și indică faptul că forța de inerție rezultantă $\bar{F}_{iG}$ este de sens contrar accelerației $\bar{a}_G$, respectiv că sensul cuplajului rezultant $\bar{M}_{iG}$ este contrar accelerației unghiulare ϵ .

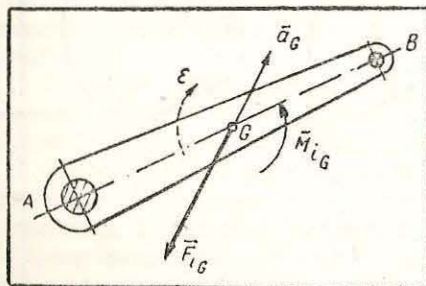


Fig. 12.1. Torsorul forțelor de inerție la un element cinematic aflat în mișcare plană.

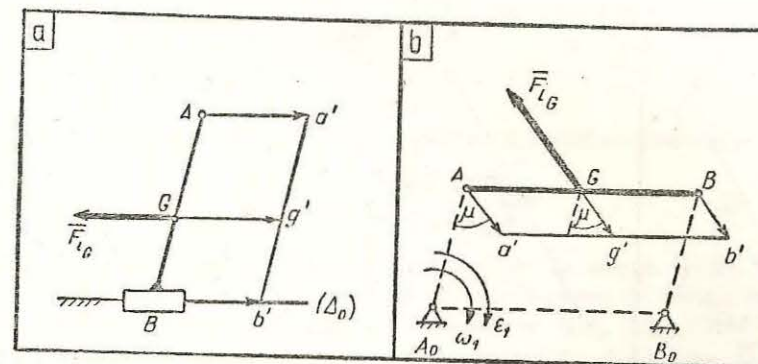


Fig. 12.2. Torsorul forțelor de inerție la elementele cinemato în mișcare de translație:

a — rectilinie; b — circulară.

a elementului. Cele două componente ale torsorului $\bar{F}_{iG}$, $\bar{M}_{iG}$ se calculează cu ușurință dacă au fost determinate accelerațiile $\bar{a}_G$ și ϵ cu ajutorul planului accelerațiilor. Relațiile (12.1) capătă valori particulare pentru diferite cazuri concrete ale mișcării plane, analizate în cele ce urmează.

12.1. ELEMENT CINEMATIC ÎN MIȘCARE DE TRANSLAȚIE (EXEMPLE: PISTOANE CAPETE DE CRUCE, CUȚITUL SECERĂTORII, MASA RABOTEZEI) — figura 12, 2, a

Aplicînd formulele 12.1 rezultă torsorul de reducere

$$\tau_G^i \begin{cases} \bar{F}_{iG} = -m\bar{a}_G \\ \bar{M}_{iG} = 0 \end{cases} \quad (\text{deoarece la mișcarea de translație } \epsilon = 0).$$

Același torsor se obține și în cazul cînd elementul cinematic AB se află în mișcare de translație circulară (fig. 12.2, b).

12.2. ELEMENT CINEMATIC ÎN MIȘCARE DE rotație (EXEMPLE: MANIVELE, BALANSIERE, ROȚI DE CUREA, ROȚI DINȚATE, VOLANȚI)

Mișcare de rotație uniformă
În jurul unei axe ce nu trece prin centrul de greutate al elementului (fig. 12.3, a)

Deoarece accelerația centripetă a centrului de greutate G este dirijată spre centrul de rotație ($a_G \equiv a_G^n = \omega^2 A_0 G \parallel \underline{GA_0}$), iar accelerația unghiulară este nulă ($\epsilon = 0$), torsorul forțelor de inerție are o singură componentă; forța de inerție rezultantă $\bar{F}_{iG}$:

$$\tau_G^i \begin{cases} \bar{F}_{iG} = -m\bar{a}_G \parallel \underline{A_0A} \\ \bar{M}_{iG} = 0 \end{cases}$$

Mișcare de rotație uniformă
În jurul unei axe ce nu trece prin centrul de greutate al elementului (fig. 12.4, a)

Accelerația liniară a centrului de greutate G , de modul $a_G = = A_0 G \sqrt{\epsilon^2 + \omega^4}$, este orientată spre interiorul concavității curbei formînd unghiul $\mu = \arctg \frac{\epsilon}{\omega^2}$ cu raza vectorie A_0A . Torsorul forțelor de inerție are ambele componente ($\bar{F}_{iG}$, $\bar{M}_{iG}$):

$$\tau_G^i \begin{cases} \bar{F}_{iG} = -m\bar{a}_G \\ \bar{M}_{iG} = -I_G\epsilon \end{cases}$$

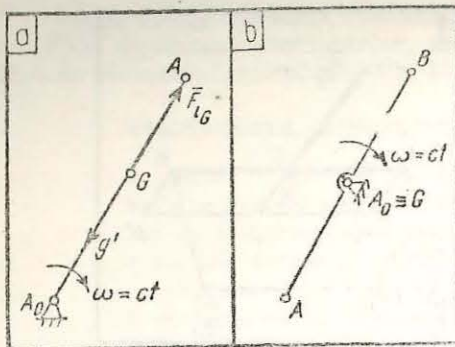


Fig. 12.3. Torsorul forțelor de inerție la elementul cinematic în mișcare de rotație uniformă:

a — mișcare de rotație în jurul unei axe ce nu trece prin centrul de greutate al elementului; b — mișcare de rotație în jurul unei axe ce trece prin centrul de greutate al elementului.

In jurul unei axe ce trece prin centrul de greutate al elementului (fig. 12.3, b)

Întrucît $\bar{a}_G = \bar{0}$, $\epsilon = \bar{0}$, torsorul forțelor de inerție este nul ($\tau_G^i = 0$). Acesta este cazul *elementelor echilibrate* care prezintă avantajul că forțele de inerție nu dau reacțiuni suplimentare în cuple (articulații).

12.3. ELEMENT CINEMATIC ÎN MIȘCARE PLANĂ DE ROTOTRANSLAȚIE (EXEMPLU: BIELE) — figura 12.5

Pentru determinarea torsorului de inerție se presupune că, în prealabil, s-a determinat distribuția de accelerații (fig. 12.5, b):

$$1) \frac{\bar{a}_B}{\|\Delta B\|} = \frac{\bar{a}_A}{\|\Delta A\|} + \frac{\bar{a}_{BA}^n}{\|\Delta B\|} + \frac{\bar{a}_{BA}^t}{\perp \Delta B}$$

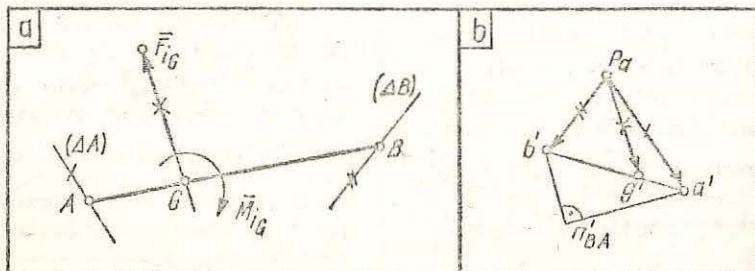


Fig. 12.5. Element cinematic în mișcare plană de rototranslație: a — torsorul forțelor de inerție; b — planul accelerațiilor.

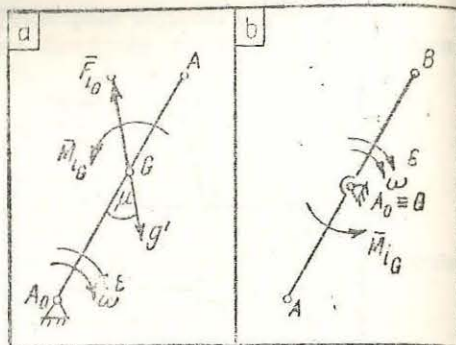


Fig. 12.4. Torsorul forțelor de inerție la elementul cinematic în mișcare de rotație neuniformă:

a — mișcare în jurul unei axe ce nu trece prin centrul de greutate al elementului; b — mișcare în jurul unei axe ce trece prin centrul de greutate al elementului.

In jurul unei axe ce trece prin centrul de greutate al elementului (fig. 12.4, b)

Observînd că $\bar{a}_G = \bar{0}$, torsorul forțelor de inerție are o singură componentă $\bar{M}_{IG}$

$$\tau_G^i \begin{cases} \bar{F}_{IG} = \bar{0} \\ \bar{M}_{IG} = -I_G \epsilon \end{cases}$$

$$2) \bar{a}_G \text{ — prin asemănare: } \frac{(a'g')}{AG} = \frac{(a'b')}{AB} \Rightarrow \bar{a}_G = k_a(\bar{p}_a g');$$

$$3) \epsilon = \frac{a_{BA}^t}{AB} = \frac{k_a(n_{BA} b')}{AB} \epsilon.$$

Fiind cunoscute mărimile $\bar{a}_G$ și ϵ , torsorul forțelor de inerție va fi

$$\tau_G^i \begin{cases} \bar{F}_{IG} = -m \bar{a}_G \\ \bar{M}_{IG} = -I_G \epsilon \end{cases}$$

Exemplul 12.1. Să se determine torsorii forțelor de inerție pentru fiecare element component (1, 2, 3) ale mecanismului manivelă-piston în poziția reprezentată în figura 12.6. Se cunosc: dimensiunile elementelor A_0A , AB , viteza unghiulară $\omega_1 = \text{const.}$, unghiul de rotație φ_1 al manivelei, greutatea elementelor $\bar{G}_1$, $\bar{G}_2$, $\bar{G}_3$ și pozițiile centrelor lor de greutate $G_1 \equiv A_0$, G_2 , $G_3 \equiv B$, precum și momentele de inerție masice ale elementelor I_{G1} , I_{G2} , I_{G3} .

Rezolvare.

— Se construiește mecanismul la scara lungimilor k_l .

— Se trasează direct pe mecanism planul vitezelor rotit cu 90° și planul accelerațiilor rotit cu 180° , rezultînd: $\bar{v}_B = k_v(\bar{p}_b b)$; $\bar{v}_{BA} = k_v(\bar{a}b)$; $\omega_2 = \frac{v_{BA}}{AB}$ (sens trigonometric), $\bar{a}_B = k'_a(\bar{p}_a b') \equiv \bar{a}_{G3}$; $\bar{a}_{G2} = k'_a(\bar{p}_a g'_2)$; $\epsilon_2 = a_{BA}^t / AB$ (sens trigonometric).

— Se calculează torsorii forțelor de inerție reduse în raport cu centrele de greutate respective.

$$\tau_{G1}^i = 0; \tau_{G3}^i \begin{cases} \bar{F}_{IG3} = m_3 \bar{a}_{G3} = \frac{G_3}{g} k'_a(\bar{p}_a b') \parallel (\bar{p}_a b') \\ \bar{M}_{IG3} = 0 \end{cases}$$

$$\tau_{G2}^i \begin{cases} \bar{F}_{IG2} = m_2 \bar{a}_{G2} = \frac{G_2}{g} k'_a(\bar{p}_a g'_2) \parallel (\bar{p}_a g'_2) \\ \bar{M}_{IG2} = I_{G2} \epsilon_2 = I_{G2} \frac{k'_a(n'_{BA} b')}{AB} \text{ (sens orar)} \end{cases}$$

— Se transpun pe desen torsorii forțelor de inerție pe fiecare element în parte.

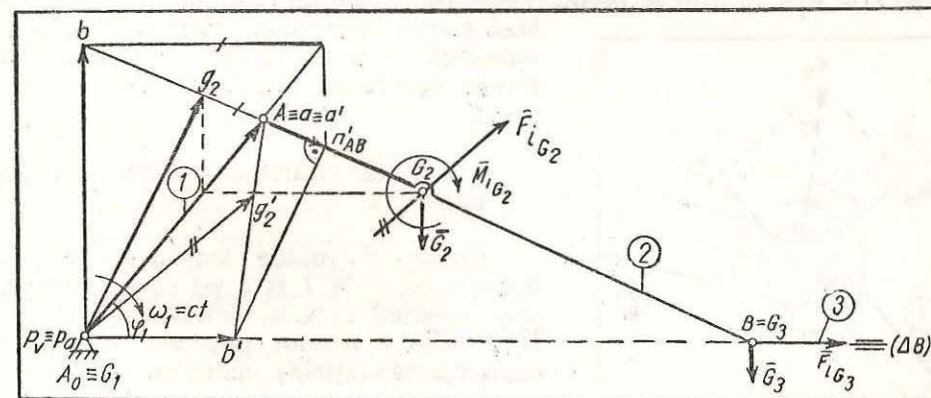


Fig. 12.6. Torsorii forțelor de inerție ale elementelor mecanismului manivelă-piston.

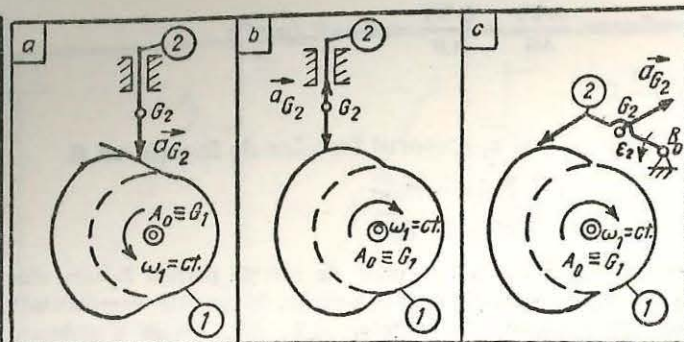


Fig. 12.7. Mecanisme cu came:

a - tachet plan translant; b - tachet translant deaxat cu virf; c - tachet oscilant cu virf.

VERIFICAREA CUNOȘTINTELOR

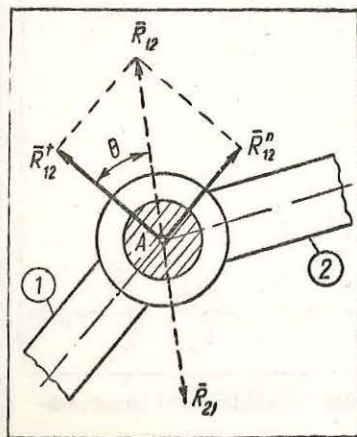
1. Indicați relațiile de calcul ale torsiului forțelor de inerție reduse în raport cu centrul de greutate al unui element cinematic care execută o mișcare plană.
2. Formulați relațiile torsiului forțelor de inerție pentru elementele cinematice aflate în mișcare de translație și de rotație.
3. Indicați pentru schemele cinematice ale mecanismelor din figura 12.7, torsiul forțelor de inerție ale elementelor cinematice componente, reduse în raport cu centrele lor de greutate.

13

STUDIUL REACȚIUNILOR DIN CUPELE CINEMATICE ALE MECANISMELOR PLANE

13.1. REACȚIUNILE DIN CUPELE CINEMATICE ALE MECANISMELOR PLANE

Mecanismele plane au în componența lor numai cuple de clasa a IV-a și a V-a, în care se produc reacțiuni în timpul funcționării. În prima fază a calculului cinetostatic se stabilește numărul necunoscutelor introduse de aceste reacțiuni, neglijând frecarea din cuple.



CUPLA DE CLASA A V-A DE ROTAȚIE
figura 13.1.

Cupla de rotație transmite forțele, între elementele 1 și 2 pe care le leagă, prin presiuni radiale. Întrucât rezultanta $\bar{R}_{12} = -\bar{R}_{21}$ a acestor presiuni trece prin centrul articulației, punctul ei de aplicație

Fig. 13.1. Reacțiunea din cupla de clasa a V-a de rotație.

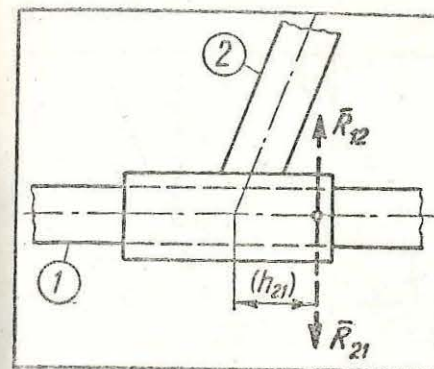


Fig. 13.2. Reacțiunea din cupla de clasa a V-a de translație.

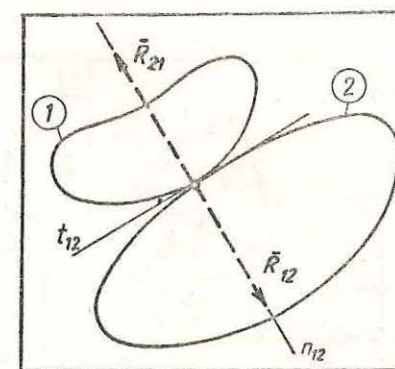


Fig. 13.3. Reacțiunea din cupla de clasa a IV-a.

este cunoscut. Rezultă că necunoscutele ce urmează a fi determinate sînt mărimea reacțiunii $\bar{R}_{12}$ și direcția-sensul acesteia date de unghiul θ . Se obișnuiește ca reacțiunea $\bar{R}_{12}$ să se descompună într-o componentă după direcția elementului ($\bar{R}_{12}^n$) numită *reacțiune normală* și o componentă perpendiculară pe axa elementului ($\bar{R}_{12}^t$) numită *reacțiune tangențială*. Prin urmare, o cuplă de clasa a V-a de rotație introduce două necunoscute în calculul cinetostatic.

Observație. Reacțiunea dintre cele două elemente 1 și 2 se notează cu indicii respectivi, primul indicînd numărul elementului care exercită reacțiunea, iar al doilea numărul elementului asupra căruia acționează reacțiunea.

13.1.2. CUPLA DE CLASA A V-A DE TRANSLAȚIE — figura 13.2

Această cuplă transmite forțele, de la elementul 1 la elementul 2, prin presiuni perpendiculare pe suprafața de contact distribuite oricum în funcție de direcția forțelor de transmis. Rezultanta acestor presiuni este reacțiunea $\bar{R}_{12} = -\bar{R}_{21}$ care va fi, de asemenea, perpendiculară pe direcția deplasării. În acest caz necunoscutele introduse de o cuplă de clasa a V-a de translație sînt în număr de două: mărimea reacțiunii și poziția punctului ei de aplicație (distanța h_{21}).

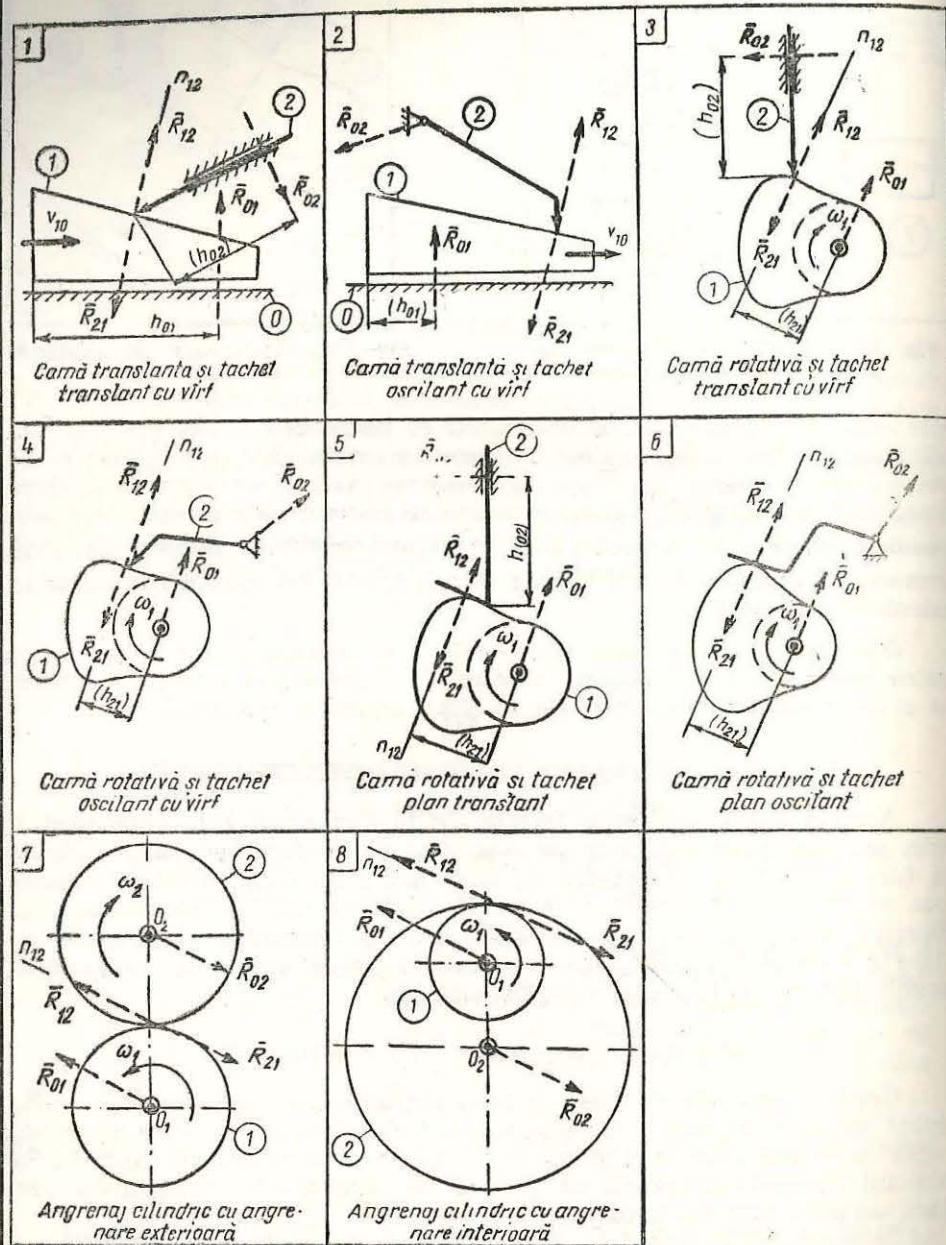
13.1.3. CUPLA DE CLASA A IV-A — figura 13.3

Cupla interioară de clasa a IV-a introduce o reacțiune $\bar{R}_{12} = -\bar{R}_{21}$ avînd direcția normalei comune n_{12} la cele două curbe care formează cupla superioară. Întrucît punctul de aplicație al reacțiunii coincide cu punctul de contact, rezultă că o cuplă de clasa a IV-a introduce o *sîngură necunoscută*: mărimea ei.

În tabelul 13.1 sînt date cîteva exemple de cuple de clasa a IV-a și a V-a cu reacțiunile corespunzătoare.

13.2. HODOGRAFUL REACȚIUNILOR

Prin hodograful reacțiunilor se înțelege *locul geometric al vîrșurilor vectorului reacțiune*. Acest loc geometric se determină cu ajutorul *poligonului forțelor* și dă o imagine clară a variației direcțiilor reacțiunii din



cuplă în raport cu un element dat. Hodograful reacțiunilor servește unui dublu scop:

- pentru amplasarea orificiilor de ungere în zona în care valoarea reacțiunii este minimă sau nulă;
- pentru dimensionarea elementelor cinematice pe baza valorii maxime a reacțiunii.

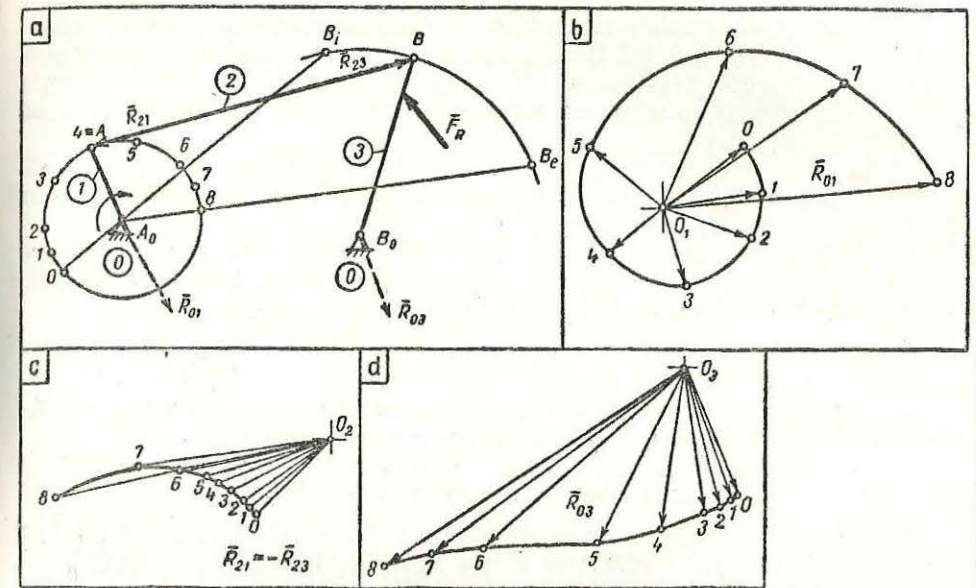


Fig. 13.4. Hodograful reacțiunilor la mecanismul patrulater:

a — schema cinematică; b — hodograful reacțiunii $\bar{R}_{01}$; c — hodograful reacțiunii $\bar{R}_{21} = -\bar{R}_{23}$; d — hodograful reacțiunii $\bar{R}_{03}$.

Se prezintă spre exemplificare forma hodografelor obținute pentru reacțiunile $\bar{R}_{01}$, $\bar{R}_{21} = -\bar{R}_{23}$ și $\bar{R}_{03}$ la un mecanism patrulater (fig. 13.4), determinate pentru opt poziții ale cursei active cuprinse între cele două poziții extreme B_1 , B_e ale elementului condus B_0B , forța rezistentă $\bar{F}_R$ fiind presupusă constantă.

Reacțiunile $\bar{R}_{21}$ și $\bar{R}_{23}$ sînt egale și de sens contrar deoarece elementul 2 nu este solicitat de forțe exterioare.

13.3. GENERALITĂȚI PRIVIND CALCULUL CINETOSTATIC

În prima etapă a calculului se adoptă dimensiunile aproximative ale elementelor cinematice (de regulă după construcții similare existente), se efectuează calculul cinetostatic și cu valorile maxime ale forțelor determinate se verifică tensiunile maxime efective produse în secțiunile periculoase ale pieselor. Dacă aceste tensiuni efective rezultă mai mari decît tensiunile admisibile ale materialelor din care se execută elementele cinematice, se trece la o nouă dimensionare a acestora și cu noile dimensiuni se reface întregul calcul cinetostatic. Acest algoritm de calcul se repetă de atîtea ori pînă cînd este îndeplinită condiția ca tensiunile efective maxime produse în elementele cinematice să fie mai mici decît cele admisibile, iar deformările să se încadreze între limite prescrise.

Reacțiunile din cuplele cinematice se determină utilizând metoda echilibrului cinetostatic aplicată fiecăreia din grupele structurale care compun mecanismul, întrucât acestea constituie sisteme static determinate. Pentru a demonstra această proprietate a grupelor structurale se face următorul raționament deductiv:

— în plan, pentru un element cinematic se pot scrie trei ecuații de echilibru; deci pentru un lanț cinematic format din n elemente se scriu în total $E=3n$ ecuații de echilibru;

— o cuplă de clasă a V-a introduce două necunoscute și o cuplă de clasă a IV-a o necunoscută; drept consecință, numărul total de necunoscute introduse de cuplele cinematice ale mecanismului este:

$$N=2c_5+c_4;$$

— condiția ca lanțul cinematic să fie static determinat este ca numărul ecuațiilor E să fie egal cu numărul necunoscutelor N :

$$3n=2c_5+c_4 \text{ sau } 3n-2c_5-c_4=0, \text{ adică } M_3=0.$$

Prin urmare, condiția ca un lanț cinematic să fie static determinat este ca gradul lui de mobilitate să fie nul. Or, lanțurile cinematice cu grad de mobilitate nul fiind tocmai grupele structurale (Assur), rezultă că studiul cinetostatic al mecanismelor trebuie efectuat pe grupe structurale.

Dacă se aplică relația $3n-2c_5-c_4=1$ unui mecanism plan având gradul de mobilitate $M_3=1$, se obține expresia $3n=2c_5+c_4+1$, adică numărul ecuațiilor de echilibru static permite să se găsească, alături de reacțiunile din cuplele cinematice, încă o necunoscută care poate fi o forță sau un cuplu, ce menține mecanismul în echilibru, numite forță de echilibrare F_e sau cuplu de echilibrare M_e .

Metoda echilibrului cinetostatic (sau metoda echilibrului dinamic fictiv) cu ajutorul căreia se determină reacțiunile din cuple se bazează pe principiul lui d'Alembert conform căruia „un punct material, un solid rigid sau un sistem de solide rigide se află în echilibru fictiv dinamic, sub acțiunea forțelor și cuplurilor exterioare și de inerție”.

Prin aplicarea metodei echilibrului cinetostatic, problema de dinamică a mecanismului se transformă într-o problemă de statică. Aceasta constă în scrierea și rezolvarea ecuațiilor de echilibru. Algoritmul de calcul este următorul:

— se efectuează analiza structurală a mecanismului cu scopul cunoașterii clasei și ordinului mecanismului pe baza grupelor structurale componente. În acest cadru se precizează elementul cinematic final asupra căruia se va aplica forța (sau cuplul) de echilibrare;

— se stabilesc forțele exterioare care acționează asupra mecanismului (forțe sau cupluri motoare, forțe sau cupluri de rezistență tehnologică, forțe de greutate, forțe și cupluri de inerție);

— se trece la calculul cinetostatic (adică la determinarea reacțiunilor din cuple) începând cu grupa structurală din care face parte elementul asupra căruia acționează forța exterioară cunoscută (forța motoare sau forța de rezistență tehnologică). După ce s-au stabilit valorile reacțiunilor acestei grupe se trece la grupa următoare considerând, printre forțele exterioare pentru această grupă și forțele de legătură (reacțiunile) cu grupa anterior studiată. Calculul este continuat în această modalitate din grupă în grupă pînă se ajunge la elementul cinematic final asupra că-

ruia acționează forța de echilibrare necunoscută care poate fi forță motoare sau forță de rezistență tehnologică, după caz. Astfel, forța de echilibrare este forță motoare atunci cînd calculul cinetostatic pornește de la grupa structurală asupra căreia acționează forța de rezistență tehnologică dată (exemplu: mașini-unelte) sau forță de rezistență tehnologică atunci cînd calculul cinetostatic începe de la grupa structurală asupra căreia acționează forța motoare cunoscută (exemplu: motoarele cu ardere internă).

Calculul reacțiunilor din cuplele cinematice se bazează pe următoarele observații:

— orice grupă structurală este un lanț cinematic static determinat și deci i se pot aplica ecuațiile de echilibru static;

— fiecare element cinematic component al unei grupe structurale aflate în echilibru se va găsi, la rîndul lui, în echilibru și ca atare i se pot aplica ecuațiile de echilibru static.

Prin urmare, calculul cinetostatic va consta din rezolvarea ecuațiilor scalare de echilibru a momentelor și a ecuațiilor vectoriale de echilibru a forțelor, scrise pentru elemente cinematice izolate, părți din grupa structurală sau întreaga grupă. Acest calcul se efectuează pe cale analitică (pentru ecuațiile scalare de echilibru ale momentelor) și pe cale grafo-analitică (pentru ecuațiile vectoriale de echilibru ale forțelor). Cazul din urmă se reduce la construirea poligonului forțelor la scara forțelor arbitrar aleasă $k_F \left[\frac{N}{mm} \right]$.

Ca exemplu se redă mai jos calculul cinetostatic al unei diade care se află în cele mai numeroase mecanisme.

13.4. CINETOSTATICA DIADEI DE ASPECTUL 2 (RRT)

Se presupune diada (2, 3) de aspectul 2 (RRT), reprezentată grafic la scara lungimilor k_l , extrasă dintr-un mecanism unde era legată la elementele 1 și respectiv 4 (fig. 13.5, a).

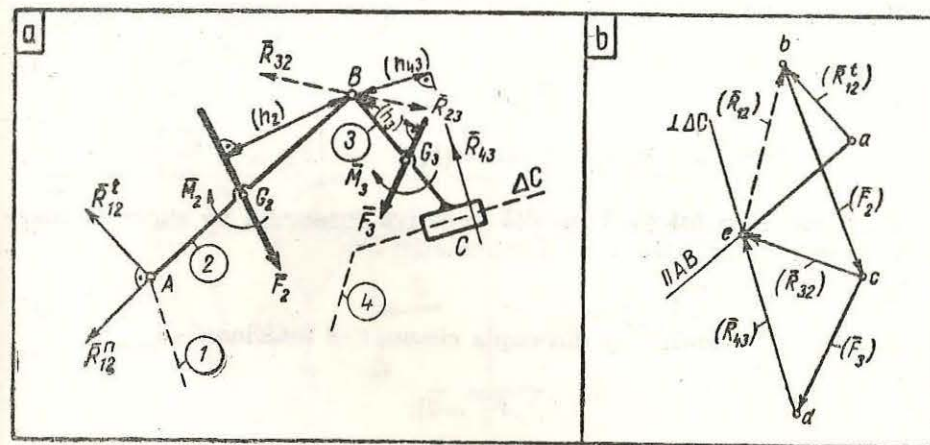


Fig. 13.5. Cinetostatica diadei de aspectul 2 (RRT):
a — schema forțelor și a cuplurilor; b — poligonul forțelor.

În centrele de greutate (G_2, G_3) ale elementelor 2 și 3 se aplică torşorii de reducere ai tuturor forţelor exterioare (inclusiv cele de inerţie) $\tau(\bar{F}_2, \bar{M}_2)$ şi $\tau_3(\bar{F}_3, \bar{M}_3)$. Reacţiunea din cupla exterioară de rotaţie A se descompune în componentele $\bar{R}_{12}'$ şi $\bar{R}_{12}''$ iar reacţiunea din cupla exterioară de translaţie C se trasează perpendicular pe direcţia ghidajului ΔC la o distanţă necunoscută (h_{43}) faţă de cupla interioară B. Reacţiunea interioară $\bar{R}_{23} = -\bar{R}_{32}$ nu se descompune. Necunoscutele problemei sînt: $\bar{R}_{12}'$, $\bar{R}_{12}''$, $\bar{R}_{43}$, (h_{43}), $\bar{R}_{23} = -\bar{R}_{32}$.

Calculul componentei tangenţiale R_{12}'

$$[\sum M_B^{(2)} = 0]:$$

$$-R_{12}' k_l(AB) + F_2 k_l(h_2) - M_2 = 0 \Rightarrow R_{12}' = \frac{1}{(AB)} \left[F_2(h_2) - \frac{M_2}{k_l} \right].$$

Dacă reacţiunea R_{12}' rezultă negativă înseamnă că în realitate are sens contrar celui ales iniţial.

Calculul componentei normale $\bar{R}_{12}''$ şi al reacţiunilor $\bar{R}_{43}$, $\bar{R}_{12}$

$$[\sum \bar{F}_j^{(2,3)} = \bar{0}]:$$

$$\frac{\bar{R}_{12}''}{||AB} + \frac{\bar{R}_{12}'}{(ab)} + \frac{\bar{F}_2}{(bc)} + \frac{\bar{F}_3}{(cd)} + \frac{\bar{R}_{43}}{\perp \Delta C} = \bar{0}.$$

Din poligonul forţelor, reprezentat la scara forţelor $k_F \left[\frac{N}{mm} \right]$ în figura 13.5, b, rezultă $\bar{R}_{21}'' = k_F(\bar{e}a)$, $\bar{R}_{43} = k_F(\bar{d}e)$, $R_{12} = k_F(\bar{e}b)$.

Calculul distanţei (h_{43})

$$[\sum M_B^{(3)} = 0]:$$

$$R_{42} k_l(h_{43}) - F_3 k_l(h_3) - M_3 = 0 \Rightarrow (h_{43}) = \frac{1}{R_{42}} \left[F_3(h_3) + \frac{M_3}{k_l} \right].$$

Dacă valoarea lui (h_{43}) rezultă negativă înseamnă că suportul reacţiunii R_{43} este de cealaltă parte a articulaţiei B.

Calculul reacţiunii $\bar{R}_{32}$ din cupla cinematică interioară B

$$[\sum \bar{F}_j^{(2)} = \bar{0}]:$$

$$\frac{\bar{R}_{12}''}{(ea)} + \frac{\bar{R}_{12}'}{(ab)} + \frac{\bar{F}_2}{(bc)} + \bar{R}_{32} = \bar{0} \Rightarrow \bar{R}_{32} = k_F(\bar{c}e).$$

Ca verificare $[\sum \bar{F}_j^{(3)} = \bar{0}]:$

$$\frac{\bar{F}_3}{(cd)} + \frac{\bar{R}_{43}}{(de)} + \bar{R}_{23} = \bar{0} \Rightarrow \bar{R}_{23} = k_F(\bar{e}c) = -\bar{R}_{32}.$$

VERIFICAREA CUNOȘTINTELOR

1. Precizați, pentru cuplurile de clasa a V-a și a IV-a, în ipoteza neglijării frecării elementelor cunoscute și necunoscute ale reacţiunilor.
2. Formulați noţiunea de „hodograf al reacţiunilor” și indicați scopul pentru care se determină.
3. În ce constă calculul cinetostatic?
4. Efectuați calculul componentelor tangenţiale $\bar{R}_{12}'$ și normale $\bar{R}_{12}''$, al reacţiunilor $\bar{R}_{43}$, $\bar{R}_{12}$, al distanţei (h_{43}) și al reacţiunii $\bar{R}_{32}$ din cupla cinematică interioară B (pentru diada RRT).

14

CINETOSTATICA ELEMENTULUI FINAL. CALCULUL FORȚEI DE ECHILIBRARE PRIN METODA JUKOWSKI

14.1. CINETOSTATICA ELEMENTULUI FINAL

Prin elementul cinematic final al unui mecanism se înţelege elementul asupra căruia acţionează forţa de echilibrare necunoscută. El poate fi:

- conducător (motor), cînd se cunosc forţa rezistentă $\bar{F}_R$ sau cuplul rezistent $\bar{M}_R$ — figura 14.1, a;
- condus, cînd se cunosc forţa motoare $\bar{F}_M$ sau cuplul motor $\bar{M}_M$ — figura 14.1, b.

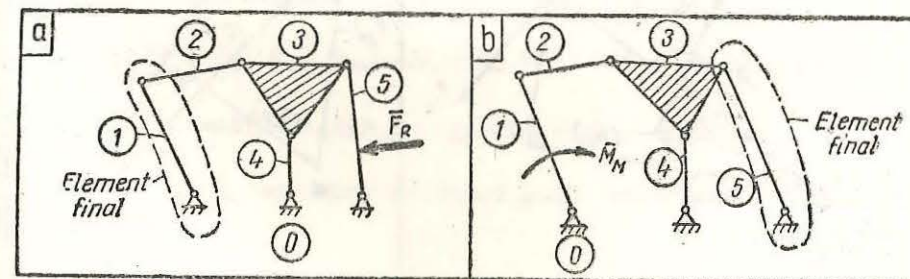


Fig. 14.1. Elementul cinematic final:
a — conducător; b — condus.

După cum se cunoaște din analiza structurală, numărul elementelor cinematice inițiale (conducătoare) ale unui mecanism este egal cu gradul de mobilitate al mecanismului respectiv. În cazul mecanismelor plane cu gradul de mobilitate $M_3=1$, în urma aplicării ecuațiilor de echilibru static, se poate determina o necunoscută în plus (alături de reacțiunile din cuplurile cinematice): *forța de echilibrare $\bar{F}_e$ sau cuplul de echilibrare $\bar{M}_e$* . Se menționează că, în calculul cinetostatic, atât forța de echilibrare cât și cuplul de echilibrare sînt *mărimi fictive* care realizează, în fiecare moment al ciclului energetic, *echilibrul cinetostatic al mecanismului în poziția respectivă*. Deci în valoarea acestor mărimi sînt incluse, alături de forțele exterioare aplicate (forța motoare sau cuplul motor, forțele și cuplurile rezistente, forțele de greutate) și forțele și cuplurile de inerție care acționează pe elementele cinematice. Prin urmare, forța de echilibrare (sau cuplul de echilibrare) sînt mărimi ale căror valori diferă de la o poziție la alta a mecanismului fiind *pozitive sau negative*.

Cunoscînd valorile pe care forța de echilibrare sau cuplul de echilibrare le au în timpul unui ciclu cinematic, li se pot trasa *diagramele de variație* care servesc unui dublu scop:

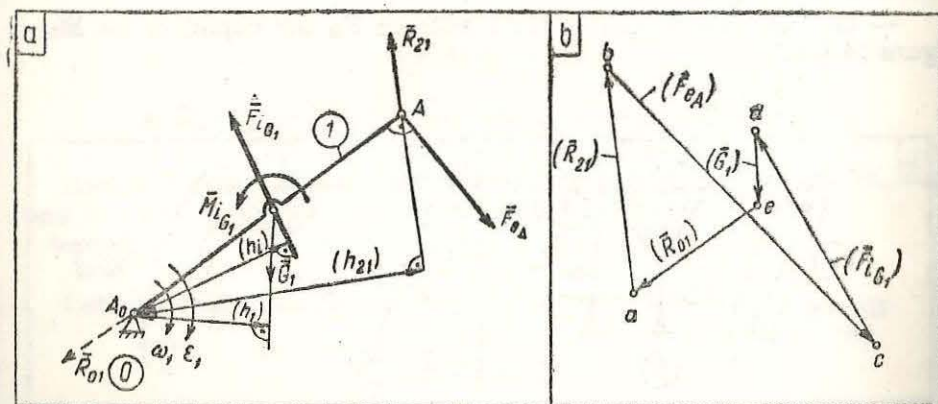
— să se identifice valorile *minime* ale forței de echilibrare (sau cuplului de echilibrare) cînd turația mașinii tinde să crească și pe această bază să se aprecieze dacă este utilă sau nu prezența unui *volant*;

— să se identifice valorile *maxime* ale forței de echilibrare (sau cuplului de echilibrare) în momentele cînd mașina se supraîncarcă (adică atunci cînd cuplul rezistent are o valoare superioară cuplului motor al mașinii).

Calculul forței de echilibrare (sau cuplului de echilibrare) depinde de clasa cuplei cinematice de legătură dintre elementul final și elementul-bază și de felul echilibrării (prin forța de echilibrare sau prin cuplu de echilibrare).

14.1.1. ELEMENT CINEMATIC FINAL LEGAT DE ELEMENTUL-BAZA PRIN CUPLĂ DE ROTĂȚIE (MANIVELĂ, BALANSIER)

Se consideră elementul cinematic final A_0A (fig. 14.2, a) asupra căruia acționează reacțiunea $\bar{R}_{21}$ (cunoscută de la calculul ultimei grupe



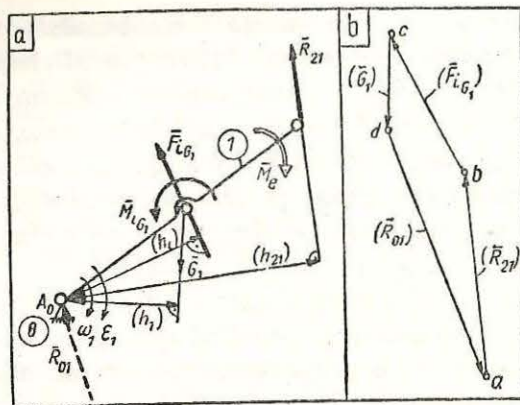


Fig. 14.3. Determinarea cuplului de echilibrare:
a — schema forțelor și a cuplurilor; b — poligonul forțelor.

Din poligonul forțelor — figura 14.3, b — se deduce $\vec{R}_{01} = k_F(\vec{da})$. Se constată că această reacțiune are mărimea și direcția diferite de valorile rezultate în cazul cînd se lucrează cu o forță de echilibrare. Din acest motiv, în analiza cinetostatică unde forța de echilibrare sau cuplul de echilibrare ($\vec{F}_{eA}$, $\vec{M}_e$) sînt mărimi fictive, este recomandabilă utilizarea momentului de echilibrare $\vec{M}_e$. Aceasta se justifică prin faptul că, pe de o parte, direcția vectorului $\vec{M}_e$ este cunoscută și deci erorile de calcul se apreciază prin examinarea modulului său, iar pe de altă parte că folosirea forței fictive de echilibrare conduce la variații importante ale reacțiunii $\vec{R}_{01}$ care este o forță reală aplicată în cupla A_0 .

Pentru ca mecanismul să funcționeze, $\vec{M}_e$ trebuie să fie asigurat, din afară, de o sursă de energie motoare. Dacă sursa nu poate asigura un cuplu suficient de mare pentru o anumită poziție a elementului final, mecanismul are tendința de încetinire.

În analiza dinamică (studiul mișcării reale a mașinii), forța sau cuplul de echilibrare sînt reale asigurînd condițiile de mișcare impuse. Drept consecință, în analiza dinamică este de preferat să se folosească forța de echilibrare care, prin alegerea suportului său în punctul A, reduce sensibil reacțiunea $\vec{R}_{01}$ din lagărul elementului final (a se compara $\vec{R}_{01}$ din figurile 14.2, b și 14.3, b).

14.1.2. ELEMENT CINEMATIC FINAL LEGAT DE ELEMENTUL-BAZĂ PRIN CUPLĂ DE TRANSLAȚIE (PISTON, GLISIERA)

Se consideră un element cinematic final legat la elementul-bază prin cuplă de translație — figura 14.4, a.

În acest caz, echilibrarea nu se poate face decît prin forța de echilibrare. Asupra elementului final acționează forțele cunoscute $\vec{R}_{21}$, $\vec{G}_1$ și

torsorul forțelor de inerție reduse în raport cu centrul de greutate $\tau_{G_1}^i(F_{IG_1}; \vec{M}_{IG_1} = \vec{0})$, precum și forțele necunoscute $\vec{F}_{eA} \parallel \Delta_0$, $\vec{R}_{01} \perp \Delta_0$. De asemenea, nu se cunoaște nici punctul de aplicație al reacțiunii $\vec{R}_{01}$ (adică distanța h_{01}). Valorile necunoscute rezultă din rezolvarea ecuațiilor următoare (fig. 14.4, a, b).

$$[\sum \vec{F}_j^{(1)} = \vec{0}]: \frac{\vec{F}_{eA}}{\|\Delta_0\|} + \frac{\vec{R}_{21}}{(ab)} + \frac{\vec{F}_{IG_1}}{(bc)} + \frac{\vec{G}_1}{(cd)} + \frac{\vec{R}_{01}}{\perp \Delta_0} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{eA} = k_E(\vec{ea}); \vec{R}_{01} = k_F(\vec{de});$$

$$[\sum M_A^{(1)} = 0]: R_{01}k_I(h_{01}) \pm G_1k_I(h_1) - F_{IG_1}k(h_1) = 0$$

$$\Rightarrow (h_{01}) = \frac{1}{R_{01}} [F_{IG_1}(h_{11}) - G_1(h_1)].$$

Exemplu. Să se determine reacțiunile din cuplele cinematice și forța de echilibrare la mecanismul manivelă-piston reprezentat în figura 14.5. Se cunosc lungimile elementelor A_0A , AB și greutățile lor $\vec{G}_1$, $\vec{G}_2$, $\vec{G}_3$, viteza unghiulară $\omega_1 = \text{const.}$ a manivelei, torsorii forțelor de inerție calculați în raport cu centrele de greutate ale elementelor

$$\tau_{G_1}^i = 0, \tau_{G_2}^i \left[F_{G_2}^i = \frac{G_2}{g} k'_a(pag'_2), M_{IG_2} = I_{G_2} \frac{k'_a(n'_AB')}{AB} \right],$$

$$\tau_{G_3}^i \left[F_{G_3}^i = \frac{G_3}{g} k'_a(pab'), M_{IG_3} = 0 \right]$$

pozițiile centrelor de greutate ale elementelor $G_1 = A_0$; $G_2 : G_3 = B$, forța de rezistență tehnologică $\vec{F}_{R_3}$, unghiul manivelei și poziția ghidajului (ΔB).

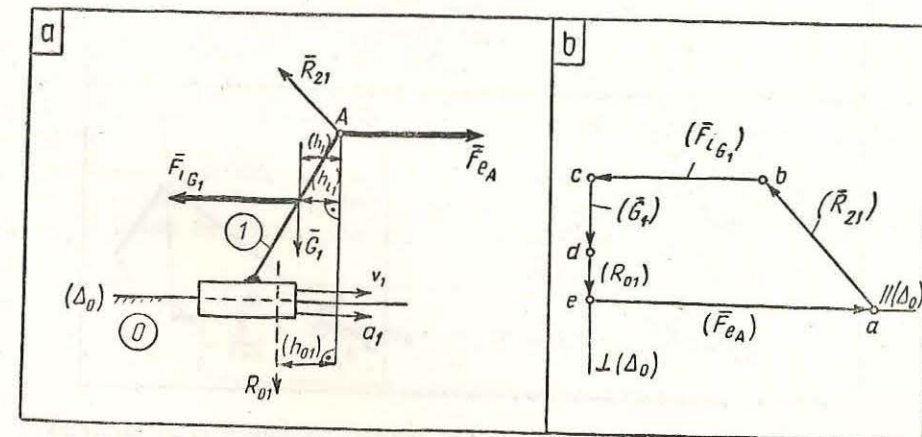


Fig. 14.4. Element cinematic final legat de elementul-bază prin cuplă de translație:
a — schema forțelor; b — poligonul forțelor.

Rezolvare.

— Se trasează planul vitezelor rotite cu 90° (la scara $k_v' = k_l \omega_1$) și planul accelerațiilor rotite cu 180° (la scara $k_a' = k_l \omega_1^2$), direct pe mecanism ($p_v \equiv p_a \equiv A_0$) — figura 14.5, a.

— Se determină direcțiile forțelor de inerție $\vec{F}_{iG_2} \parallel (\vec{p}_a g_2')$, $\vec{F}_{iG_3} \parallel (\vec{p}_a b')$ și sensul cuplului de inerție $\vec{M}_{iG_2}$ (sens orar).

— Se începe calculul cinetostatic de la grupa structurală cea mai depărtată de elementul conducător (diada 2, 3) — figura 14.5, b, la care reacțiunea din cupla A se descompune în componentele $\vec{R}_{12}^n$, $\vec{R}_{12}^t$, iar în cupla B se introduc reacțiunile $\vec{R}_{30}$ și $\vec{R}_{23}$.

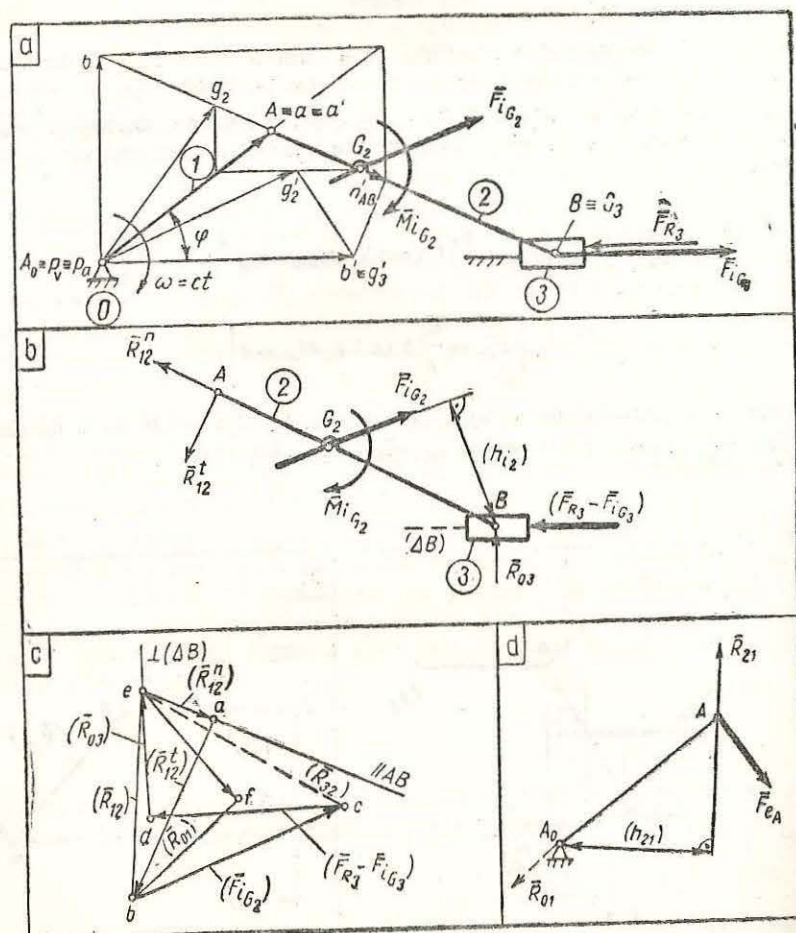


Fig. 14.5. Determinarea reacțiunilor din cuplele cinematice la mecanismul manivelă-piston:

a — schema forțelor și a cuplurilor; b — cinetostatica diadei (2, 3); c — poligonul forțelor care acționează asupra diadei (2, 3); d — cinetostatica elementului final.

Se neglijează greutatea $\vec{G}_2$ și $\vec{G}_3$ întrucât au valori mici comparativ cu forțele de inerție și forța de rezistență tehnologică. Din rezolvarea ecuațiilor rezultă:

$$[\Sigma M_B^{(2)} = 0]: R_{12}^t k_l(AB) - F_{iG_2} k_l(h_{12}) - M_{iG_2} = 0 \Rightarrow \vec{R}_{12}^t;$$

$$[\Sigma \vec{F}_j^{(2,3)} = \vec{0}]: \frac{\vec{R}_{12}^n}{|AB|} + \frac{\vec{R}_{12}^t}{(ab)} + \frac{\vec{F}_{iG_2}}{(bc)} + \frac{(\vec{F}_{R_3} - \vec{F}_{iG_3})}{(cd)} + \frac{\vec{R}_{03}}{\perp \Delta B} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{R}_{12}^n = k_F(\vec{ea}), \vec{R}_{03} = k_F(\vec{de}); \vec{R}_{12} = k_F(\vec{eb}) = -\vec{R}_{21};$$

$$[\Sigma \vec{F}_j^{(2)} = \vec{0}]: \frac{\vec{R}_{12}}{(eb)} + \frac{\vec{F}_{iG_2}}{(bc)} + \vec{R}_{32} = \vec{0} \Rightarrow \vec{R}_{32} = k_F(\vec{ce}) \text{ (fig. 14.5, c).}$$

— Se determină forța de echilibrare (F_{eA}) din calculul cinetostatic al elementului final (fig. 14.5, d)

$$[\Sigma M_{A_0}^{(1)} = 0]: R_{21} k_l(h_{21}) - F_{eA} k_l(A_0 A) = 0 \Rightarrow F_{eA} = R_{21} \frac{(h_{21})}{(A_0 A)};$$

$$[\Sigma \vec{F}_j^{(1)} = \vec{0}]: \frac{\vec{R}_{21}}{(be)} + \frac{\vec{F}_{eA}}{(ef)} + \vec{R}_{01} = \vec{0} \Rightarrow \vec{R}_{01} = k_F(\vec{fb}) \text{ — figura 14.5, c}$$

14.2. CALCULUL FORȚEI DE ECHILIBRARE PRIN METODA JUKOWSKI

Metoda de determinare grafoanalitică a forței de echilibrare, pe baza calculului cinetostatic aplicat tuturor grupelor structurale care compun mecanismul, prezintă avantaje și dezavantaje. Ca *avantaje* se menționează determinarea tuturor forțelor de legătură din cuple și a hodografelelor lor, date care servesc calculului de rezistență al elementelor și cuplelor cinematice. Ca *dezavantaje* sînt de menționat calculul laborios și scăderea preciziei calculelor datorită acumulării erorilor introduse de calculul grafic. Aceste dezavantaje pot fi eliminate dacă se utilizează o metodă grafoanalitică bazată pe *principiul puterilor virtuale* și a cărei aplicare conduce la obținerea unei singure ecuații scalare din care rezultă *direct* mărimea forței de echilibrare pentru o anumită poziție dată a elementului final, fără să mai fie necesar calculul reacțiunilor din cuplele cinematice.

Principiul puterilor virtuale („suma puterilor instantanee realizate într-un sistem aflat în echilibru dinamic este nulă”) aplicat în cazul mecanismelor plane se poate scrie sub forma

$$\sum_{k=1}^n F_k v_k \cos \alpha_k + \sum_{j=1}^m M_j \omega_j \cos \beta_j = 0, \quad (14.1)$$

în care:

F_k este forța care acționează asupra elementului cinematic k ;
 v_k — viteza punctului de aplicație al forței F_k ;

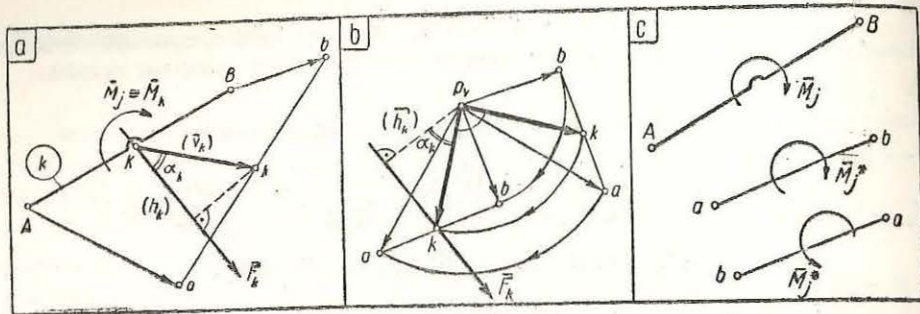


Fig. 14.6. Principiul puterilor virtuale aplicat unui element cinematic:

a — schema forțelor și a cuplurilor; b — poligonul vitezelor rotit cu 90°; c — sensurile pe care le poate avea cuplul echivalentului M_j^* ;

α_j este unghiul dintre sensul forței F_k și sensul vitezei corespunzătoare v_k ;

M_j — momentul aplicat elementului cinematic j ;

ω_j — viteza unghiulară a elementului j ;

$\beta_j = 0^\circ$ sau 180° — unghiul dintre sensul momentului M_j și sensul vitezei unghiulare ω_j (fig. 14.6, a).

Introducând notațiile

$$h_k = v_k \cos \alpha_k, \quad h_k = k_v(h_k), \quad \omega_j = \frac{v_{BA}}{AB} = \frac{k_u(ab)}{AB},$$

k_v — scara vitezelor, relația (14.1) devine

$$\sum_{k=1}^n F_k k_v(h_k) + \sum_{j=1}^m M_j \frac{k_u(ab)}{AB} = 0$$

sau simplificând cu k_v

$$\left[\sum_{k=1}^n F_k \overline{h_k} + \sum_{j=1}^m M_j^* = 0; \quad M_j^* = M_j \frac{(ab)}{AB} \right] \quad (14.2)$$

Relația (14.2) poate fi considerată ca o *ecuație scalară de momente* în care forțele F_k au brațul (h_k) rotit cu 90° — obținut prin rabatarea cu 90° a vitezei v_k — figura 14.6, b —, iar cuplul echivalent M_j^* poate avea sau nu același sens cu M_j după cum segmentul (ab) din planul vitezelor rotite are sau nu aceeași orientare cu segmentul corespunzător (AB) din planul mecanismului 14.6, c.

Savantul rus Jukowski a interpretat relația (14.2) ca *ecuație de echilibru a planului vitezelor rotite cu 90°* considerat ca o *pîrghie rigidă* cu punct fix în polul vitezelor p_v , asupra căreia acționează toate forțele exterioare ce solicită mecanismul (în mărime, direcție și sens aplicate în punctele omoloage vîrfurilor vitezelor rotite) și toate cuplurile exterioare M_j^* (modificate ca mărime și eventual ca sens). Evident că în ecuația de echilibru a acestei pîrghii asupra căreia acționează sistemul de forțe și

cupluri exterioare este cuprinsă fie forța de echilibru F_{eA} , fie cuplul de echilibru M_e care acționează asupra elementului final. Aplicînd ecuația scalară de echilibru a momentelor scrisă în raport cu polul vitezelor p_v

$$[\sum M_{pv} = 0]: \left[\sum_{k=1}^{n-1} F_k \overline{h_k} + \sum_{j=1}^m M_j^* \right] - F_{eA}(h_e) = 0$$

sau

$$[\sum M_{pv} = 0]: \left[\sum_{k=1}^n F_k \overline{h_k} + \sum_{j=1}^{m-1} M_j^* \right] - M_e^* = 0 \text{ unde } M_e^* = M_e \frac{(p_v a)}{A_0 A}$$

rezultă:

— forța de echilibru:

$$F_{eA} = \frac{1}{(h_e)} \left[\sum_{k=1}^{n-1} F_k \overline{h_k} + \sum_{j=1}^m M_j^* \right] \quad (14.3)$$

— cuplul de echilibru:

$$M_e = \frac{A_0 A}{(p_v a)} \left[\sum_{k=1}^n F_k \overline{h_k} + \sum_{j=1}^{m-1} M_j^* \right] \quad (14.4)$$

Observație. Dacă forța de echilibru a fost calculată prin ambele metode (calculul cinetostatic al tuturor grupelor structurale ce compun mecanismul și respectiv metoda Jukowski), atunci se calculează eroarea

$$E = \frac{\Delta F_{eA}}{F_{eA \max}} \cdot 100 \leq 5\% \text{ unde } \Delta F_{eA} = F_{eA \max} - F_{eA}$$

pe această bază putîndu-se considera ca fiind corect calculul cinetostatic.

Exemplu. Să se determine forța de echilibru prin metoda Jukowski la mecanismul manivelă-piston din figura 14.5, a.

Rezolvare: Se consideră planul vitezelor rotite cu 90° (fig. 14.7).

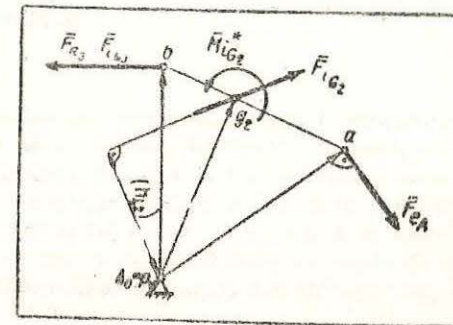


Fig. 14.7. Determinarea forței de echilibru prin metoda Jukowski la mecanismul manivelă-piston.

În punctele a , b și g_2 se transpun forțele și cuplurile exterioare (forțele în mărime, direcție și sens $\overline{F}_{eA}$, $(\overline{F}_{R3}-\overline{F}_{iG3})$, $\overline{F}_{iG2}$ iar cuplul echivalent $M_{iG2}^* = M_{iG2} \cdot \frac{(ab)}{AB}$ de sens contrar cuplului $\overline{M}_{iG2}$, deoarece orientarea segmentului (ab) din planul vitezelor, rotite nu are aceeași orientare cu segmentul (AB) din planul mecanismului). Din ecuația scalară a momentelor scrisă în raport cu polul p_o :

$$[\Sigma M_{p_o} = 0]: -F_{eA} k_1(p_o a) - F_{iG2} k_1(h_{i2}) + M_{iG2}^* + (F_{R2} - F_{iG2}) k_1(p_o b) = 0$$

rezultă forța de echilibrare instantanee

$$F_{eA} = \frac{1}{(p_o a)} \left[\frac{M_{iG2}^*}{kl} - F_{iG2}(h_{i2}) + (F_{R2} - F_{iG2})(p_o b) \right],$$

VERIFICAREA CUNOȘTINTELOR

1. Definiți cinetostatica elementului final.
2. Calculați forța de echilibrare prin metoda Jukowski.

RĂSPUNSURI

Capitolul 2. 2) Angrenajul cilindric ($m=4$, $l=2$, c_4^{11} , plană, deschisă, inferioară, nereversibilă), articulația schimbătorului de viteze la automobile ($m=3$, $l=3$, c_3^{80} , spațială, închisă, inferioară, reversibilă), con sprijinit cu virful pe plan ($m=3$, $l=3$, c_3^{80} , spațială, deschisă, superioară, nereversibilă), prismă triunghiulară, rezemată cu muchia sa pe muchia unui canal în V ($m=4$, $l=2$, c_4^{11} , spațială, deschisă, superioară, nereversibilă), angrenaj conic ($m=4$, $l=2$, c_4^{11} , spațială, deschisă, inferioară, nereversibilă), șurub melc-roată melcată ($m=1$, $l=5$, c_1^{33} , spațială, deschisă, inferioară, nereversibilă).

Capitolul 3. 2) Lanțul cinematic al mecanismului semaforului mecanic este complex, închis, plan (tab. 3.3), iar lanțul cinematic al mecanismului de frinare manuală la vagoane este simplu, închis, plan (tab. 3.4).

Tabelul 3.3

Analiza structurală a lanțului mecanismului semaforului mecanic

Elementul	0	2	2	3	4	5
Rangul (j)	3	2	2	3	2	2

Tabelul 3.4

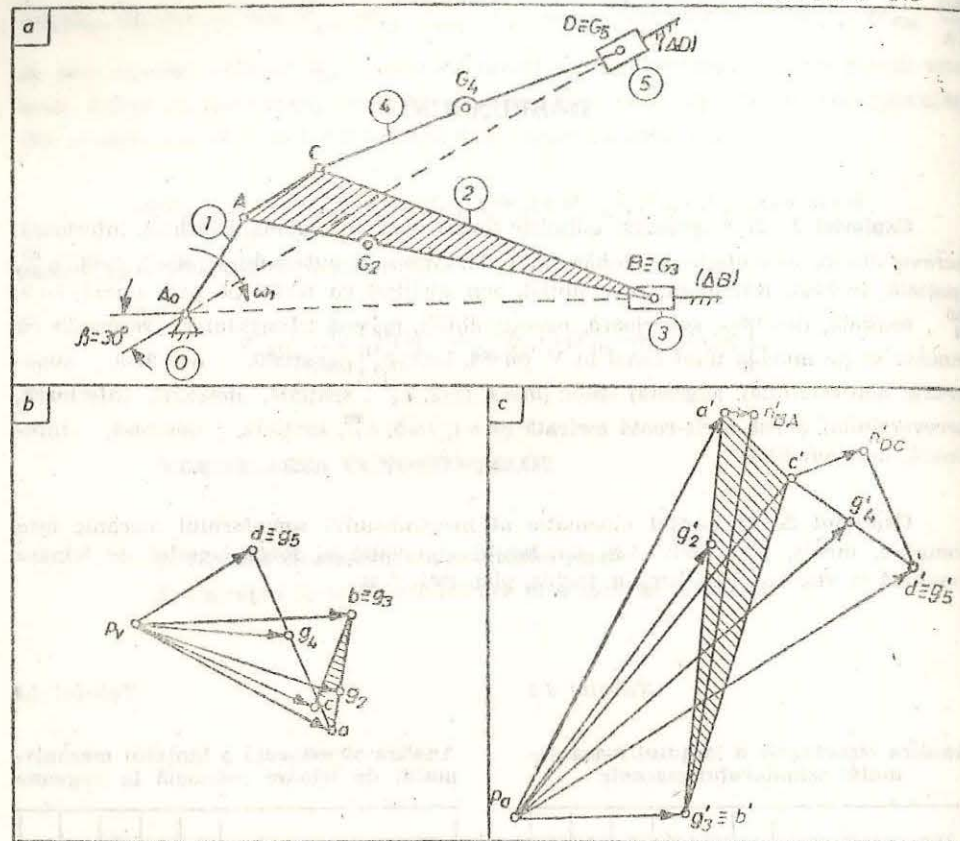
Analiza structurală a lanțului mecanismului de frinare manuală la vagoane

Elementul	0	1	2	3	4
Rangul (j)	2	2	2	2	2

Capitolul 4.5) Toate mecanismele sînt plane (de familia $f=3$) avînd gradul de mobilitate $M_3=1$. În conformitate cu sistemul de axe Oxyz ales, elementele componente ale mecanismului pot avea următoarele mișcări: cele legate la bază mișcare de rotație ω_x sau de translație v_y , iar bielele au două translații v_y , v_z și o rotație ω_x . Mecanismul șeping are o cuplă pasivă (D sau E).

Capitolul 5. 5) Unei scheme cinematice cu articulații simple îi corespunde o singură schemă structurală, în timp ce unei scheme structurale îi corespunde o mulțime de scheme cinematice. 6) a. Mecanism de clasa a II-a, ordinul 2 constituit din $MF(1,0)+D(2,3)+D(5,4)$. b. Cuplele superioare $E(5,6)$ și $H(8,9)$ se echivalează cu câte un element cinematic binar (10 și 11) avînd fiecare câte o cuplă de translație și una de rotație; cuplele $C(1,4)$ și $D(4,5)$ sînt cuple echivalente cu cupla de clasa a V-a. Rezultă un mecanism de clasa a II-a/ordinul 2 compus din $MF(1,0)+D(2,3)+D(4,5)+D(6,10)+D(7,8)+D(9,11)$.

TABELUL 8.5



Rezultate: $v_B = v_{G_3} = 12 \text{ ms}^{-1}$; $v_{G_2} = 11,8 \text{ ms}^{-1}$; $v_C = 10,8 \text{ ms}^{-1}$; $v_{G_4} = 8 \text{ ms}^{-1}$;
 $v_D = v_{G_5} = 7,2 \text{ ms}^{-1}$; $a_B = a_{G_3} = 735 \text{ ms}^{-2}$; $a_{G_2} = 1472 \text{ ms}^{-2}$;
 $a_C = 1888 \text{ ms}^{-2}$; $a_{G_4} = 1920 \text{ ms}^{-2}$; $a_D = a_{G_5} = 2030 \text{ ms}^{-2}$

Capitolul 8. 2) Rezolvarea este prezentată în tabelul 8.5.

Capitolul 10. 9) a. $i_{13} = -2$; $\omega_3 = 29,30 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$; b. $i_{12} = 0,584$, $\omega_2 = 70,88 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$;
 c. $i_{13} = -2,857$, $\omega_2 = 21,98 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$; d. $i_{13} = 1,32$, $\omega_2 = 50,75 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

CUPRINS

Partea întâi

GENERALITĂȚI ASUPRA MECANISMELOR

1. Noțiuni introductive	3
1.1. Obiectul și importanța studiului mecanismelor	3
1.2. Mașina și mecanismul ca sisteme tehnice	4
1.3. Schemele constructive și cinematice ale mecanismelor	5
1.4. Clasificarea mecanismelor după forma lor constructivă	7

Partea a doua

STRUCTURA MECANISMELOR

2. Elemente cinematice. Cuple cinematice	8
2.1. Elemente cinematice	8
2.2. Cuple cinematice	11
2.2.1. Clasificarea cuplurilor cinematice	11
2.2.2. Stabilirea clasei cuplei cinematice	15
3. Lanțuri cinematice. Mecanisme	17
3.1. Lanțuri cinematice	17
3.2. Formula structurală a lanțurilor cinematice plane	19
3.3. Lanțuri cinematice desmodrome (determinate) sau nedesmodrome (nedeterminate)	19
3.4. Mecanisme	20
4. Echivalarea cuplurilor cinematice superioare la mecanismele plane. Determinarea familiei și a gradului de mobilitate al unui mecanism plan	22
4.1. Echivalarea cuplurilor cinematice superioare la mecanismele plane	22
4.2. Eliminarea elementelor cinematice pasive sau cu mișcare de prisos și a cuplurilor pasive	27
4.3. Precizarea numărului articulațiilor simple în cadrul celor multiple	29
4.4. Determinarea familiei și a gradului de mobilitate al unui mecanism plan	30
5. Clasificarea mecanismelor plane articulate pe baza grupelor structurale. Alcătuirea schemelor structurale pornind de la schemele cinematice	32
5.1. Clasificarea mecanismelor plane articulate pe baza grupelor structurale	32
5.1.1. Grupele structurale	32
5.1.2. Diada și principalele ei aspecte	34
5.2. Alcătuirea schemelor structurale pornind de la schemele cinematice	36

Partea a treia

ANALIZA CINEMATICĂ A MECANISMELOR

6. Trasarea traiectoriilor	41
6.1. Trasarea traiectoriilor la mecanismele de clasa I (fundamentale)	41
6.2. Determinarea pozițiilor unor mecanisme de clasa a II-a/ordinul 2 și a traiectoriilor punctelor caracteristice	41

6.2.1. Mecanismul patruleter 4R	41
6.2.2. Mecanismul manivelă-piston (glisieră) R (RRT)	43
6.2.3. Mecanismul manivelă-culisă R (RRT)	44
7. Bazele cinematicii grafoanalitice	46
7.1. Element cinematic în mișcare de translație rectilinie	46
7.2. Element cinematic în mișcare de translație circulară	47
7.3. Element cinematic în mișcare de rotație	48
7.4. Element cinematic în mișcare plană generală	50
7.5. Rezolvarea grafică a ecuațiilor de distribuție a vitezelor și accelerațiilor în mișcarea plană de rototranslație. Teorema asemănării	52
7.5.1. Rezolvarea grafică	52
7.5.2. Teorema asemănării	52
8. Cinematica grafoanalitică a mecanismelor plane cu bare	53
8.1. Denumirile și variantele constructive ale elementelor cinematice	53
8.2. Cinematica grafoanalitică a principalelor mecanisme motor plane articulate de clasa a II-a/ordinul 2	54
8.2.1. Mecanismul motor patruleter 4R (RRRR)	54
8.2.2. Mecanismul motor manivelă-piston R (RRT)	58
8.3. Determinarea distribuției de viteze și accelerații la mecanismele-motor plane articulate de clasa a II-a/ordinul 2	61
9. Cinematica grafoanalitică a mecanismelor cu came	63
9.1. Denumirile și variantele constructive ale elementelor cinematice	63
9.2. Analiza cinematică grafoanalitică a mecanismelor cu came	65
10. Cinematica grafoanalitică a mecanismelor cu roți dințate	71
10.1. Clasificarea, denumirile și variantele constructive ale elementelor cinematice	71
10.2. Legea fundamentală a angrenării	73
10.3. Cinematica angrenajelor cu axe paralele fixe (angrenaje cilindrice)	75
10.4. Cinematica angrenajelor cu axe concurente fixe (angrenaje conice)	79
10.5. Cinematica angrenajelor cu axe oarecare fixe	81
10.6. Cinematica trenurilor cu roți dințate cu axe fixe	82
10.6.1. Trenuri cu roți dințate cilindrice montate în serie	82
10.6.2. Trenuri cu roți dințate cilindrice montate în paralel (cascadă)	83
10.6.3. Trenuri cu roți dințate cilindrice montate mixt (serie-paralel)	85
10.6.4. Trenuri cu roți dințate cu roți conice	87

Partea a patra

CINETOSTATICA MECANISMELOR PLANE CU BARE

11. Forțele care acționează asupra elementelor mecanismului	90
11.1. Ciclu energetic; ciclu cinematic	90
11.2. Forțele exterioare	91
11.2.1. Forțele și cuplurile motoare	91
11.2.2. Forțele și cuplurile rezistente	92
11.2.3. Forțele de greutate	93
11.2.4. Forțele și cuplurile de inerție	93
11.3. Forțele interioare	93

12. Forțele de inerție care acționează asupra elementelor mecanismelor plane	94
12.1. Element cinematic în mișcare de translație	95
12.2. Element cinematic în mișcare de rotație	95
12.3. Element cinematic în mișcare plană de rototranslație	96
13. Studiul reacțiunilor din cuplele cinematice ale mecanismelor plane	98
13.1. Reacțiunile din cuplele cinematice ale mecanismelor plane	98
13.2. Hodograful reacțiunilor	99
13.3. Generalități privind calculul cinetostatic	101
13.4. Cinetostatica diadei de aspectul 2 (RRT)	103
14. Cinetostatica elementului final. Calculul forței de echilibrare prin metoda Jukowski	105
14.1. Cinetostatica elementului final	105
14.2. Calculul forței de echilibrare prin metoda Jukowski	111
Răspunsuri	115

Coli de tipar: 7,5. Format: 16/70×100. Bun de
tipar: 14.03.1988. Nr. plan: 19009. Ediția: 1988.

Tiparul executat sub comanda nr. 363/1987,
la Intreprinderea Poligrafică „Crișana”, Oradea,
str. Leontin Sălăjan nr. 105.
Republica Socialistă România

